

太原师范学院附属中学 2017-2018 学年第一学期 10 月月考

初三数学——试卷

一、选择题（每题 2 分，共 20 分）

1. 下列方程是一元二次方程的是（ ）

- A. $3x^2 + \frac{1}{x} = 0$ B. $(x-1)(x+5) = x^2$ C. $x = 5x^2$ D. $y^2 - 7x + 3 = 0$

2. 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，下列说法错误的是（ ）

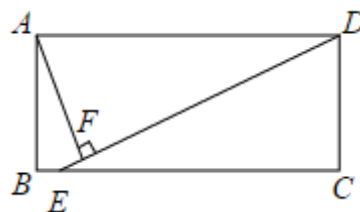
- A. 当 $AC=BD$ 时，它是矩形 B. 当 $AC \perp BD$ 时，它是菱形
C. 当 $AC=BD$ 时，它是菱形 D. 当 $\angle D=90^\circ$ 时，它是矩形

3. 下列一元二次方程没有实数根的是（ ）

- A. $x^2 + x + 2 = 0$ B. $x^2 + 2x + 1 = 0$ C. $x^2 - 1 = 0$ D. $x^2 - 2x - 1 = 0$

4. 如图，矩形 $ABCD$ 中（ $AD > AB$ ）点 E 是 BC 上一点，且 $DE=DA$ ， $AF \perp DE$ 于点 F ，下列结论不一定正确的是（ ）

- A. $\triangle AFD \cong \triangle DCE$
B. $AD=2AF$
C. $AB=AF$
D. $BE=AD-DF$



5. 把方程 $x^2 - 6x + 5 = 0$ 化成 $(x+m)^2 = n$ 的形式，则 m 、 n 的值是（ ）

- A. 3、13 B. -3、4 C. -3、13 D. 3、4

6. 菱形的一条对角线长为 6，边 AB 的长是方程 $x^2 - 7x + 12 = 0$ 的一个根，则菱形 $ABCD$ 的周长是（ ）

- A. 10 B. 12 C. 16 D. 12 或 16

7. 某超市一月份的营业额为 200 万元，已知第一季度的总营业额共 1000 万元.如果平均每月增长率为 x ，则由题意列方程为（ ）

- A. $200(1+x)^2 = 1000$ B. $200 + 200 \times 2x = 1000$
C. $200 + 200 \times 3x = 1000$ D. $200 \left[1 + (1+x) + (1+x)^2 \right] = 1000$

8. 如图，正方形 $ABCD$ 中， E 为 AB 的中点， $FE \perp AB$ ， $AF=2AE$ ， FC 交 BD 于 ，则 $\angle DOC$ 的度数为（ ）

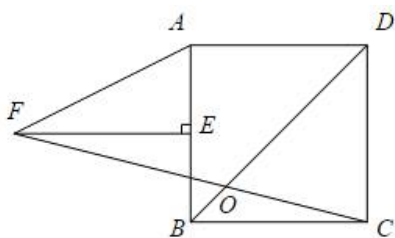
- A. 60° B. 67.5° C. 75° D. 54°

9. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是边 BC 上的点(与 B, C 两点不重合), 过点 D 作 $DE \parallel AC$, $DF \parallel AB$, 分别交 AB, AC 于 E, F 两点, 下列说法正确的是()

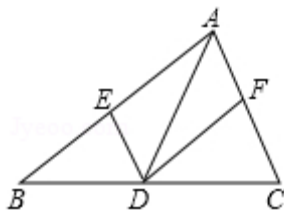
- A. 若 $AD \perp BC$, 则四边形 $AEDF$ 是矩形
- B. 若 AD 垂直平分 BC , 则四边形 $AEDF$ 是矩形
- C. 若 $BD=CD$, 则四边形 $AEDF$ 是菱形
- D. 若 AD 平分 $\angle BAC$, 则四边形 $AEDF$ 是菱形

10. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AD=3AB$, 对角线 BD 的垂直平分线与 AD 边交于 G , 与 BC 边交于点 H , 连接 BG, DH , 则 $\frac{AG}{AD}$ 的值为()

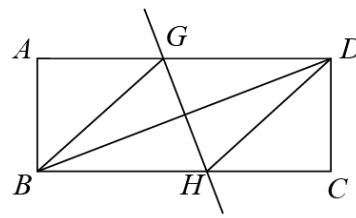
- A. $\frac{4}{9}$
- B. $\frac{3}{5}$
- C. $\frac{4}{5}$
- D. $\frac{3}{8}$



第 8 题图



第 9 题图



第 10 题图

二、填空题(每题 3 分, 满分 24 分)

11. 方程 $x(x-1)=3(x-1)$ 的解为_____.

12. 已知四边形 $ABCD$ 是正方形, $\triangle CBE$ 是等边三角形, 则 $\angle AED$ 的大小为_____.

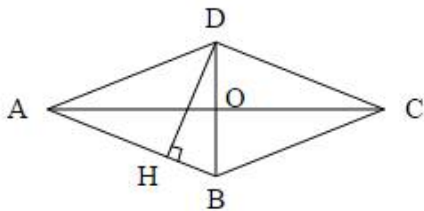
13. 关于 x 的一元二次方程 $ax^2+2x-1=0$ 无实数解, 则 a 的取值范围为_____.

14. 如图, 四边形 $ABCD$ 是菱形, $AC=24$, $BD=10$, $DH \perp AB$ 于点 H , 则线段 BH 的长为_____.

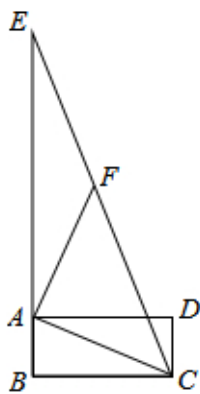
15. 在一幅长 70cm 、宽 40cm 的矩形风景画的四周镶一条金色纸边, 制成一副矩形图. 如果要使整个挂图的面
积是 4000cm^2 , 设金色纸边的宽为 $x\text{cm}$, 那么满足的方程是_____.

16. 在探索“尺规三等分角”这个数学名题的过程中, 曾利用了如图, 该图中, 四边形 $ABCD$ 是矩形, E 是
 BA 延长线上一点, F 是 CE 上一点, $\angle ACF=\angle AFC$, $\angle FAE=\angle FEA$. 若 $\angle ACB=21^\circ$, 则 $\angle ECD$ 的度数
是_____.

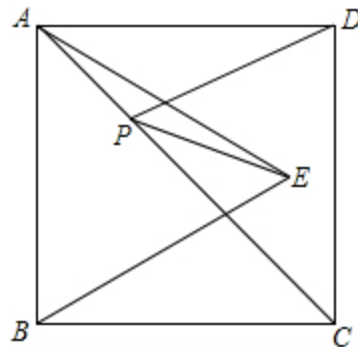
17. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 $1+\sqrt{3}$, $\triangle ABE$ 是等边三角形, 点 E 在正方形 $ABCD$ 内, 点 P 是对角线
 AC 上的动点, 当 $PD+PE$ 最小时, 点 P 到 AB 的距离为_____.



第 14 题图



第 16 题图



第 17 题图

18. 已知关于 x 的方程 $m(x+a)^2 + n = 0$ 的解是 $x_1 = -3$, $x_2 = 1$, 则关于 x 的方程 $m(x+a-2)^2 + n = 0$ 的解是_____.

三、解答题（本大题 6 个小题,共 56 分）

19.（本题 16 分）用恰当的方法解下列一元二次方程:

(1) $x^2 - 6x - 3 = 0$

(2) $9x^2 + 1 = 6x$

(3) $x^2 - 1 = 4(x+1)$

(4) $(2x+3)^2 - (x+2)^2 = 0$

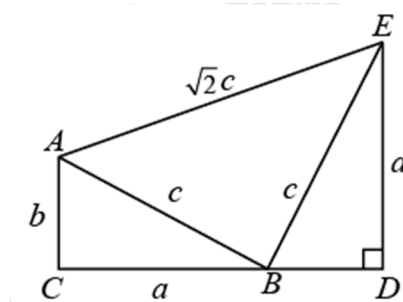
20. (本题 7 分) 如图, 四边形 $ACDE$ 是证明勾股定理时用到的一个图形, a 、 b 、 c 是 $\text{Rt } \triangle ABC$ 和 $\text{Rt } \triangle BED$

边长, 易知 $AE = \sqrt{2}c$, 这时我们把关于 x 的形如 $ax^2 + \sqrt{2}cx + b = 0$ 的一元二次方程为“勾系一元二次方程”. 请解决下列问题:

(1) 写出一个“勾系一元二次方程”;

(2) 求证: 关于 x 的“勾系一元二次方程” $ax^2 + \sqrt{2}cx + b = 0$ 必有实数根;

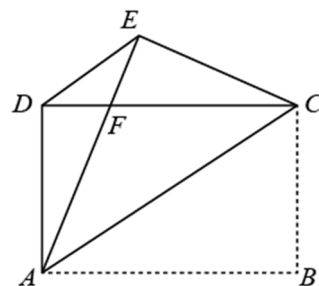
(3) 若 $x = -1$ 是“勾系一元二次方程” $ax^2 + \sqrt{2}cx + b = 0$ 的一个根, 且四边形 $ACDE$ 的周长是 6, 则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.



21. (本题 6 分) 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=4$, $AD=3$, 把矩形沿直线 AC 折叠, 使点 B 落在点 E 处, AE 交 CD 于点 F , 连接 DE .

(1) 求证: $\triangle DEC \cong \triangle EDA$;

(2) 求 DF 的值;

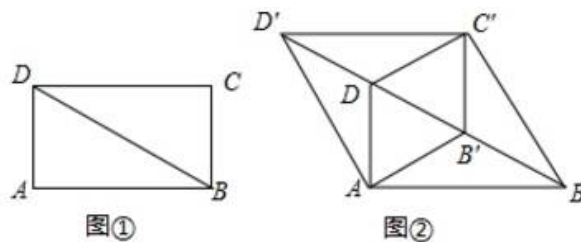


22. (本题 9 分) 如图①, BD 是矩形 $ABCD$ 的对角线, $\angle ABD=30^\circ$, $AD=1$. 将 $\triangle BCD$ 沿射线 BD 方向平移到 $\triangle B'C'D'$ 的位置, 使 B' 为 BD 的中点, 连接 AB' , $C'D$, AD' , BC' , 如图②.

(1) 求证: 四边形 $AB'C'D$ 是菱形;

(2) 四边形 $ABC'D'$ 的周长为_____;

(3) 将四边形 $ABC'D'$ 沿它的两条对角线剪开, 用得到的四个三角形拼成与其面积相等的矩形, 直接写出所有可能拼成的矩形周长.



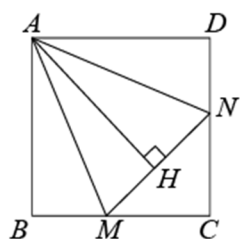
23. (本题 8 分) 某烘焙店生产的蛋糕礼盒分为六个档次, 第一档次 (即最低档次) 的产品每天生产 76 件, 每件利润 10 元. 调查表明: 生产提高一个档次的蛋糕产品, 该产品每件利润增加 2 元.

(1) 若生产的某批次蛋糕每件利润为 14 元, 此批次蛋糕属第几档次产品;

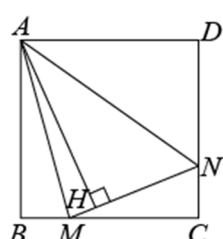
(2) 由于生产工序不同, 蛋糕产品每提高一个档次, 一天产量会减少 4 件. 若生产的某档次产品一天的总利润为 1080 元, 该烘焙店生产的是第几档次的产品?

24. (本题 10 分) 已知: 正方形 $ABCD$ 中, $\angle MAN=45^\circ$, $\angle MAN$ 绕点 A 顺时针旋转, 它的两边分别交 CB 、 DC (或它们的延长线) 于点 M 、 N , $AH \perp MN$ 于点 H .

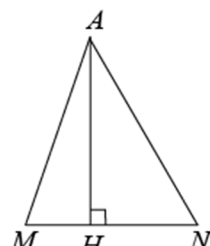
- (1) 如图①, 当 $\angle MAN$ 绕点 A 旋转到 $BM=DN$ 时, 请你直接写出 AH 与 AB 的数量关系为: _____;
- (2) 如图②, 当 $\angle MAN$ 绕点 A 旋转到 $BM \neq DN$ 时, (1) 中发现的 AH 与 AB 的数量关系还成立吗? 如果不成立请写出理由, 如果成立请证明;
- (3) 如图③, 已知 $\angle MAN=45^\circ$, $AH \perp MN$ 于点 H , 且 $MH=2$, $NH=3$, 求 AH 的长. (可利用 (2) 得到的结论)



图①



图②



图③

太原师范学院附属中学 2017-2018 学年第一学期 10

初三数学（解析）

一、选择题

1~5、CCABB

6~10、CDADA

二、填空题

11. $x_1 = 1, x_2 = 3$

12. 30° 或 150°

13. $a < -1$

14. $\frac{50}{13}$

15. $(70 + 2x)(40 + 2x) = 4000$

16. 23°

17. $\sqrt{3}$

18. $x_1 = -1, x_2 = 3$

三、解答题

19. (1) $x_1 = 3 + 2\sqrt{3}, x_2 = 3 - 2\sqrt{3}$; (2) $x_1 = x_2 = \frac{1}{3}$

(3) $x_1 = -1, x_2 = 5$; (4) $x_1 = -1, x_2 = -\frac{5}{3}$

20. (1) 当 $a = 3, b = 4, c = 5$ 时

勾系一元二次方程为 $3x^2 + 5\sqrt{2}x + 4 = 0$

(2) 有题知: $\Delta = (\sqrt{2}c)^2 - 4ab = 2c^2 - 4ab$

$\because a^2 + b^2 = c^2$

$\therefore \Delta = 2c^2 - 4ab = 2(a^2 + b^2) - 4ab = 2(a - b)^2 \geq 0$

\therefore 勾系一元二次方程为 $ax^2 + \sqrt{2}cx + b = 0$ 必有实数根

(3) 当 $x = -1$ 时, 有 $a - \sqrt{2}c + b = 0$, 故 $a + b = \sqrt{2}c$ ①

由题知: $2a + 2b + \sqrt{2}c = 6$ ②

由①②得: $a+b=2$, $c=\sqrt{2}$

$$\because a^2+b^2=c^2, \therefore a^2+b^2=2$$

$$\because (a+b)^2 = a^2+b^2+2ab, \therefore ab=1$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}$$

21. (1) 证明: \because 四边形 ABCD 是矩形,

$$\therefore AD=BC, AB=DC.$$

由折叠可得: $EC=BC$, $AE=AB$,

$$\therefore AD=EC, AE=DC,$$

在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle CED$ 中,

$$\begin{cases} AD=CE \\ DE=ED, \\ DC=EA \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DEC \cong \triangle EDA \text{ (SSS)}.$$

(2) $\because \angle ACD = \angle BAC$, $\angle BAC = \angle CAE$,

$$\therefore \angle ACD = \angle CAE,$$

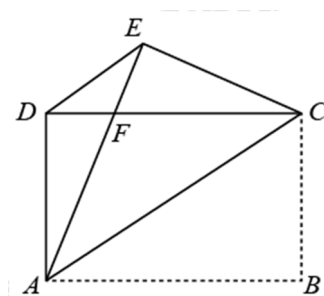
$$\therefore AF=CF,$$

设 $DF=x$, 则 $AF=CF=4-x$,

在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中, $AD^2+DF^2=AF^2$,

$$\text{即 } 3^2+x^2=(4-x)^2,$$

$$\text{解得: } x=\frac{7}{8}, \text{ 即 } DF=\frac{7}{8}.$$



22. (1) \because BD 是矩形 ABCD 的对角线, $\angle ABD=30^\circ$,

$$\therefore \angle ADB=60^\circ,$$

由平移可得, $B'C'=BC=AD$, $\angle D'B'C'=\angle DBC=\angle ADB=60^\circ$,

$$\therefore AD \parallel B'C'$$

\therefore 四边形 $AB'C'D$ 是平行四边形,

$\because B'$ 为 BD 中点,

$$\therefore \text{Rt}\triangle ABD \text{ 中, } AB'=\frac{1}{2}BD=DB',$$

又 $\because \angle ADB=60^\circ$,

$\therefore \triangle ADB'$ 是等边三角形,

$$\therefore AD=AB',$$

\therefore 四边形 $AB'C'D$ 是菱形;

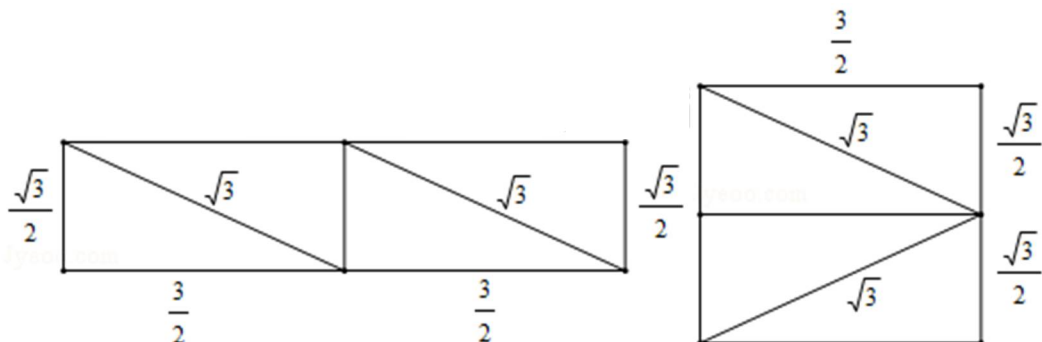
(2) 由平移可得, $AB=C'D'$, $\angle ABD'=\angle C'D'B=30^\circ$,

$$\therefore AB \parallel C'D',$$

\therefore 四边形 $ABC'D'$ 是平行四边形,

由 (1) 可得, $AC' \perp B'D$,
 \therefore 四边形 $ABC'D'$ 是菱形,
 $\because AB = \sqrt{3} AD = \sqrt{3}$,
 \therefore 四边形 $ABC'D'$ 的周长为 $4\sqrt{3}$,
 故答案为: $4\sqrt{3}$;

(3) 将四边形 $ABC'D'$ 沿它的两条对角线剪开, 用得到的四个三角形拼成与其面积相等的矩形如下:



\therefore 矩形周长为 $6 + \sqrt{3}$ 或 $2\sqrt{3} + 3$.

23. (1) $(14 - 10) \div 2 + 1 = 3$ (档次).

答: 此批次蛋糕属第三档次产品.

(2) 设烘焙店生产的是第 x 档次的产品,

根据题意得: $(2x + 8) \times (76 + 4 - 4x) = 1080$,

整理得: $x^2 - 16x + 55 = 0$,

解得: $x_1 = 5, x_2 = 11$ (不合题意, 舍去).

答: 该烘焙店生产的是五档次的产品.

24. (1) 如图① $AH = AB$.

(2) 数量关系成立. 如图②, 延长 CB 至 E , 使 $BE = DN$.

\because $ABCD$ 是正方形,

$\therefore AB = AD, \angle D = \angle ABE = 90^\circ$,

在 $Rt\triangle AEB$ 和 $Rt\triangle AND$ 中,
$$\begin{cases} AB = AD \\ \angle ABE = \angle ADN, \\ BE = DN \end{cases}$$

$\therefore Rt\triangle AEB \cong Rt\triangle AND$,

$\therefore AE = AN, \angle EAB = \angle NAD$,

$\therefore \angle EAM = \angle NAM = 45^\circ$,

在 $\triangle AEM$ 和 $\triangle ANM$ 中,
$$\begin{cases} AE = AN \\ \angle EAM = \angle NAM, \\ AM = AM \end{cases}$$

$\therefore \triangle AEM \cong \triangle ANM$.

$\therefore S_{\triangle AEM} = S_{\triangle ANM}, EM = MN$,

$\because AB, AH$ 是 $\triangle AEM$ 和 $\triangle ANM$ 对应边上的高,

$\therefore AB = AH$.

(3) 如图③分别沿 AM, AN 翻折 $\triangle AMH$ 和 $\triangle ANH$, 得到 $\triangle ABM$ 和 $\triangle AND$,

$\therefore BM = 2, DN = 3, \angle B = \angle D = \angle BAD = 90^\circ$.

分别延长 BM 和 DN 交于点 C , 得正方形 $ABCD$,

由 (2) 可知, $AH=AB=BC=CD=AD$.

设 $AH=x$, 则 $MC=x-2$, $NC=x-3$,

在 $\text{Rt}\triangle MCN$ 中, 由勾股定理, 得 $MN^2=MC^2+NC^2$

$$\therefore 5^2 = (x-2)^2 + (x-3)^2$$

解得 $x_1=6, x_2=-1$. (不符合题意, 舍去) $\therefore AH=6$.

