

# 2018 年安徽省初中学业水平考试大纲

## 数 学

### 一、编写说明

本纲要是依据教育部颁发的《义务教育数学课程标准(2011 年版)》(以下简称《课程标准》)的有关内容制定的,对我省 2018 年初中数学学业水平考试的考试性质与目标、考试内容与要求、考试形式与试卷结构等作出详细说明.为了更好地帮助师生理解考试内容及考查的水平层次,了解试卷的内容分布、难易程度、试题类型分布,纲要中配置了“例证性试题”予以说明.本纲要是初中数学学业水平考试命题的重要依据.

### 二、考试性质与目标

初中数学学业水平考试是义务教育阶段数学学科终结性考试,其目的是全面、准确地评估初中毕业生达到《课程标准》所规定的数学学业水平的程度.考试的结果既是确定学生是否达到义务教育阶段数学学科毕业标准的主要依据,也是高中阶段学校招生的重要依据之一.为此,数学学业水平考试应首先着重考查学生是否达到《课程标准》所确立的数学学科毕业标准,在此基础上,还应当重视评价学生在《课程标准》所规定的数学课程目标方面的进一步发展情况.

数学学业水平考试应体现数学课程的总体目标,即“学生能:获得适应社会生活和进一步发展所必需的数学基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验;体会数学知识之间、数学与其他学科之间、数学与生活之间的联系,运用数学的思维方式思考,增强发现和提出问题的能力、分析和解决问题的能力;了解数学的价值,提高学习数学的兴趣,增强学好数学的信心,养成良好的学习习惯,具有初步的创新意识和科学态度”.

### 三、考试内容与要求

学业水平考试内容与要求确定的依据是《课程标准》,参照我省使用的各种版本的教材,分“知识技能”“数学思考”“问题解决”及“情感态度”四个方面进行阐述.

### (一) 知识技能

知识技能考查的主要内容与目标是：体验从具体情境中抽象出数学符号的过程，理解有理数、实数、代数式、方程、不等式、函数；掌握必要的运算（包括估算）技能；探索具体问题中的数量关系和变化规律，掌握用代数式、方程、不等式、函数进行表述的方法；探索并掌握相交线、平行线、三角形、四边形和圆的基本性质与判定，掌握基本的证明方法和基本的作图技能；探索并理解平面图形的平移、旋转、轴对称；认识投影与视图；探索并理解平面直角坐标系及其应用；体验数据收集、处理、分析和推断过程，理解抽样方法，体验用样本估计总体的过程；进一步认识随机现象，能计算一些简单事件的概率。

知识技能考查的目标要求分为四个层次，本纲要对它们进行了不同的描述，这些层次的含义分别是：

(1) 了解 (A)：从具体实例中知道或举例说明对象的有关特征；根据对象的特征，从具体情境中辨认或者举例说明对象。

(2) 理解 (B)：描述对象的特征和由来，阐述此对象与相关对象之间的区别和联系。

(3) 掌握 (C)：在理解的基础上，把对象用于新的情境。

(4) 运用 (D)：综合使用已掌握的对象，选择或创造适当的方法解决问题。

具体的考试内容和要求在下表中列出：

#### 1. 数与代数

考 试 内 容		考试要求目标			
单元	知 识 条 目	A	B	C	D
有 理 数	1. 有理数的概念				
	(1) 有理数的意义，数轴、相反数、绝对值的概念		√		
	(2) 有理数大小的比较			√	
	(3) 科学记数法		√		
	2. 有理数的运算				
	(1) 有理数的加、减、乘、除、乘方运算			√	
	(2) 有理数的混合运算（以三步以内为主）			√	

考 试 内 容		考试要求目标			
单元	知 识 条 目	A	B	C	D
有 理 数	(3) 有理数的运算律 (4) 运用有理数的运算解决简单的问题			√ √	
实 数	3. 数的开方 (1) 平方根、算术平方根、立方根的概念 (2) 平方根、算术平方根、立方根的表示 (3) 乘方与开方互为逆运算 (4) 百以内整数的平方根和百以内整数（对应的负整数）的立方根	√  √  √	 √  √		
	4. 实数 (1) 无理数、实数的概念，实数与数轴上的点一一对应 (2) 实数的相反数与绝对值 (3) 用有理数估计无理数的大致范围 (4) 近似数	√   √		√ √	
	5. 二次根式 (1) 二次根式、最简二次根式的概念 (2) 用二次根式（根号下仅限于数）的加、减、乘、除运算法则进行简单四则运算	√	√		
代 数 式	6. 代数式 (1) 用字母表示数的意义，代数式 (2) 代数式的值		√ √		
整 式 与 分 式	7. 整式 (1) 整式的概念 (2) 整式的加、减运算 (3) 整数指数幂的意义和基本性质	√	√	√	

考 试 内 容		考试要求目标			
单元	知 识 条 目	A	B	C	D
整式与分式	(4) 乘法公式 (5) 整式的乘法运算(多项式相乘仅指一次式之间以及一次式与二次式相乘)			√ √	
	8. 因式分解 (1) 因式分解的意义 (2) 用提公因式法、公式法进行因式分解(指数是正整数, 直接用公式不超过两次)	√		√	
	9. 分式 (1) 分式和最简分式的概念 (2) 利用分式的基本性质进行约分与通分 (3) 分式的加、减、乘、除运算	√		√ √	
方程与不等式	10. 方程与方程组 (1) 等式的基本性质 (2) 一元一次方程的解法 (3) 估算方程的解 (4) 用代入消元法和加减消元法解二元一次方程组 (5) 可化为一元一次方程的分式方程的解法 (6) 数字系数的一元二次方程的解法(公式法、配方法、因式分解法) (7) 用判别式判别一元二次方程根的情况 (8) 列方程(组)解应用题, 并检验方程(组)的解是否合理		√	√ √ √ √ √	
	11. 不等式与不等式组 (1) 不等式的意义 (2) 不等式的基本性质	√	√		

考 试 内 容		考试要求目标			
单元	知 识 条 目	A	B	C	D
方 程 与 不 等 式	(3) 数字系数的一元一次不等式的解法 (4) 两个一元一次不等式组成的不等式组的解法 (5) 在数轴上表示不等式(组)解集 (6) 列不等式解简单的应用题			√ √ √ √	
函 数	12. 函数及其表示 (1) 常量、变量的意义 (2) 函数的概念和表示方法 (3) 简单实际问题中的函数关系 (4) 简单实际问题中函数自变量的取值范围 (5) 求函数值 (6) 用适当的函数表示法刻画简单实际问题中变量之间的关系 (7) 对变量的变化情况进行初步讨论	√ √		√ √ √ √ √	
	13. 一次函数 (1) 一次函数的意义 (2) 一次函数的表达式 (3) 利用待定系数法确定一次函数的表达式 (4) 一次函数的图象和性质 (5) 正比例函数 (6) 一次函数与二元一次方程的关系 (7) 用一次函数解决实际问题	√	√ √	√ √ √	√
	14. 反比例函数 (1) 反比例函数的意义 (2) 反比例函数的表达式 (3) 反比例函数的图象和性质	√		√ √	

考 试 内 容		考试要求目标			
单元	知 识 条 目	A	B	C	D
函 数	(4) 用反比例函数解决简单实际问题			√	
	15. 二次函数				
	(1) 二次函数的意义	√			
	(2) 用描点法画出二次函数的图象		√		
	(3) 二次函数的性质	√			
	(4) 会用配方法确定二次函数图象的顶点坐标			√	
	(5) 二次函数图象的开口方向 and 对称轴		√		
	(6) 用二次函数解决实际问题				√
	(7) 用二次函数的图象求一元二次方程的近似解		√		

## 2. 图形与几何

考 试 内 容		考试要求目标			
单元	知 识 条 目	A	B	C	D
图 形 的 性 质	1. 点、线、面				
	(1) 几何体、平面、直线、点	√			
	(2) 线段的长短比较		√		
	(3) 线段的和、差以及线段的中点		√		
	(4) 两点确定一条直线			√	
	(5) 两点之间线段最短			√	
	(6) 两点间的距离		√		
	(7) 度量两点间的距离			√	
	2. 角				
	(1) 角的概念及表示		√		
	(2) 比较角的大小			√	
	(3) 度、分、秒之间换算		√		
	(4) 计算角的和与差		√		
	3. 相交线与平行线				

考 试 内 容		考试要求目标			
单元	知 识 条 目	A	B	C	D
图 形 的 性 质	(1) 补角、余角、对顶角的概念		√		
	(2) 对顶角、余角和补角的性质			√	
	(3) 垂线、垂线段、点到直线的距离		√		
	(4) 线段垂直平分线的概念		√		
	(5) 用三角尺或量角器画直线的垂线			√	
	(6) 度量点到直线的距离			√	
	(7) 过一点有且只有一条直线与已知直线垂直			√	
	(8) 同位角、内错角和同旁内角	√			
	(9) 平行线的概念，两直线平行的性质和判定			√	
	(10) 过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行			√	
	(11) 用三角尺和直尺过直线外一点画这条直线的平行线			√	
	(12) 两条平行线之间的距离	√			
	(13) 度量两条平行线间的距离			√	
	(14) 平行于同一条直线的两条直线平行	√			
	4. 三角形				
	(1) 三角形的有关概念		√		
	(2) 三角形的稳定性	√			
	(3) 三角形内角和定理			√	
	(4) 三角形内角和定理的推论			√	
	(5) 三角形的任意两边之和大于第三边			√	
	(6) 全等三角形的有关概念		√		
	(7) 三角形全等的判定 (SAS、ASA、SSS、 AAS) 和性质				√
	(8) 直角三角形全等的判定定理 (HL)			√	
	(9) 等腰三角形的有关概念	√			

考 试 内 容		考试要求目标			
单元	知 识 条 目	A	B	C	D
图 形 的 性 质	(10) 等腰三角形的性质				√
	(11) 等腰三角形的判定			√	
	(12) 等边三角形的性质和判定		√		
	(13) 直角三角形的概念	√			
	(14) 直角三角形的性质和判定			√	
	(15) 勾股定理及其逆定理				√
	(16) 角平分线性质定理及其逆定理			√	
	(17) 线段垂直平分线定理及其逆定理			√	
	(18) 三角形的中位线定理			√	
	(19) 三角形重心的概念	√			
	5. 四边形				
	(1) 多边形的有关概念	√			
	(2) 多边形的内角和与外角和			√	
	(3) 四边形的不稳定性	√			
	(4) 平行四边形、矩形、菱形、正方形的概念		√		
	(5) 平行四边形、矩形、菱形、正方形之间的关系		√		
	(6) 平行四边形的性质和判定				√
	(7) 矩形、菱形、正方形的性质和判定				√
	6. 圆				
	(1) 圆的有关概念		√		
	(2) 弧、弦、圆心角的概念		√		
	(3) 点与圆的位置关系	√			
	(4) 圆的性质			√	
	(5) 圆周角定理及其推论			√	
	(6) 圆内接四边形对角互补		√		
	(7) 三角形的内心与外心	√			
	(8) 直线与圆的位置关系	√			



考 试 内 容		考试要求目标			
单元	知 识 条 目	A	B	C	D
图 形 的 性 质	(9) 切线的概念			√	
	(10) 切线与过切点的半径之间的关系			√	
	(11) 过圆上一点画圆的切线		√		
	(12) 弧长及扇形面积的计算		√		
	(13) 正多边形的概念	√			
	(14) 正多边形与圆的关系	√			
	7. 尺规作图				
	(1) 作一条线段等于已知线段			√	
	(2) 作一个角等于已知角			√	
	(3) 作一个角的平分线			√	
	(4) 作一条线段的垂直平分线			√	
	(5) 过一点作已知直线的垂线			√	
	(6) 已知三边、两边及其夹角、两角及其夹边作三角形		√		
	(7) 已知底边及其底边上的高线作等腰三角形		√		
	(8) 已知一直角边和斜边作直角三角形		√		
	(9) 过不在同一直线上的三点作圆		√		
	(10) 作三角形的外接圆、内切圆		√		
	(11) 作圆的内接正方形和正六边形		√		
	注：在尺规作图中要求了解作图的道理，保留作图的痕迹，不要求写出作法				
	8. 定义、命题、定理				
	(1) 定义、命题、定理、推论的意义	√			
	(2) 区分命题的条件和结论		√		
	(3) 原命题及其逆命题的概念	√			
	(4) 识别两个互逆命题，并判断其真假		√		

考 试 内 容		考试要求目标			
单元	知 识 条 目	A	B	C	D
图形的性质	(5) 利用反例判断一个命题是错误的 (6) 反证法的含义 (7) 综合法证明的格式与过程	√	√	√	
图形的变化	9. 图形的投影 (1) 画基本几何体（直棱柱、圆柱、圆锥、球）的三视图 (2) 判断简单物体的三视图，根据三视图描述基本几何体或实物模型 (3) 直棱柱、圆锥的侧面展开图 (4) 中心投影与平行投影	√ √	√ √		
	10. 图形的轴对称 (1) 轴对称的概念 (2) 轴对称的基本性质 (3) 画简单平面图形关于给定对称轴的对称图形 (4) 等腰三角形、矩形、菱形、正多边形、圆的轴对称性及其相关性质 (5) 轴对称图形概念及生活中的轴对称图形	√ √	√	√ √	
	11. 图形的平移 (1) 平移的概念 (2) 平移的基本性质 (3) 作简单平面图形平移后的图形 (4) 平移在现实生活中的应用	√ √	√	√	
	12. 图形的旋转 (1) 旋转的概念 (2) 旋转的基本性质	√	√		

考 试 内 容		考试要求目标			
单元	知 识 条 目	A	B	C	D
图形的变化	(3) 中心对称、中心对称图形 (4) 中心对称的基本性质 (5) 线段、平行四边形、正多边形、圆的中心对称性 (6) 作简单平面图形旋转后的图形 (7) 旋转在现实生活中的应用 (8) 利用轴对称、旋转、平移进行图案设计	√   √	√   √	√	√
	13. 图形的相似 (1) 比例的基本性质 (2) 线段的比、成比例线段 (3) 黄金分割 (4) 图形相似的概念 (5) 相似多边形和相似比 (6) 两条直线被一组平行线所截，所得的对应线段成比例 (7) 相似三角形的概念和性质 (8) 相似三角形的判定定理 (9) 图形的位似 (10) 利用位似将一个图形放大或缩小 (11) 利用图形的相似解决一些简单的实际问题 (12) 锐角三角函数的意义 (13) $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$ 角的三角函数值 (14) 解直角三角形及其简单的实际问题	√ √ √ √ √    √	√   √ √  √ √ √	√       √  √	

考 试 内 容		考试要求目标			
单元	知 识 条 目	A	B	C	D
图 形 与 坐 标	14. 坐标与图形位置				
	(1) 用有序数对表示物体的位置	√			
	(2) 平面直角坐标系的有关概念		√		
	(3) 画平面直角坐标系，点的位置与坐标			√	
	(4) 在实际问题中建立直角坐标系，描述物体的位置			√	
	(5) 用坐标刻画简单图形		√		
	(6) 用方位角和距离刻画两个物体的相对位置			√	
	15. 坐标与图形运动				
	(1) 简单图形轴对称变换后对应点的坐标关系			√	
	(2) 简单图形平移变换后对应点的坐标关系			√	
	(3) 简单图形位似变换后对应点的坐标关系	√			

### 3. 统计与概率

考 试 内 容		考试要求目标			
单元	知 识 条 目	A	B	C	D
统 计 与 概 率	1. 统计				
	(1) 数据的收集、整理	√			
	(2) 抽样、样本	√			
	(3) 统计图（条形图、折线图、扇形图）		√		
	(4) 平均数的意义	√			
	(5) 数据集中趋势	√			
	(6) 计算众数、中位数、加权平均数			√	
	(7) 频数的概念	√			
	(8) 频数分布的意义和作用	√			
	(9) 画频数直方图			√	

考 试 内 容		考试要求目标			
单元	知 识 条 目	A	B	C	D
统 计 与 概 率	(10) 用频数直方图解释数据中蕴涵的信息			√	
	(11) 数据的离散程度、方差		√		
	(12) 用样本估计总体		√		
	(13) 根据统计结果做出简单的判断和预测			√	
	(14) 通过表格、折线图、趋势图等, 感受随机现象的变化			√	
	2. 概率				
	(1) 概率的意义	√			
	(2) 必然事件、不可能事件、不确定事件	√			
	(3) 用列表、画树状图等方法列出简单随机事件所有可能的结果, 以及指定事件发生的所有可能结果			√	
	(4) 用频率估计概率	√			

#### 4. 综合与实践

这一领域的有关内容和要求不单独列表, 有关要求渗透在前面三个领域之中. 考试中要注意考查学生对相关数学知识的理解、对数学知识之间联系的认识和掌握情况, 以及结合生活经验, 综合应用知识提出问题、探索问题、解决问题的能力.

综合与实践的本质是解决问题, 但由于它具有实践性、探索性和综合性, 因此对它的考查一般体现在解决问题的过程性、探索性和综合性上, 试题多以新问题和实际任务为素材, 以能力立意、分层设问、逐步深入、综合运用知识去解决问题, 并在此过程中, 尝试发现和提出问题, 对数学思考的水平和解决问题的策略和方法要求较高.

#### (二) 数学思考

数学思考特指在面临各种问题情境时, 能够从数学的角度去思考问题, 能够发现其中所存在的数学现象, 并运用数学的知识与方法去解决问题. 考查时应特

别关注学生在数感、符号意识、空间观念、几何直观、数据分析观念、运算能力、推理能力、模型思想、应用意识和创新意识等方面的发展情况，在考试中主要体现在以下几个方面：

1. 描述现实世界，具有初步的数感、符号意识、运算能力和抽象思维能力。

这一目标主要包括能够在较复杂的层面上用数字和图表刻画现实生活中的现象，对一些数字信息作出合理解释与推断，并运用代数中的方程、不等式、函数等去刻画具体问题，建立合适的数学模型。

2. 对现实空间及图形有较丰富的认识，具有初步的空间观念、几何直观、形象思维和逻辑思维能力。

这一目标主要包括能够通过动手操作、图形变换等多种方式探索图形的形状、大小、位置关系、度量关系等，进行简单的图案设计、构建几何空间，并尝试用图形去从事推理活动。

3. 能运用数据描述信息，进行统计推断，具有数据分析观念；通过表格、折线图、趋势图等，感受随机现象的特点。

这一目标主要包括能够从事较为完整的统计活动，能针对现实情景中呈现的原始数据，并根据需要进行重新整理和分析，对数据作数学处理，按照处理的结果做出合理推断与决策。同时了解在现实情境中收集与表达数据的基本方法，能够运用计算器或计算机来处理较为复杂的数据。

4. 能够通过观察、实验、猜想、证明等数学活动过程，作出合情推理和演绎推理，能有条理地、清晰地阐述自己的观点。

这一目标主要包括能够通过推理作出合理的判断与选择，尝试通过不同的方式去检验一个猜想的可信性，通过不同类型的推理活动形成一个合乎情理的猜想，并能够用比较规范的逻辑推理形式表达自己的演绎推理过程。

### **(三) 问题解决**

问题解决方面考查的核心是通过观察、思考、猜测、推理等思维活动解决问题，主要体现在以下几个方面：

1. 能够从数学的角度发现问题和提出问题，综合运用数学知识解决简单的实际问题，增强应用意识和提高实践能力。

这一目标主要包括能够从日常生活中“看到”一些数学现象，并从数学现象、其他学科问题中发现数学关系或数学问题；能够综合运用相关的数学知识、方法

去解决一些问题.

2. 获得分析问题和解决问题的一些基本方法, 体验解决问题方法的多样性, 掌握分析问题和解决问题的一些基本方法.

这一目标主要包括让学生尝试寻找不同的解决问题的方法, 评价不同方法之间的差异, 从不同的角度去认识同一个问题.

3. 具有初步评价与反思的意识.

这一目标主要包括能够反思自己是怎样得到问题的答案的, 在求解过程中不断反思所得到的结果的含义、所使用方法的一般性、对解决问题的过程和方法进行优化等; 会分析自己思维过程中的得与失, 通过反思能够把握使结论成立的核心条件, 并形成数学方法的有效迁移; 能够综合图形与几何、代数和统计等方面的知识与方法, 探索问题的解, 在解决原有问题的基础上还能够提出新的问题, 培养创新意识.

#### (四) 情感态度

对于学生在情感态度方面的目标要求, 本纲要不单独列出, 学业水平考试中 will 结合知识技能、数学思考和问题解决等目标进行渗透, 加强中华优秀传统文化教育, 引导学生增强文化自觉和文化自信, 培育和践行社会主义核心价值观, 体现试题的教育价值.

### 四、例证性试题

#### (一) 知识技能

##### 1. 数与代数

A:

例 1  $\frac{1}{2}$  的相反数是 ( )

A.  $\frac{1}{2}$

B.  $-\frac{1}{2}$

C. 2

D. -2

【考查目的】 考查相反数的概念.

【答案】 B

【说明】 本题要求会识别正数的相反数.

例 2 下面的多项式中，能因式分解的是（ ）

- A.  $m^2 + n$       B.  $m^2 - m + 1$       C.  $m^2 - n$       D.  $m^2 - 2m + 1$

【考查目的】 考查因式分解的方法.

【答案】 D

【说明】 因式分解的常见方法有提公因式法、公式法等方法，可根据多项式的特点合理选用.

B:

例 3 截至 2016 年底，国家开发银行对“一带一路”沿线国家累积发放贷款超过 1600 亿美元，其中 1600 亿用科学计数法表示为（ ）

- A.  $16 \times 10^{10}$       B.  $1.6 \times 10^{10}$       C.  $1.6 \times 10^{11}$       D.  $0.16 \times 10^{12}$

【考查目的】 考查科学记数法.

【答案】 C

【说明】 本题取材于社会热点问题，要求学生会把一个大数表示成  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数.

C:

例 4 设  $n$  为正整数，且  $n < \sqrt{65} < n+1$ ，则  $n$  的值为（ ）

- A. 5      B. 6      C. 7      D. 8

【考查目的】 考查算术平方根的概念及用有理数估计无理数的大致范围.

【答案】 D

【说明】 本题要求具有一定的数感，会选择合适的方法进行估算并比较一个无理数与一个有理数的大小.

例 5 先化简，再求值： $(\frac{a^2}{a-1} + \frac{1}{1-a}) \cdot \frac{1}{a}$ ，其中  $a = -\frac{1}{2}$ .

【考查目的】 考查分式的运算和求代数式的值.

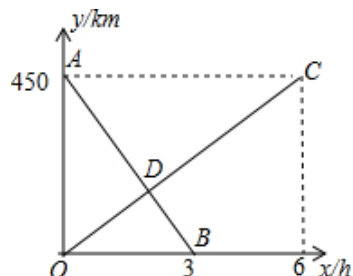
【答案】  $\frac{a+1}{a}$ ， $-1$ .



【说明】 本题要求能运用因式分解和分式的有关知识解决问题，并具备一定的运算能力.

D:

例 6 一列快车由甲地开往乙地，一列慢车由乙地开往甲地，两车同时出发，匀速运动. 快车离乙地的路程  $y_1$  (km) 与行驶的时间  $x$  (h) 之间的函数关系，如图中线段 AB 所示. 慢车离乙地的路程  $y_2$  (km) 与行驶的时间  $x$  (h) 之间的函数关系，如图中线段 OC 所示. 根据图象进行以下探究.



解读信息:

- (1) 甲、乙两地之间的距离为\_\_\_\_\_ km;
- (2) 线段 AB 的解析式为\_\_\_\_\_;
- 线段 OC 的解析式为\_\_\_\_\_;

问题解决:

(3) 设快、慢车之间的距离为  $y$  (km)，请直接写出  $y$  与行驶时间  $x$  (h) 的函数关系式.

【考查目的】 考查一次函数相关知识，利用函数图象解决问题.

【答案】 (1) 450;

(2)  $y_1 = 450 - 150x$  ( $0 \leq x \leq 3$ );  $y_2 = 75x$  ( $0 \leq x \leq 6$ );

$$(3) y = \begin{cases} 450 - 225x & (0 \leq x < 2) \\ 225x - 450 & (2 \leq x \leq 3) \\ 75x & (3 < x \leq 6) \end{cases}$$

【说明】 本题第 (1) 问要求在理解函数及自变量意义的基础上，能将函数图象提供的信息与现实情境对接；第 (2) 问要求会根据两点坐标用待定系数法求一次函数解析式，并注意自变量的取值范围；第 (3) 问需要根据前面提供的信息分三种不同情形分析两车之间的距离与慢车行驶的时间之间的变化关系.

例 7 如图，二次函数  $y = ax^2 + bx$  的图象经过点 A(2,4) 与 B(6,0).

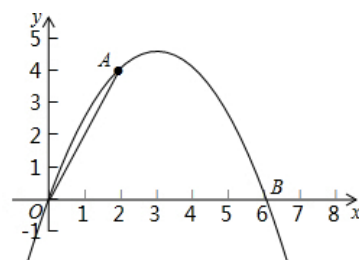
- (1) 求  $a$ ,  $b$  的值;

(2) 点 C 是该二次函数图象上 A、B 两点之间

的一动点，横坐标为  $x$  ( $2 < x < 6$ )。写出

四边形 OACB 的面积  $S$  关于点 C 的横坐标  $x$  的函数表达式，并求  $S$  的最大值。

【考查目的】考查二次函数相关知识、待定系数法、割补法、数形结合思想，考查解决问题能力。



【答案】(1)  $\begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 3 \end{cases}$ .

(2)  $S = -x^2 + 8x$ , 16.

【说明】本题第(1)问要求会用待定系数法求  $a$ 、 $b$  的值，第(2)问要求根据图形采用合适方法表示出面积  $S$  与  $x$  的函数关系，再利用二次函数的知识求出最大值。

## 2. 图形与几何

A:

例 8 下面四个手机应用图标中是轴对称图形的是 ( )



A.



B.



C.



D.

【考查目的】考查中心对称图形和轴对称图形的概念。

【答案】D

【说明】本题要求知道轴对称图形和中心对称图形的特征，对各选项进行逐一分析得出答案。

例 9 如图，点 A ( $t$ , 3) 在第一象限，OA 与  $x$  轴所夹的

锐角为  $\alpha$ ， $\tan \alpha = \frac{3}{2}$ ，则  $t$  的值是 ( )

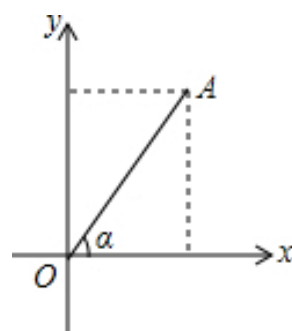
A. 1

B. 1.5

C. 2

D. 3

【考查目的】考查锐角三角函数的定义。



【答案】 C

【说明】 本题要求知道正切为对边比邻边.

B:

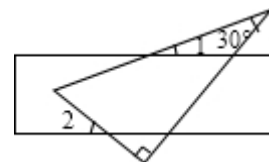
例 10 直角三角板和直尺如图放置, 若  $\angle 1=20^\circ$ , 则  $\angle 2$  的度数为 ( )

- A.  $60^\circ$       B.  $50^\circ$       C.  $40^\circ$       D.  $30^\circ$

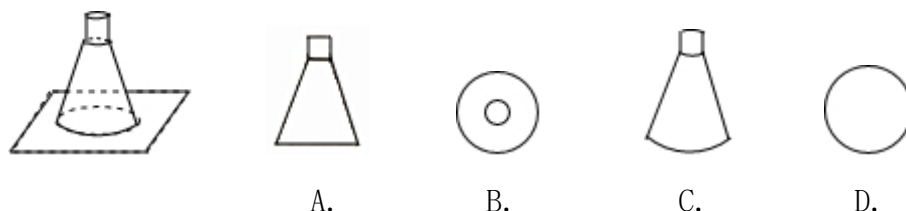
【考查目的】 主要考查平行线的性质、三角形内角和定理.

【答案】 C

【说明】 本题要求会根据平行线得到相关角之间的关系.



例 11 如图, 一个放置在水平实验台上的锥形瓶, 它的俯视图为 ( )



【考查目的】 考查简单几何体的三视图.

【答案】 B

【说明】 本题要求能识别简单几何体主视图、俯视图和左视图.

例 12 如图, D 是  $\triangle ABC$  内一点,  $BD \perp CD$ ,  $AD=6$ ,  $BD=4$ ,  $CD=3$ ,

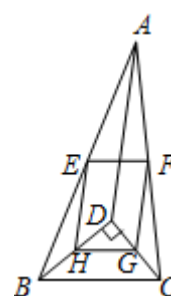
E、F、G、H 分别是 AB、AC、CD、BD 的中点, 则四边形 EFGH 的周长是 ( )

- A. 7      B. 9      C. 10      D. 11

【考查目的】 主要考查勾股定理及三角形中位线的性质.

【答案】 D

【说明】 本题要求利用三角形的中位线的性质, 寻求四边形 EFGH 的四边与已知线段之间的关系, 要有一定的空间观念, 能从较复杂的图形中分解出一些基本的几何图形.



C:

例 13 如图，在矩形 ABCD 中，AB=5，AD=3，动点 P 满足  $S_{\triangle PAB} = \frac{1}{3} S_{\text{矩形 ABCD}}$ ，则点 P

到 A、B 两点距离之和 PA+PB 的最小值为（ ）

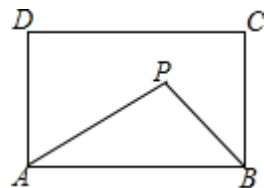
- A.  $\sqrt{29}$     B.  $\sqrt{34}$     C.  $5\sqrt{2}$     D.  $\sqrt{41}$

【考查目的】 主要考查轴对称、三角形的三边关系、勾股定理等知识，考查学生的推理能力和创新意识.

【答案】 D

【说明】 解决本题的关键是能利用条件  $S_{\triangle PAB} = \frac{1}{3} S_{\text{矩形 ABCD}}$ ，推理得出动点 P 在与 AB

平行且与 AB 的距离等于 2 的两条直线上，从而将问题转化为在直线上找出一点到两个定点的距离和最小的问题，再通过对称变换和三角形三边关系解决问题.



例 14 如图，在等腰直角 $\triangle ABC$  中， $\angle C=90^\circ$ ，点 M 是 AB 的中点，点 D、E 分别是 AC、BC 上一点，且 $\angle DME=45^\circ$ ，连接 DE.

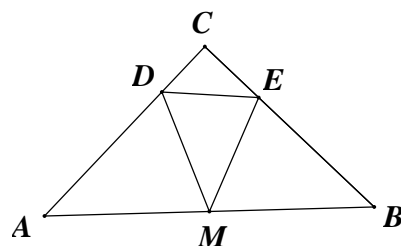
(1) 请写出图中的一对相似三角形并证明；

(2) 如果  $AB=4\sqrt{2}$ ， $AD=3$ ，求 DE 的长.

【考查目的】 主要考查相似三角形的判定及性质、勾股定理、等腰直角三角形的性质等知识，考查解决问题的能力.

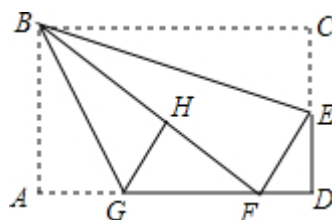
【答案】 (1) 略 (2)  $\frac{5}{3}$

【说明】 本题第 (1) 问要求能根据相似三角形的判定定理找出  $\triangle AMD \sim \triangle BEM$ ，解决第 (2) 问时可利用相似三角形的性质求出 BE 的长，再利用勾股定理求 DE 长. 本题对空间观念、推理能力要求较高.



例 15 如图，在矩形纸片 ABCD 中，AB=6，BC=10，点 E 在 CD 上，将 $\triangle BCE$  沿 BE 折叠，点 C 恰落在边 AD 上的点 F 处；点 G 在 AF 上，将 $\triangle ABG$  沿 BG 折叠，点 A 恰落在线段 BF 上的点 H 处，有下列结论：

- ①  $\angle EBG=45^\circ$ ；②  $\triangle DEF \sim \triangle ABG$ ；③  $S_{\triangle ABG} = \frac{3}{2} S_{\triangle FGH}$ ；  
④  $AG+DF=FG$ .



其中正确的是 ( )

- A. ①②④ B. ①③④ C. ①④ D. ②③

【考查目的】 考查矩形的性质、相似三角形的判定、勾股定理及折叠的特征，考查运算能力和推理论证能力.

【答案】 B

【说明】 本题根据折叠特征和勾股定理可计算出  $AF=8$ ,  $DF=2$ ,  $ED=\frac{8}{3}$ ,  $AG=GH=3$ ,  $GF=5$ , 通过计算对①、④进行判断; 由于  $\angle A=\angle D$  和  $\frac{AB}{DE} \neq \frac{AG}{DF}$ , 可判断  $\triangle ABG$  与  $\triangle DEF$  不相似, 则可对②进行判断; 根据三角形面积公式可对③进行判断.

D:

例 16 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $\angle ABC=30^\circ$ , 将  $\triangle ABC$  绕顶点  $C$  顺时针旋转, 旋转角为  $\theta$  ( $0^\circ < \theta < 180^\circ$ ), 得到  $\triangle A_1B_1C$ .

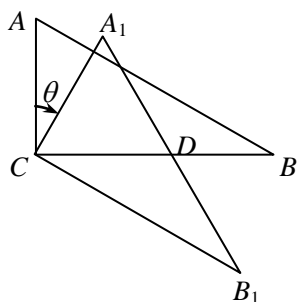


图 1

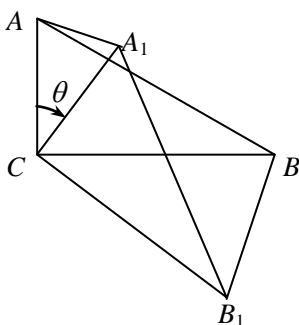


图 2

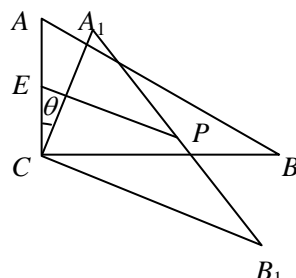


图 3

(1) 如图 1, 当  $AB \parallel CB_1$  时, 设  $A_1B_1$  与  $BC$  相交于点  $D$ . 求证:  $\triangle A_1CD$  是等边三角形;

(2) 如图 2, 连接  $AA_1$ 、 $BB_1$ , 设  $\triangle ACA_1$  和  $\triangle BCB_1$  的面积分别为  $S_1$ 、 $S_2$ . 求证:  $S_1 : S_2 = 1 : 3$ ;

(3) 如图 3, 设  $AC$  的中点为  $E$ ,  $A_1B_1$  的中点为  $P$ ,  $AC=a$ , 连接  $EP$ . 当  $\theta =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$  时,  $EP$  的长度最大, 最大值为 \_\_\_\_\_.

【考查目的】 考查等边三角形的判定、相似三角形的判定与性质、直角三角形的性质、三角形三边之间的关系等知识.

【答案】 (1) 略.

(2) 略.

(3)  $120^\circ$ ,  $\frac{3}{2}a$ .

【说明】本题以旋转为主线设置问题，考查综合运用几何知识解决问题能力，难点是发现在旋转的过程中点 E 和点 P 到旋转中心 C 的距离始终保持不变，这样就可根据三角形三边之间的关系求出 EP 的最大值.

例 17 如图 1，在四边形 ABCD 中，E、F 分别是 AB、CD 的中点，过点 E 作 AB 的垂线，过点 F 作 CD 的垂线，两垂线交于点 G，连接 GA、GB、GC、GD、EF，若  $\angle AGD = \angle BGC$ .

- (1) 求证：AD=BC；
- (2) 求证： $\triangle AGD \sim \triangle EGF$ ；
- (3) 如图 2，若 AD、BC 所在直线互相垂直，求  $\frac{AD}{EF}$  的值.

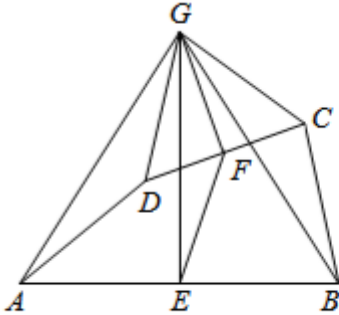


图 1

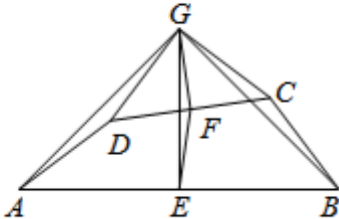


图 2

【考查目的】考查线段垂直平分线、等腰三角形、全等三角形、相似三角形的性质和特殊角三角函数值等知识，考查空间观念与推理能力.

【答案】(1) 略. (2) 略. (3)  $\sqrt{2}$

【说明】本题以四边形为基础，设计了三个问题，第 (1) 题证明线段相等，考查利用边角边判定三角形全等；第 (2) 题考查三角形相似， $\triangle EGF$  可以看作由  $\triangle AGD$  经复合变换（旋转、位似）得到；第 (3) 题是第 (1)、(2) 题的特殊化， $\triangle GBC$  可以看作由  $\triangle GAD$  绕点 G 逆时针旋转  $\angle AGB$  得到，当 AD、BC 所在直线互相垂直时，因为 AD、BC 是对应边，故旋转角为 AD 与 BC 的夹角，即  $90^\circ$ . 第 (3) 题是压轴题的难点和精彩所在，解法多样. 可由第 (2) 问入手求解，也可直接构图求解，对思维能力的要求较高.

### 3. 统计与概率

A:

例 18 下列事件中适合采用抽样调查的是 ( )

- A. 对乘坐飞机的乘客进行安检
- B. 学校招聘教师, 对应聘人员进行面试
- C. 对“天宫 2 号”零部件的检查
- D. 对端午节期间市面上粽子质量情况的调查

【考查目的】 考查全面调查和抽样调查.

【答案】 D

【说明】 本题要求能根据实际情况识别抽样调查适合的场合.

B:

例 19 某校将举办一场“中国汉字听写大赛”, 要求各班推选一名同学参加比赛. 为此, 九年级(1)班组织了五轮班级选拔赛, 在这五轮选拔赛中, 甲、乙两位同学的平均分都是 96 分, 甲的成绩的方差是 0.2, 乙的成绩的方差是 0.8, 根据以上数据, 下列说法正确的是 ( )

- A、甲的成绩比乙的成绩稳定
- B、乙的成绩比甲的成绩稳定
- C、甲、乙两人的成绩一样稳定
- D、无法确定甲、乙的成绩谁更稳定

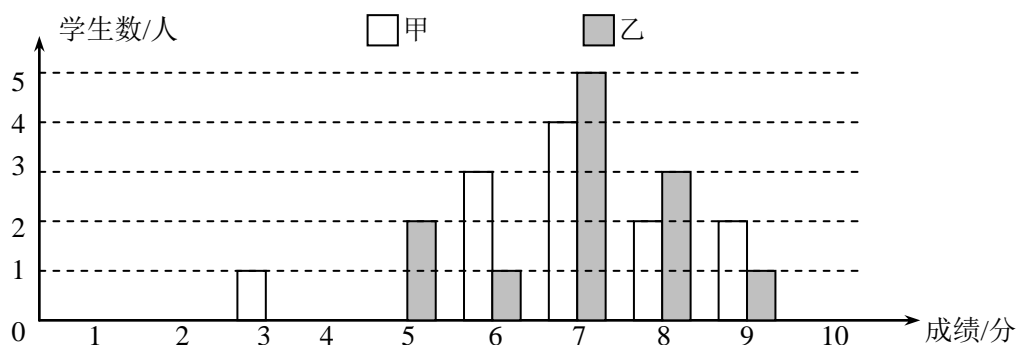
【考查目的】 主要考查方差的意义

【答案】 A

【说明】 方差是描述一组数据离散程度的一个特征数, 由于甲、乙两位同学五轮选拔赛成绩的平均数相同, 因此, 比较他们成绩的稳定性就是比较成绩方差的大小, 方差越小, 成绩越稳定.

C:

例 20 一次学科测验, 学生得分均为整数, 满分为 10 分, 成绩达到 6 分以上(包括 6 分)为合格, 成绩达到 9 分为优秀. 这次测验甲、乙两组学生成绩分布的条形统计图如下:



(1) 请补充完成下面的成绩统计分析表：

	平均分	方差	中位数	合格率	优秀率
甲组	6.9	2.4		91.7%	16.7%
乙组		1.3		83.3%	8.3%

(2) 甲组学生说他们的合格率、优秀率均高于乙组，所以他们的成绩好于乙组。但乙组学生不同意甲组学生的说法，认为他们组的成绩要好于甲组。请你给出三条支持乙组学生观点的理由。

【考查目的】 考查运用平均数、方差、中位数等说明问题，考查数据分析观念。

【答案】 (1) 甲组：中位数 7； 乙组：平均数 7，中位数 7

(2) ①因为乙组学生的平均成绩高于甲组学生的平均成绩，所以乙组学生的成绩好于甲组；②因为甲乙两组学生成绩的平均分相差不大，而乙组学生的方差低于甲组学生的方差，说明乙组学生成绩的波动性比甲组小，所以乙组学生的成绩好于甲组；③因为乙组学生成绩的最低分高于甲组学生的最低分，所以乙组学生的成绩好于甲组。

(答案不唯一)

【说明】 解决本题的关键是通过条形统计图得到具体数据，然后根据平均数和中位数的意义计算出结果，然后根据表格的数据从多角度分析数据，阐明支持乙组学生观点的理由。

例 21 一袋中装有形状大小都相同的四个小球，每个小球上各标有一个数字，分别是 1，4，7，8。现规定从袋中任取一个小球，对应的数字作为一个两位数的个位数；然后将小球放回袋中并搅拌均匀，再任取一个小球，对应的数字作为这个两位数的十位数。

(1) 写出按上述规定得到所有可能的两位数；



(2) 从这些两位数中任取一个, 求其算术平方根大于 4 且小于 7 的概率.

【考查目的】 考查简单事件的概率计算.

【答案】 (1) 共有 16 种等可能的结果数, 它们是: 11, 41, 71, 81, 14, 44, 74, 84, 17, 47, 77, 87, 18, 48, 78, 88.

$$(2) \frac{3}{8}.$$

【说明】 本题要求学生能借助列表法或画树状图法列举出在这个事件中所有可能的结果, 以及指定事件发生的所有可能结果.

#### 4. 综合与实践

例 22 如图 1, 凸四边形  $ABCD$ , 如果点  $P$  满足  $\angle APD = \angle APB = \alpha$ ,  $\angle BPC = \angle CPD = \beta$ , 则称点  $P$  为四边形  $ABCD$  的一个半等角点.

(1) 在图 2 正方形  $ABCD$  内画一个半等角点  $P$ , 且满足  $\alpha \neq \beta$ ;

(2) 在图 3 四边形  $ABCD$  中画一个半等角点  $P$ , 保留画图痕迹 (不需要写画法).

(3) 若四边形  $ABCD$  有两个半等角点  $P_1, P_2$ , 如图 4, 请证明线段  $P_1P_2$  上任一点也是它的半等角点.

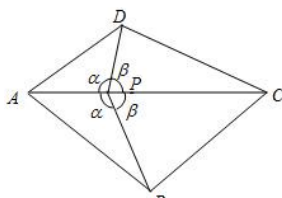


图 (1)

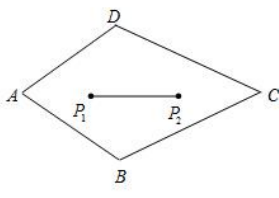


图 (2)

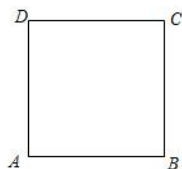


图 (3)

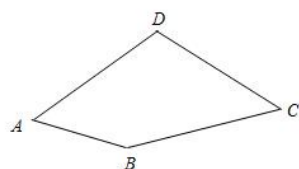


图 (4)

【考查目的】 主要考查三角形全等、轴对称图形等知识, 考查基本推理、画图和探究能力.

【答案】 略

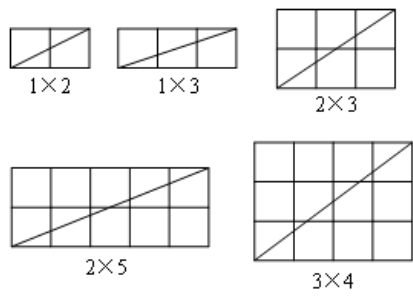
【说明】 本题创设了一个全新的问题情境——凸四边形内的“半等角点”, 既形象又抽象. 通过分层设问、题型复合, 将数学活动的探索性、综合性充分展示出来. 解决它不需要太多数学知识, 但对能力的要求较高, 需要分析问题、空间观念和推理论证等多种能力来完成.

#### (二) 数学思考

例 23 在由  $m \times n$  ( $m \times n > 1$ ) 个小正方形组成的矩形网格中, 研究它的一条对角线所穿过的小正方形个数  $f$ .

(1) 当  $m$ 、 $n$  互质 ( $m$ 、 $n$  除 1 外无其他公因数) 时, 观察下列图形并完成下表:

$m$	$n$	$m+n$	$f$
1	2	3	2
1	3	4	3
2	3	5	4
2	5	7	
3	4	7	

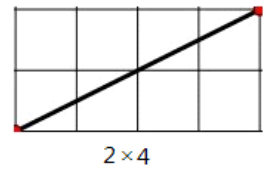


猜想: 当  $m$ 、 $n$  互质时, 在  $m \times n$  的矩形网格中, 一条对角线所穿过的小正方形的个数  $f$  与  $m$ 、 $n$  的关系式是\_\_\_\_\_ (不需要证明);


(2) 当  $m$ 、 $n$  不互质时, 请画图验证你猜想的关系式是否依然成立.


【考查目的】 考查合情推理能力.

【答案】 (1)  $6, 6, f = m + n - 1$ . (2) 当  $m$ 、 $n$  不互质时, 上述猜想不成立. 如图:



【说明】 本题以矩形网格为背景, 要求通过观察、归纳猜想出图中隐含的规律, 其中第(2)问要求通过反例来否定猜想.

例 24 在五环图案内, 分别填写五个数  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 、 $e$ , 如图, , 其中  $a$ 、 $b$ 、 $c$  是三个连续偶数 ( $a < b$ ),  $d$ 、 $e$  是两个连续奇数 ( $d < e$ ), 且满足  $a + b + c = d + e$ ,

例如 . 请你在 0 到 20 之间选择另一组符合条件的数填入下图:



【考查目的】 主要考查代数式、函数等知识, 考查推理能力.

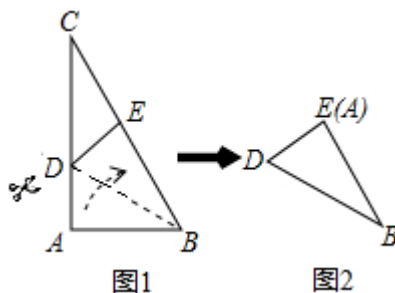
【答案】 略

【说明】 本题虽然可以用尝试的方法得出答案, 但不具有一般性. 从数学的角度

理性地思考可采用如下方法：设  $a$ 、 $b$ 、 $c$  分别是  $2x-2$ 、 $2x$ 、 $2x+2$ ， $d$ 、 $e$  分别是  $2y-1$ 、 $2y+1$ ，则有  $y = \frac{3}{2}x$ ，根据此关系及  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 、 $e$  为  $0 \sim 20$  间的整数，可快速地找到所有解。

### （三）问题解决

例 25 在三角形纸片  $ABC$  中， $\angle A = 90^\circ$ ， $\angle C = 30^\circ$ ， $AC = 30\text{cm}$ 。将该纸片沿过点  $B$  的直线折叠，使点  $A$  落在斜边  $BC$  上的一点  $E$  处，折痕记为  $BD$ （如图 1），剪去  $\triangle CDE$  后得到双层  $\triangle BDE$ （如图 2），再沿着边  $\triangle BDE$  某顶点的直线将双层三角形剪开，使得展开后的平面图形中有一个是平行四边形。则所得平行四边形的周长为\_\_\_\_\_cm。



【考查目的】 主要考查解直角三角形、轴对称、平行四边形等知识和分类讨论的思想方法，考查学生分析问题、解决问题的能力。

【答案】 40 或  $\frac{80\sqrt{3}}{3}$

【说明】 本题以折叠剪纸为背景，要求能综合运用数学知识和思想方法解决问题，具有一定的空间观念和较强的推理能力。

例 26 图 1 是某公共汽车线路收支差额  $y$ （票价总收入减去运营成本）与乘客量  $x$  的函数图象。目前这条线路亏损，为了扭亏，有关部门举行提高票价的听证会。

乘客代表认为：公交公司应节约能源，改善管理，降低运营成本，以此举实现扭亏。

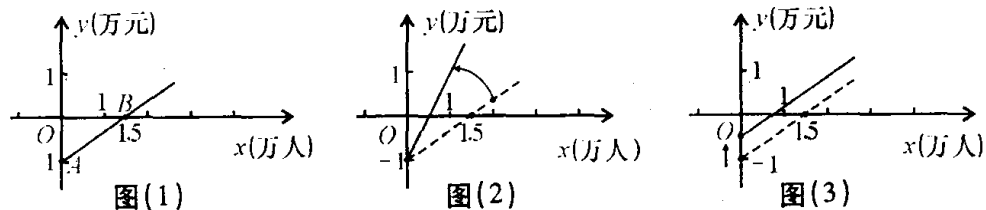
公交公司认为：运营成本难以下降，公司已尽力，提高票价才能扭亏。

根据这两种意见，可以把图 1 分别改画成图 2 和图 3，

（1）说明图 1 中点  $A$  和点  $B$  的实际意义：

（2）你认为图 2 和图 3 两个图象中，反映乘客意见的是\_\_\_\_\_，反映公交公司意见的是\_\_\_\_\_。

（3）如果公交公司采用适当提高票价又降低运营成本的办法实现扭亏为盈，请在图 1 中画出符合这种办法的  $y$  与  $x$  的大致函数关系图象。



第 22 题图

【考查目的】 主要考查一次函数的知识和从数学的角度理解实际问题的能力.

【答案】 略

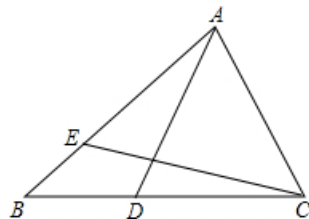
【说明】 本题把实际问题转化为函数图象问题, 理解函数图象上点的实际意义和“运营成本”“提高票价”的图象意义是解决问题的关键, 要求能用函数的观点来理解实际问题并解决它.

例27 如图, D、E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 BC 和 AB 上的点,  $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACD$ 的周长相等,  $\triangle CAE$ 与 $\triangle CBE$ 的周长相等. 设  $BC=a$ ,  $AC=b$ ,  $AB=c$ .

(1) 求 AE 和 BD 的长;

(2) 若  $\angle BAC=90^\circ$ ,  $\triangle ABC$  的面积为 S,

求证:  $S=AE \cdot BD$ .

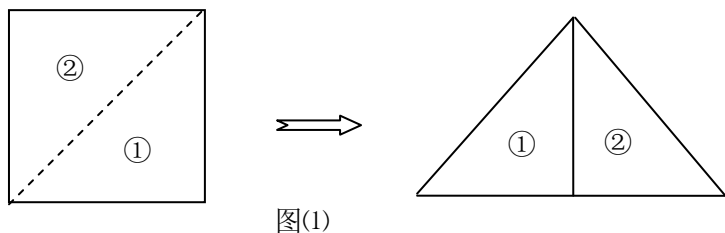


【考查目的】 主要考查代数式的运算、勾股定理, 考查用代数方法解决问题的能力 and 运算能力.

【答案】 (1)  $\frac{a+c-b}{2}$ ;  $\frac{a+b-c}{2}$ . (2) 略.

【说明】 本题的第 (1) 问可根据线段的关系或列方程求解, 它是解答第 (2) 问的基础. 第 (2) 问需通过代数运算和勾股定理得出结论, 突出对解决问题方法的考查.

例 28 正方形通过剪切可以拼成三角形. 方法如图(1)所示:



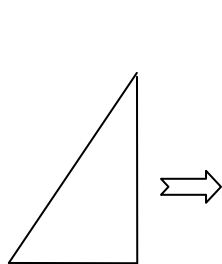
图(1)

仿上面图示的方法, 回答下列问题:

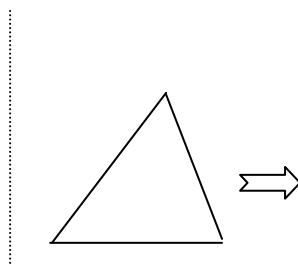
**操作设计：**

(1)如图(2)，对直角三角形，设计一种方案，将它分成若干块，再拼成一个与原三角形等面积的矩形.

(2)如图(3)，对于任意三角形，设计一种方案，将它分成若干块，再拼成一个与原三角形等面积的矩形.



图(2)



图(3)

**【考查目的】** 主要考查三角形全等、中位线等知识和化归的数学思想方法，考查运用数学知识解决问题的能力和空间观念.

**【答案】** 略

**【说明】** 本题第（1）问是特殊情况，其分割方法对解决第（2）问有启迪，如能较好地掌握化归方法，便可迅速发现第（2）问的解.

**（四）情感态度**

例 29 《九章算术》中有一道阐述“盈不足术”的问题，原文如下：

今有人共买物，人出八，盈三；人出七，不足四．问人数，物价各几何？

译文为：

现有一些人共同买一个物品，每人出 8 元，还盈余 3 元；每人出 7 元，则还差 4 元，问共有多少人？这个物品的价格是多少？

请解答上述问题.

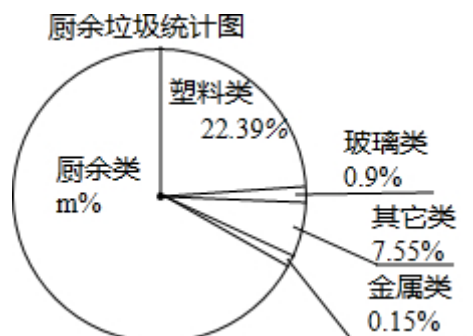
**【教育价值】** 弘扬中华文化，增强学生对中华优秀传统文化的认同感.

**【说明】** 本题取材于中国古代数学名著《九章算术》，在考查一元一次方程应用的同时，让学生了解中国古代数学名著，激发对中华优秀传统文化的热爱.

例 30 某市推行垃圾分类已经多年，但在厨余垃圾中除了厨余类垃圾还混杂着非厨余类垃圾. 如图是该市某一天收到的厨余垃圾的统计图.

(1) 试求出  $m$  的值.

(2) 该市这天共收到厨余垃圾约 200 吨, 请计算其中混杂的玻璃类垃圾的吨数.



【教育价值】 爱护环境, 提高垃圾分类意识.

【说明】 本题考查了扇形统计图的识别与计算, 解题的关键是从统计图中获取解题所需要的信息.

## 五、考试的形式与试卷结构

### 1. 考试形式

考试采用闭卷笔试形式, 考试时间 120 分钟. 试卷卷面满分为 150 分.

### 2. 试卷结构

#### (1) 内容分布.

数与代数内容约占 50%,

图形与几何内容约占 38%,

统计与概率内容约占 12%.

#### (2) 难易程度.

试卷由较容易题、中等难度题和较难题组成, 总体难度适中.

了解水平的试题约占 30%,

理解水平的试题约占 40%,

掌握水平的试题约占 20%,

运用水平的试题约占 10%.

#### (3) 试题类型分布.

试题分选择题、填空题和解答题三种题型.

选择题是四选一型的单项选择题; 填空题只要求直接填写结果, 不必写出计算过程或推证过程; 解答题包括计算题、证明题、应用题以及探索性、开放性试题等.

三种题型的分布比例为:

选择题占  $25\% \pm 5\%$ ,

填空题占  $15\% \pm 5\%$ ,

解答题占  $60\% \pm 5\%$ .