

# 2017 年雅礼集团初二年级期中考试试题

1. 下面四个图形分别是节能、节水、低碳和绿色食品标志, 在这四个标志中, 是轴对称图形的是 ( D )。



A.



B.



C.



D.

2. 若  $a-b-c=a-(\quad)$  成立, 则括号应填入 ( B )。

- A.  $b-c$     B.  $b+c$     C.  $-b+c$     D.  $-b-c$

3. 下列运算结果是  $a^6$  的式子是 ( C )。

- A.  $a^2 \cdot a^3$     B.  $(a^3)^3$     C.  $(-a)^6$     D.  $a^{12} - a^6$

4. 下列等式从左到右的变形正确的是 ( A )。

- A.  $\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$     B.  $\frac{x}{y} = \frac{x^2}{y^2}$     C.  $\frac{n}{m} = \frac{n+1}{m+1}$     D.  $\frac{a+b}{ab} = \frac{1+b}{b}$

5. 分式  $\frac{b+c}{a^2b}$  与  $\frac{c}{3ab^2}$  的最简公分母是 ( C )。

- A.  $ab$     B.  $3ab$     C.  $3a^2b^2$     D.  $3a^2b$

6. 如图,  $\triangle ABC$  与  $\triangle ABD$  关于  $AB$  所在的直线成轴对称, 若  $AC=3$ ,  $BD=2$ , 则四边形  $ABCD$  的周长是 ( B )。

- A. 5    B. 10    C. 6    D. 12

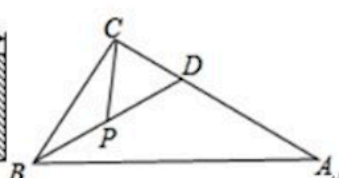
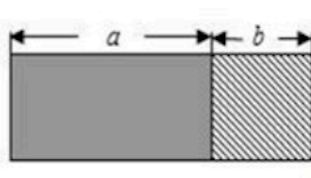
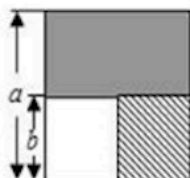
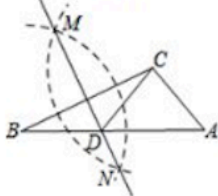
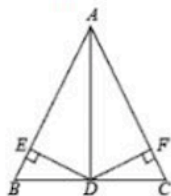
7. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle B = \angle C$ , 点  $D$  是  $BC$  的中点,  $DE \perp AB$  于点  $E$ ,  $DF \perp AC$  于点  $F$ , 则图中全等三角形共有 ( D )。

A. 2 对

B. 3 对

C. 4 对

D. 5 对



8. 如图, 在已知的  $\triangle ABC$  中, 按以下步骤作图: ①分别以  $B, C$  为圆心, 以大于  $\frac{1}{2}BC$  的长为半径作弧, 两弧相交于两点  $M, N$ ; ②作直线  $MN$  交  $AB$  于点  $D$ , 连接  $CD$ . 若  $CD=AC$ ,  $\angle A=50^\circ$ , 则  $\angle ACB$  的度数为 ( D )。

- A.  $90^\circ$     B.  $95^\circ$     C.  $100^\circ$     D.  $105^\circ$

9. 若  $2^x=3$ ,  $2^y=5$ , 则等于  $2^{2x+y}$  ( D )。

- A. 11    B. 14    C. 30    D. 45

10. 从边长为  $a$  的正方形中去掉一个边长为  $b$  的小正方形, 如图, 然后将剩余部分剪后拼成一个矩形, 上述操作所能验证的等式是 ( A )。

- A.  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$     B.  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$     C.  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$     D.  $a^2 + ab = a(a+b)$

11. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $\angle ABC=60^\circ$ ,  $BD$  平分  $\angle ABC$ ,  $P$  点是  $BD$  的中点。若  $BD=6$ , 则  $CP$  的长为 ( A )。

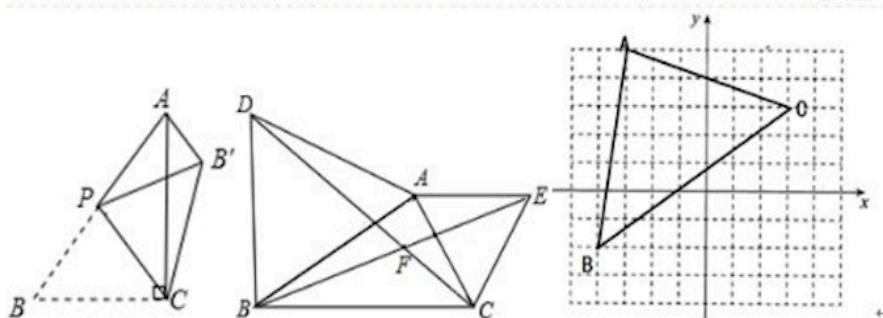
- A. 3    B. 3.5    C. 4    D. 4.5

12. 如图所示, 将形状、大小完全相同的“●”和线段按照一定规律摆成下列图形, 第1幅图形中“●”的个数为 $a_1$ , 第2幅图形中“●”的个数为 $a_2$ , 第3幅图形中“●”的个数为 $a_3$ , ..., 以此类推, 则 $a_{100} - a_{99}$ 的值为(C)。



## 二、填空题

13. 若分式 $\frac{1}{x+1}$ 有意义, 则 $x$ 的取值范围是 $x \neq -1$ 。
14. 分解因式:  $x^2y - 2xy = xy(x-2)$ 。
15. 如果 $(x+y)^2 = 25$ ,  $xy = 4$ , 那么 $(x-y)^2 = 9$ 。
16. 若等腰三角形的两边长分别是 $3\text{cm}$ ,  $7\text{cm}$ , 则它的周长是 $17\text{cm}$ 。
17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AB = 5$ ,  $BC = 3$ ,  $P$ 是 $AB$ 边上的动点(不与点 $B$ 重合), 将 $\triangle BCP$ 沿 $CP$ 所在的直线翻折, 得到 $\triangle B'CP$ , 连接 $B'A$ , 则 $B'A$ 长度的最小值是 $1$ 。



18. 如图, 以 $\triangle ABC$ 的边 $AB$ 、 $AC$ 为边向外作等边 $\triangle ABD$ 和等边 $\triangle ACE$ ,  $BE$ 与 $CD$ 相交于点 $F$ , 则 $\angle BFC = 120^\circ$ 。

## 三、计算题

19. 计算: (1)  $x(x+2) + (x-1)^2$       (2)  $(a+2b)(a-2b)$
- 解: 原式 $= x^2 + 2x + x^2 - 2x + 1$       解: 原式 $= a^2 - (2b)^2$
- $= 2x^2 + 1$        $= a^2 - 4b^2$
20. 先化简, 再求值:  $\frac{x^2-1}{x+1} \div \frac{x^2-2x+1}{x^2-x}$ , 其中 $x = 2017$ 。
- 解: 原式 $= \frac{(x+1)(x-1)}{x+1} \cdot \frac{x(x-1)}{(x-1)^2}$
- $= x$
- 将 $x = 2017$ 代入原式得 $2017$ 。

#### 四、解答题

21. 如图, 平面直角坐标系中,  $\triangle ABC$  的顶点都在网格点上。

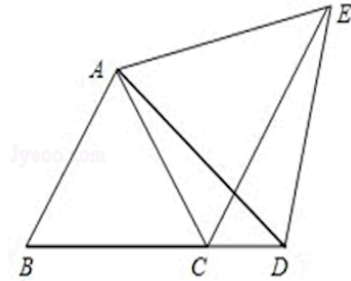
(1) 画出  $\triangle ABC$  关于  $y$  轴的对称图形  $\triangle A_1B_1C_1$ , 并写出  $A_1, B_1, C_1$  点的坐标;

(2) 在  $y$  轴上求作一点  $D$ , 使  $\triangle ABD$  的周长最小。

22. 如图, 已知等边  $\triangle ABC$  中, 点  $D$  在  $BC$  边的延长线上,  $CE$  平分  $\angle ACD$ , 且  $CE = BD$ 。

(1) 求证:  $\triangle ABD \cong \triangle ACE$

(2) 判断  $\triangle ADE$  的形状, 并说明理由。



(1) 证明: (1)  $\because \triangle ABC$  为等边三角形

$$\therefore \angle B = \angle ACB = 60^\circ, AB = AC$$

$$\therefore \angle ACD = 120^\circ$$

又  $\because CE$  平分  $\angle ACD$

$$\therefore \angle ACE = 60^\circ$$

而  $CE = BD$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE (SAS)$$

(2) 由 (1) 可知  $AE = AD$

$$\text{且 } \angle BAD = \angle CAE$$

$$\therefore \angle BAO - \angle CAD = \angle CAE - \angle CAD$$

$$\therefore \angle DAE = 60^\circ$$

$\therefore \triangle ADE$  为等边三角形

23. 小明家所在社区原有一块长方形绿地, 为美化社区环境现对绿地进行改造。

(1) 若这块绿地的长比宽多 2 米, 且将绿地的长和宽分别增加 2 米后, 绿地面积将增加 24 平方米, 求绿地原来的长和宽各是多少米?

(2) 若将这块绿地的长减少 4 米, 宽增加 4 米, 改造后得到一块正方形绿地, 它的面积是原来绿地面积的 2 倍, 求改造后正方形绿地的面积。

解: (1) 设原来的宽为  $x$  米, 则长  $(x+2)$  为米。

$$\text{则 } (x+2+2)(x+2) - x(x+2) = 24$$

$$\text{即 } x^2 + 6x + 8 - x^2 - 2x = 24$$

$$\therefore x = 4$$

答: 绿地原来的长为 6 米, 宽为 4 米。

(2) 设原来的长为  $m$  米, 宽为  $n$  米。

$$\text{则 } \begin{cases} m-4 = n+4 \\ (m-4)^2 = 2mn \end{cases}$$

$$\text{则 } n^2 + 8n - 16 = 0 \text{ 即 } n^2 + 8n - 16 = 0$$

$$S = (n+4)^2 = n^2 + 8n + 16 = 32 \text{ (平方米)}$$

答: 改造后正方形绿地的面积为 32 平方米。

24. 如图, 点  $D$ 、 $E$  在  $\triangle ABC$  的边  $BC$  上,  $AB = AC$ .

(1) 若  $AD = AE$ , 求证:  $BD = CE$ .

(2) 若  $BD = CE$ ,  $F$  为  $DE$  的中点, 求证:  $AF \perp BC$ .

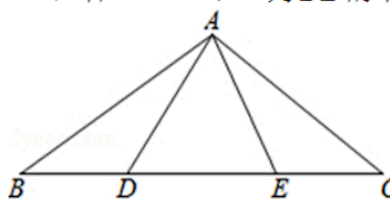


图 1

(1) 证明:  $\because AD = AE$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 4$$

又  $\because AB = AC$

$$\therefore \angle B = \angle C$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE (AAS)$$

$$BD = CE$$

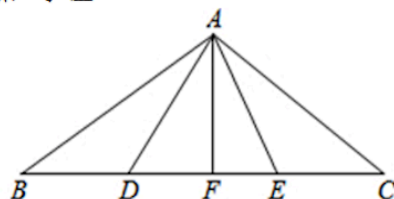


图 2

(2)  $\because AB = AC$

$$\therefore \angle B = \angle C$$

又  $\because BD = CE$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE (SAS)$$

$$\therefore AD = AE$$

即  $\triangle ADE$  为等腰三角形

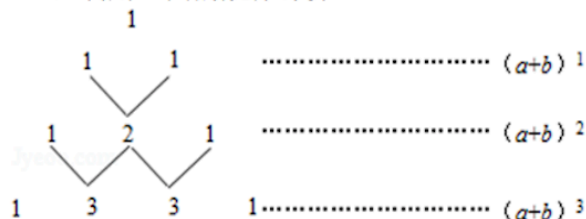
而  $F$  为  $DE$  的中点

$$\therefore AF \perp BC$$

25. 我国古代数学的许多发现都曾位居世界前列, 其中“杨辉三角”就是一例. 如图, 这个三角形的构造法则: 两腰上的数都是 1, 其余每个数均为其上方左右两数之和, 它给出了  $(a+b)^n$  ( $n$  为正整数) 的展开式 (按  $a$  的次数由大到小的顺序排列) 的系数规律. 例如, 在三角形中第三行的三个数 1, 2, 1, 恰好对应  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  展开式中的系数; 第四行的四个数 1, 3, 3, 1, 恰好对应着  $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$  展开式中的系数等等.

(1) 根据上面的规律, 写出  $(a+b)^5$  的展开式.

(2) 利用上面的规律计算:  $2^5 + 5 \times 2^4 + 10 \times 2^3 + 10 \times 2^2 + 5 \times 2 + 1$ .



(3) 若  $(x+1)^5 \cdot (2x^2 + ax - b)$  ( $a, b$  为常数) 的展开式中不含  $x^2$  和  $x$  的项, 求  $a, b$  的值.

解: (1)  $(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$

$$(2) 2^5 + 5 \times 2^4 + 10 \times 2^3 + 10 \times 2^2 + 5 \times 2 + 1 = (1+2)^5 = 3^5$$

$$(3) (x+1)^5 = x^5 + 5x^4 + 10x^3 + 10x^2 + 5x + 1$$

$\therefore x^2$  项的系数为  $-10b + 5a + 2 = 0$

$x$  项的系数为  $-5b + a = 0$

$$\therefore a = -\frac{2}{3}, b = -\frac{2}{15}$$

26. 如图 1, 等边 $\triangle ABC$ 的边长为 $8\text{cm}$ , 若动点 $D$ 从点 $A$ 往点 $B$ 运动, 动点 $E$ 从点 $B$ 往点 $C$ 运动。

(1) 若 $D$ 的速度为每秒 $1\text{cm}$ ,  $E$ 的速度为每秒 $2\text{cm}$ , 设出发时间为 $t$ 秒。

① 填空:  $BD = \underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$ ,  $BE = \underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$ , (用含 $t$ 的代数式表示)。

② 当 $t$ 为何值时 $\triangle BDE$ 是直角三角形。

(2) 如图 2, 在 $\triangle ABC$ 外以 $AC$ 底边作一个等腰三角形 $\triangle ACP$ 且 $\angle APC = 120^\circ$ , 若点 $D, E$ 在运动到某一时刻有 $\angle DPE = 60^\circ$ , 求 $\triangle BDE$ 的周长。

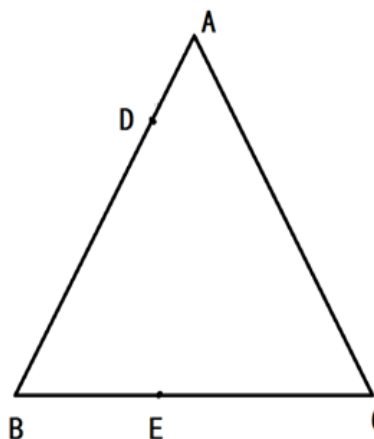


图 1

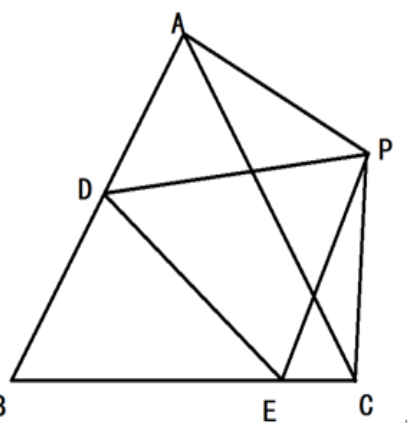


图 2

解 (1)  $(8-t), 2t$

(2) 当  $2(8-t) = 2t$

即  $t = 4$

当  $2 \times 2t = 8 - t$

$t = \frac{8}{5}$

(3) 将 $\triangle PCE$ 绕 $P$ 点顺时针旋转 $120^\circ$ 得 $\triangle PAF$

则 $\triangle PCE \cong \triangle PAF$

$\therefore \angle 1 = \angle 2, PE = PF, AF = EC$

又 $\because \angle 1 + \angle 3 = 60^\circ$

$\therefore \angle 2 + \angle 3 = 60^\circ = \angle DPE$

而 $PD = PD$

$\therefore \triangle PDF \cong \triangle PDE$

$\therefore DE = DF$

$C_{\triangle BDE} = BD + BE + DE$

$= BD + BE + DF$

$= BD + BE + DA + AF$

$= BD + BE + DA + EC$

$= BA + BC$

$= 16\text{cm}$

答:  $\triangle BDE$ 的周长为  $16\text{cm}$