**几何压轴题**

**1昌平**

28. 如图，在正方形*ABCD*中，*E*为*AB*边上一点，连接*DE*，将△*ADE*绕点*D*逆时针旋转90°得到△*CDF*，作点*F*关于*CD*的对称点，记为点*G*，连接*DG*.

（1）依题意在图1中补全图形；

（2）连接*BD*，*EG*，判断*BD*与*EG*的位置关系并在图2中加以证明；

（3）当点*E*为线段*AB*的中点时，直接写出∠*EDG*的正切值.





**2朝阳**

28.在△*ABC*中，∠*ACB*=90°，以*AB*为斜边作等腰直角三角形*ABD*，且点*D*与点*C*在直线*AB*的两侧，连接*CD*．

(1) 如图1，若∠*ABC*=30°，则∠*CAD*的度数为 ．

(2)已知*AC*=1，*BC*=3.

①依题意将图2补全；

②求*CD*的长；

小聪通过观察、实验、提出猜想，与同学们进行交流，通过讨论，形成了求*CD*长的几种想法：

想法1:延长*CB*，在*CB*延长线上截取*BE*=*AC*，连接*DE*.要求*CD*的长，需证明

△*ACD*≌△*BED*，△*CDE*为等腰直角三角形.

想法2:过点*D*作*DH*⊥*BC*于点*H*，*DG*⊥*CA*，交*CA*的延长线于点*G*，要求*CD*的长，需证明△*BDH*≌△*ADG*，△*CHD*为等腰直角三角形.

……

请参考上面的想法，帮助小聪求出*CD*的长（一种方法即可）.

(3)用等式表示线段*AC*，*BC*，*CD*之间的数量关系（直接写出即可）．

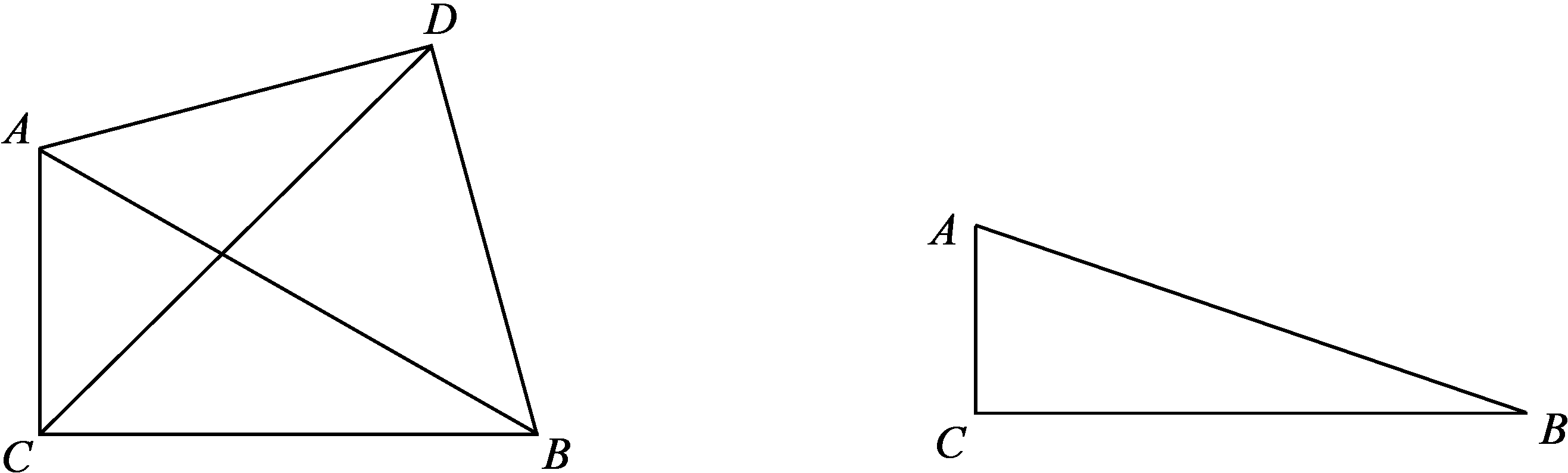


图2

图1

**3东城**

28. 取一张正方形的纸片进行折叠，具体操作过程如下：

**第一步**：如图1，先把正方形*ABCD*对折，折痕为*MN*；

**第二步**：点*G*在线段*MD*上，将△*GCD*沿*GC*翻折，点*D*恰好落在*MN*上，记为点*P*，连接*BP*.



图1

（1）判断△*PBC*的形状，并说明理由；

（2）作点*C*关于直线*AP*的对称点*C*′，连*PC′*，*D C′*，

①在图2中补全图形，并求出∠*APC′*的度数；

②猜想∠*PC′D*的度数，并加以证明.

（温馨提示：当你遇到困难时，不妨连接*A C′*，*C C′*，研究图形中特殊的三角形）



图2

**4房山**

28. 在Rt△*ABC*中，∠*ACB=*90°，*AC=BC=*2，点*P*为*BC*边上的一个动点（不与*B*、*C*重合）. 点*P*关于直线*AC*、*AB*的对称点分别为*M*、*N*，连结*MN*交*AB*于点*F*，交*AC*于点*E*.

（1）当点*P*为*BC*的中点时，求∠*M*的正切值；

（2）当点*P*在线段*BC*上运动（不与*B*、*C*重合）时，连接*AM*、*AN*，求证：

① △*AMN*为等腰直角三角形；②△*AEF*∽△*BAM .*



**5丰台**

28．已知正方形*ABCD*，点*E*，*F*分别在射线*AB*，射线*BC*上，*AE*=*BF*，*DE*与*AF*交于点*O*.

（1）如图1，当点*E*，*F*分别在线段*AB*，*BC*上时，则线段*DE*与*AF*的数量关系是 ，位置关系是 .

（2）如图2，当点*E*在线段*AB*延长线上时，将线段*AE*沿*AF*进行平移至*FG*，连接*DG*.

①依题意将图2补全；

②小亮通过观察、实验提出猜想：在点*E*运动的过程中，始终有.

小亮把这个猜想与同学们进行交流，通过讨论，形成了证明该猜想的几种想法：

想法1：连接*EG*，要证明，只需证四边形*FAEG*是平行四边形及△*DGE*是等腰直角三角形.

想法2：延长*AD*，*GF*交于点*H*，要证明，只需证△*DGH*是直角三角形.



图1 图2

请你参考上面的想法，帮助小亮证明.（一种方法即可）

**6海淀**

28．在锐角△*ABC*中，*AB=AC*，*AD*为*BC*边上的高，*E*为*AC*中点．

（1）如图1，过点*C*作*CF*⊥*AB*于*F*点，连接*EF*．若∠*BAD*=20°，求∠*AFE*的度数；

（2）若*M*为线段*BD*上的动点（点*M*与点*D*不重合），过点*C*作*CN*⊥*AM*于*N*点，射线*EN*，*AB*交于*P*点．

①依题意将图2补全；

②小宇通过观察、实验，提出猜想：在点*M*运动的过程中，始终有∠*APE*=2∠*MAD*．

小宇把这个猜想与同学们进行讨论，形成了证明该猜想的几种想法：

想法1：连接*DE*，要证∠*APE*=2∠*MAD*，只需证∠*PED*=2∠*MAD*．

想法2：设∠*MAD*=*α*，∠*DAC*=*β*，只需用*α*，*β*表示出∠*PEC*，通过角度计算得∠*APE*=2*α*．

想法3：在*NE*上取点*Q*，使∠*NAQ*=2∠*MAD*，要证∠*APE*=2∠*MAD*，只需证

△*NAQ*∽△*APQ*．

……

请你参考上面的想法，帮助小宇证明∠*APE* =2∠*MAD*．（一种方法即可）

图1 图2

**7怀柔**

28．在△ABN中，∠B =90°，点M是AB上的动点（不与A,B两点重合），点C是BN延长线上的动点（不与点N重合），且AM=BC，CN=BM，连接CM与AN交于点P.

（1）在图1中依题意补全图形;

备用图



图1



（2）小伟通过观察、实验，提出猜想:在点M，N运动的过程中，始终有∠APM=45°. 小伟把这个猜想与同学们进行交流，通过讨论，形成了证明该猜想的一种思路: 要想解决这个问题，首先应想办法移动部分等线段构造全等三角形，证明线段相等，再构造平行四边形，证明线段相等，进而证明等腰直角三角形，出现45°的角，再通过平行四边形对边平行的性质，证明∠APM=45°.

他们的一种作法是：过点M在AB下方作MDAB于点M,并且使MD=CN.通过证明△AMD△CBM,得到AD=CM,再连接DN，证明四边形CMDN是平行四边形，得到DN=CM，进而证明△ADN是等腰直角三角形，得到∠DNA=45°.又由四边形CMDN是平行四边形，推得∠APM=45°.使问题得以解决.

请你参考上面同学的思路，用另一种方法证明∠APM=45°.

**8石景山**

28．已知在中，，，点为射线上一点（与点不重合），过点作⊥于点，且（点与点在射线同侧），连接，．

（1）如图，当点在线段上时，请直接写出的度数.

（2）当点在线段的延长线上时，依题意在图中补全图形并判断（1）中结论是否成立？若成立，请证明；若不成立，请说明理由．

（3）在（1）的条件下，与相交于点，若，直接写出的最大值．





图1 图2 备用图

**9顺义**

28．在△*ABC*中，*AB=AC*，*D*为线段*BC*上一点，*DB=DA*，*E*为射线*AD*上一点，且*AE=CD*，连接*BE*．

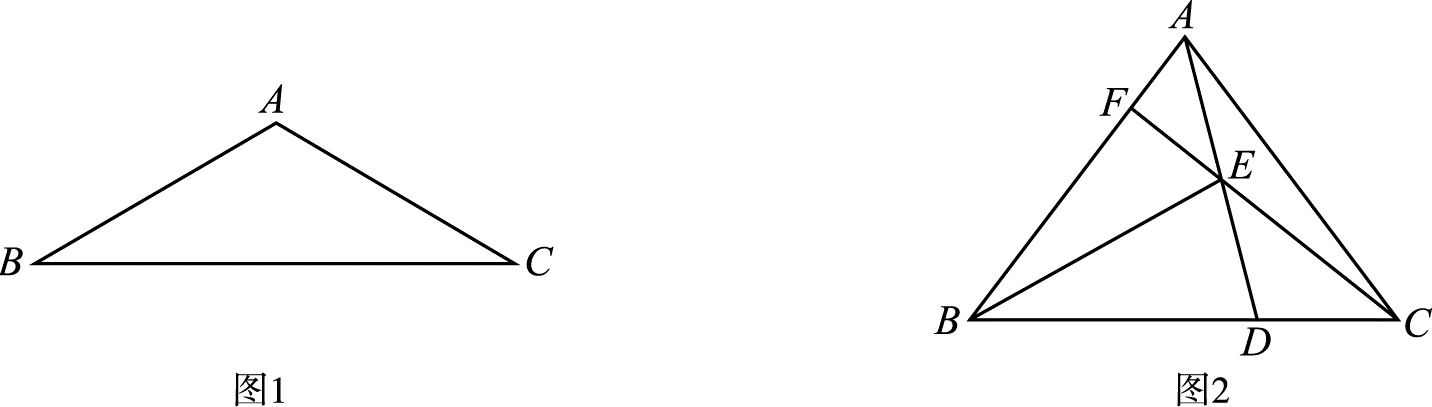
（1）如图1，若∠*B=*30°，*AC*=，请补全图形并求*DE*的长；

（2）如图2，若*BE=*2*CD*，连接*CE*并延长，交*AB*于点*F*，小明通过观察、实验提出猜想：*CE=*2*EF*．小明把这个猜想与同学们进行交流，通过讨论，形成了证明该猜想的几种想法：

想法1：过*A*作*AM*∥*BC*交*CF*的延长线于点*M*，先证出△*ABE*≌△*CAD*，再证出△*AEM*是等腰三角形即可；

想法2：过*D*作*DN*∥*AB*交*CE*于点*N*，先证出△*ABE*≌△*CAD*，再证点*N*为线段*CE*的中点即可．

请你参考上面的想法，帮助小明证明*CE=*2*EF*．（一种方法即可）



**10通州**

28．在△*ABC*中，*AB*=*BC*，∠*ABC*=90°. 以*AB*为斜边作等腰直角三角形*ADB*. 点*P*是直线*DB*上一个动点，连接*AP*，作*PE*⊥*AP*交*BC*所在的直线于点*E*.

（1）如图1，点*P*在*BD*的延长线上，*PE*⊥*EC*，*AD*=1，直接写出*PE*的长；

（2）点*P*在线段*BD*上（不与*B*，*D*重合），依题意，将图2补全，求证*PA*=*PE*；

（3）点*P*在*DB*的延长线上，依题意，将图3补全，并判断*PA*=*PE*是否仍然成立.



图1 图2



图3

**11西城**

28．△*ABC*是等边三角形，以点*C*为旋转中心，将线段*CA*顺时针方向旋转60°得到线段*CD*， 连接*BD*交*AC*于点*O*．

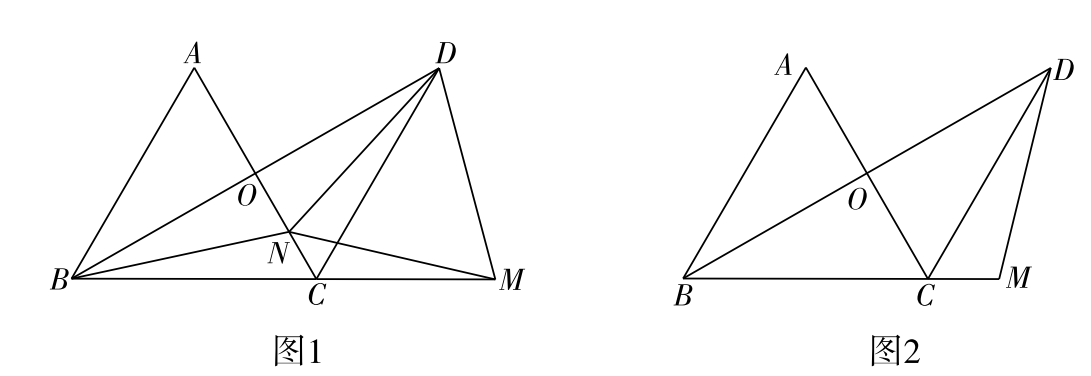
（1）如图1，

① 求证：*AC*垂直平分*BD*；

② 点*M*在*BC*的延长线上，点*N*在线段*CO*上，且*ND*=*NM*，连接*BN*，判断△*MND*的形状，并加以证明；

（2）如图2，点*M*在*BC*的延长线上，点*N*在线段*AO*上，且*ND*=*NM*，补全图2．

求证： *NA* = *MC*．



**2017二模28题汇编答案（几何压轴）**

**1昌平**

28.

（1）依题意补全图形如图1：



………………………………………… 2分

（2）判断： *BD*⊥*EG*. ………………… 3分

证明：如图2，*BD，EG*交于*M*，

∵正方形*ABCD*，∴*AB*=*BC*，∠*DAE=*∠*DCB* =90°

由旋转可得△*ADE*≌△*CDF*，*DE*=*DF*，*AE*=*CF*

∴∠*DCF =* ∠*DAE* =∠*DCB* =90° ∴点B，C，F在一条直线上.

∵点*G*与点*F*关于*CD*的对称

∴△*DCG*≌△*DCF*，*DG*=*DF*，*CG*=*CF*

∴*DE=DG*，*AE=CG*

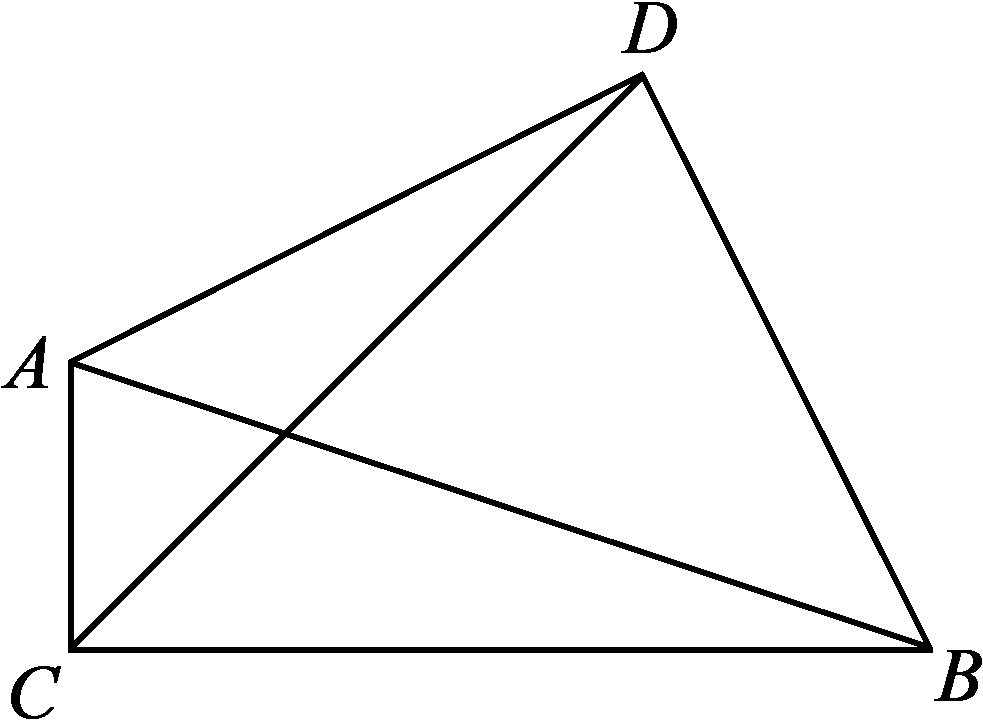
∴BE=BG ………………………………………………… 4分

∴*BD*⊥*EG*于*M*. …………………………………………………… 5分

（3）∠*EDG*的正切值为**.………………………………………………… 7分

**2朝阳**

28．解：（1）105°.

（2）①补全图形，如图所示.

②想法1：

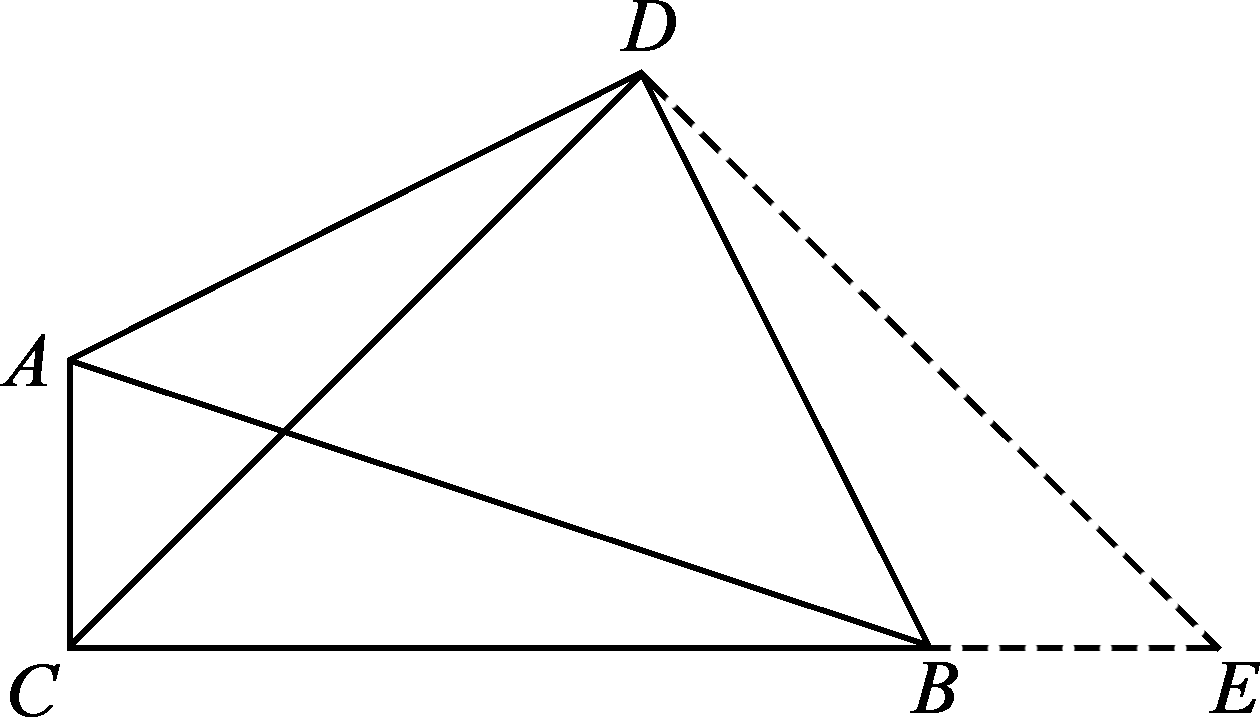
如图，

∵∠*ACB*=∠*ADB* =90°，

∴∠*CAD*+∠*CBD*==180°.

∵∠*DBE*+∠*CBD*==180°，

∴∠*CAD*=∠*DBE*.

 ∵*DA=DB*，*AC*=*BE*，

∴△*ACD*≌△*BED*．

∴*DC*=*DE*，∠*ADC*=∠*BDE*.

∴∠*CDE* =90°.

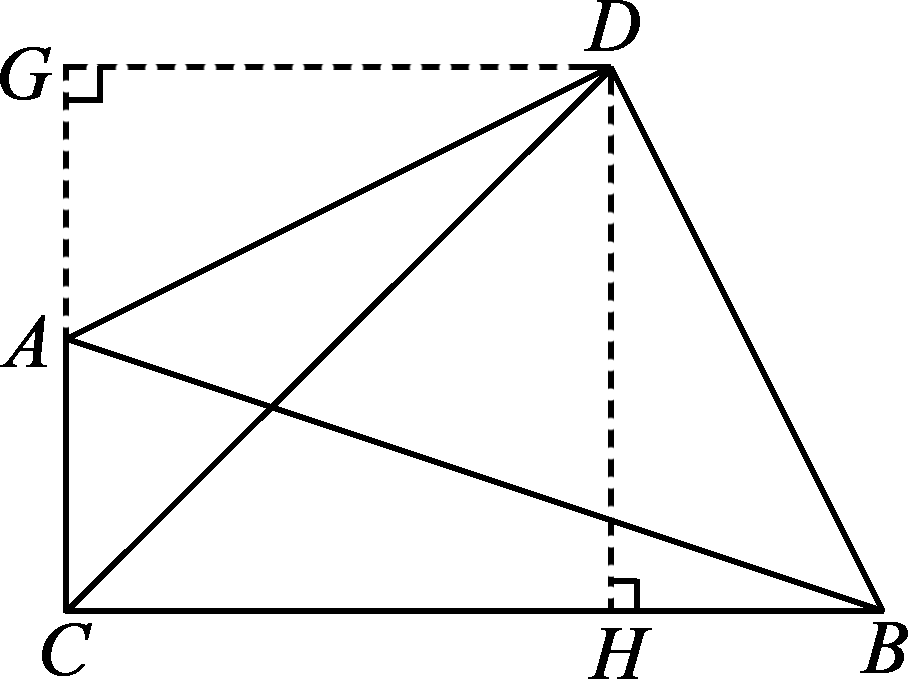
∴△*CDE*为等腰直角三角形.

∵*AC*=1，*BC*=3,

∴*CE*=4.

∴*CD*=.

想法2：

如图，

∵∠*ACB*=∠*ADB* =90°，

∴∠*CAD*+∠*CBD*==180°.

∵∠*DAG*+∠*CAD*==180°，

∴∠*CBD*=∠*DAG*.

∵*DA*=*DB*，∠*DGA*=∠*DHB*=90°，

∴△*BDH*≌△*ADG*．

∴*DH*=*DG*，*BH*=*AG*.

∴∠*DCH*=∠*DCG*=45°.

∴△*CHD*为等腰直角三角形.

∵*AC*=1，*BC*=3，

∴*CH*=2.

∴*CD*=.

（3）.

**3东城**

28.（1）△*PBC*是等边三角形.

证明：在正方形*ABCD*中，*BC=CD*，

又*CD=CP*，

∴*BC=CP*，

∵*P*在*MN*上，

∴*PB=PC*.

∴*PB=BC=PC*.

∴△*PBC*是等边三角形.

…………2分

（2）①补全图形如图所示.

由*BA*=*BP*，∠*CBP*=60°，

可求得∠*APB*=75°,又∠*BPC*=60°，可得∠*APC*=135°.

根据对称性，∠*APC*=∠*APC*’=135°.

②证法一：

连*AC*’，*CC*’.

由①可得∠*CPC*’=90°.

由对称性可知*PC*=*PC*’，从而可求得*AC*=*AC*’=*CC*’=*AB*.

从而△*ACC*’为等边三角形；

由*AC*’=*CC*’，*DA*=*DC*，*C*’*D*=*C*’*D*，

可证△*AC*’*D*≌△*CC*’*D*，

可得∠*AC*’*D*=∠*CC*’*D*=30°.

根据对称性

∠*AC*’*C*=∠*ACC*’， ∠*PC*’*C*=∠*PCC*’，

从而∠*AC*’*P*=∠*ACP*，

由△*ABC*为等腰直角三角形，可得∠*ACB*=45°，

由△*PBC*为等边三角形，可得∠*BCP*=60°，

从而∠*ACP*=∠*AC*’*P*=15°.

所以∠*PC*’*D*=∠*AC*’*D*﹣∠*AC*’*P*=15°. …………8分

证法二：

连*AC*’，*CC*’.

由*BA*=*BP*，∠*CBP*=60°，可求得∠*APB*=75°,

又∠*BAC*=45°，可得∠*CAP*=30°.

根据对称性，∠*CAP*=∠*C*’*AP*=30°,从而∠*CA*C’=60°；

由对称性可知

*AC*=*AC*’，从而△*ACC*’为等边三角形；

以下同证法一.

**4房山**

28. 解：（1）连接*NB*， ……………………1分

∵在Rt△*ABC*中，∠*ACB=*90°，*AC=BC*

∴∠*CAB =*∠*CBA =*45°*=*∠*PBA*

∵点*P*关于直线*AB*的对称点为*N*，关于直线*AC*的对称点为*M*，

∴∠*NBA=*∠*PBA* =45°，*NB=PB*，*MC=PC* ……………………2分

∴∠*MBN =*∠*PBN* =90°

∵点*P*为*BC*的中点，*BC=*2

∴*MC=CP=PB=NB=*1，*MB=*3

∴tan∠*M=*……………………3分

(2) ①连接*AP*

∵点*P*关于直线*AC*、*AB*的对称点分别为*M*、*N*，

∴*AP*=*AM*=*AN*，∠1=∠2，∠3=∠4 ……………………4分

 ∵∠*CAB =*∠2+∠3 *=*45°

∴∠*MAN=*90°

∴△*AMN*为等腰直角三角形 ……………………5分

②∵△*AMN*为等腰直角三角形

∴∠5 *=*45°

∴∠*AEF =*∠5+∠1 *=*45°+∠1

∵∠*EAF=*∠*CAB =*45°

∴∠*BAM =*∠*EAF* +∠1 *=*45°+∠1

∴∠*AEF =*∠*BAM* ……………………6分

又∵∠*CBA=*∠*EAF=*45°

∴△*AEF*∽△*BAM* ……………………7分

**5丰台**

28.解：（1）相等，垂直．. ……………………………………………………………………………2分

（2）①依题意补全图形．.……………………………………………………………………3分

②法1：

证明：连接*GE*.

由平移可得*AE*=*FG*，*AE*∥*FG*，∴四边形*AEGF*是平行四边形. ……………………4分

∴*AF*=*EG*，*AF*∥*EG*，

∴∠1=∠2.

∵四边形*ABCD*是正方形，

∴*AD* = *AB*，∠*DAE*=∠*ABC=* 90°.

∵*AE*=*BF*，

∴△*AED*≌△*BFA*.

∴∠3=∠4，*AF* = *DE*.

∴*EG*=*DE*. …………………………………………………………………………………5分

∵∠2*+*∠4=90°，

∴∠1*+*∠3=90°，∴∠*DEG*=90°. ………………………………………………………6分

∴.

又 ∵，

∴.………………………………………………………………7分

法2：

证明：延长*AD*，*GF*交于点*H*，

由平移可得*AE*=*FG*，*AE*∥*FG*，

∴∠*H*+∠*DAB=* 180°

∵四边形*ABCD*是正方形，

∴∠*DAB=* 90°，*AD*=*DC*.

∴∠*H =* 90°. …………………………………………………………………………4分

∴.

∵∠*HDC=*∠*DCF=* 90°,

∴四边形*HDCF*是矩形.

∴*HF*=*DC*.

∴*HF*=*AD*.

∵*HG*=*FG*+*HF,*

∴*HG*=*AE*+*HF=AE+AD*. ………………………………………………………………5分

∵易证*BF=AH* 且*BF=AE*,

∴*HD*=*AE* –*AD*. ………………………………………………………………………6分

∴. …………………………7分

**6海淀**

28．（1）证明：∵*AB*=*AC*，*AD*为*BC*边上的高，∠*BAD*=20°，

 ∴∠*BAC*=2∠*BAD*=40°．　-------------------------------- 1分

∵*CF*⊥*AB*，

∴∠*AFC*=90°．

∵*E*为*AC*中点，

∴*EF*=*EA*=．

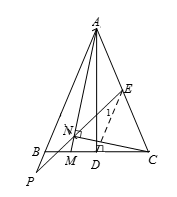
∴∠*AFE*=∠*BAC*=40°．　------------------------------------ 2分

（2）①



画出一种即可．　------------------------------------------------------------------- 3分

②证明：

想法1：连接*DE*．

∵*AB=AC*，*AD*为*BC*边上的高，

∴*D*为*BC*中点．

∵*E*为*AC*中点，

∴*ED*∥*AB*，

∴∠1=∠*APE*． ------------------- 4分

∵∠*ADC*=90°，*E*为*AC*中点，

∴．

同理可证．

∴*AE*=*NE*=*CE*=*DE*．

∴*A*，*N*，*D*，*C*在以点*E*为圆心，*AC*为直径的圆上． ----- 5分

∴∠1=2∠*MAD*． --------------------------------- 6分

∴∠*APE*=2∠*MAD*． ---------------------------------- 7分

**** 想法2：设∠*MAD*=*α*，∠*DAC*=*β*，

∵*CN*⊥*AM*，

∴∠*ANC*=90°．

∵*E*为*AC*中点，

∴．

∴∠*ANE*=∠*NAC*=∠*MAD*+∠*DAC*=*α*+*β*． ------------------- 4分

∴∠*NEC*=∠*ANE*+∠*NAC*=2*α*+2*β*． ---------- 5分

∵*AB*=*AC*，*AD*⊥*BC*，

∴∠*BAC*=2∠*DAC*=2*β*．

∴∠*APE*=∠*PEC*∠*BAC*=2*α*． -------------------- 6分

∴∠*APE*=2∠*MAD*． ------------------------------- 7分

想法3：在*NE*上取点*Q*，使∠*NAQ*=2∠*MAD*，连接*AQ*，

∴∠1=∠2．

∵*AB*=*AC*，*AD*⊥*BC*，

∴∠*BAD*=∠*CAD*．

∴∠*BAD*∠1=∠*CAD*∠2，

即∠3=∠4． --------------------------------- 4分

∴∠3+∠*NAQ*=∠4+∠*NAQ*，

即∠*PAQ*=∠*EAN*．

∵*CN*⊥*AM*，

∴∠*ANC*=90°．

∵*E*为*AC*中点，

∴．

∴∠*ANE*=∠*EAN*． --------------------------- 5分

∴∠*PAQ*=∠*ANE*．

∵∠*AQP*=∠*AQP*，

∴△*PAQ* ∽ △*ANQ*． --------------------------- 6分

∴∠*APE*=∠*NAQ*=2∠*MAD*． ------------------- 7分

**7怀柔**

28（1）在图1中依题意补全图形,如图1所示：…………………………1分

（2）证明：如图2，

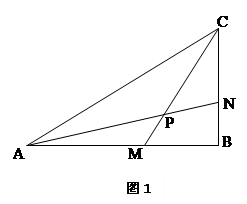


图2

过点A作ADAB于点A,并且使AD=CN.连接DM,DC. …………………………2分

∵AM=BC，∠DAM=∠MBC =90°，

∴△DAM△MBC. …………………………3分

∴DM=CM, ∠AMD=∠BCM. …………………………4分

∵∠DAM=90°.

∴∠AMD+∠BMC =90°.

∴∠DMC =90°.

∴∠MCD =45°. …………………………5分

∵AD∥CN,AD=CD,

∴四边形ADCN是平行四边形. …………………………6分

∴AN∥DC.

∵∠MCD =45°.

∴∠APM=45°. …………………………7分

（其它方法相应给分）

**8石景山**

28．解：（1）． ………… 1分

（2）补全图形，如图1所示．…………… 2分

结论成立．

证明： 连接如图2．

图1

 ∵在中，，，

∴ ．

∵，

∴．

∴．

∴． ……… 3分

又∵，

图2

∴． …………… 4分

∴．

∴． ……… 5分

∴是等腰直角三角形．

． ……………… 6分

（3）． ……… 7分

**9顺义**

28．（1）解：∵*DA=DB*，∠*ABC=*30°，

∴∠*BAD* = ∠*ABC =*30°．

∵*AB=AC*，

∴∠*C =*∠*ABC =*30°．

∴∠*BAC =*120°．

∴∠*CAD=*90°．………………………………………………………2分

∴*AD=AC*×tan30°*=*1，*AE=CD=*2*AD=*2，

∴*DE=AE*-*AD=*1．……………………………………………………3分

　（2）证明：如图，过*A*作*AG*∥*BC*，交*BF*延长线与点*G*，

∵*DB=DA*，*AB=AC*，

∴∠*BAD=*∠*ABC*，∠*ABC=*∠*ACB*．

∴∠*BAD=*∠*ACB*．

∵*AE=CD*，

∴△*ABE*≌△*CAD*．……………………4分

∴*BE=AD*．

∵*BE=*2*CD*，

∴*AD=*2*CD=*2*AE*．

∴*AE=DE*．

∵*AG*∥*BC*，

∴∠*G=*∠*DCE*，∠*GAE=*∠*CDE*．

∴△*AGE*≌△*DCE*．………………………………………5分

∴*EG=CE*，*AG=CD=AE*．

∴△*AGE*为等腰三角形．

∴∠*GAF=*∠*ABC=*∠*BAD*．

∴*F*为*GE*的中点． ………………………………………6分

∴*CE=EG=*2*EF*．…………………………………………7分

**10通州**

28.解：

（1）……………………..(1分)

（2）法①过*P*作*PM*⊥*BD*,交*AB*于*M*

法②过*P*作*PM*⊥*BC*于点*M*, 过P作*PN*⊥*AB*于点*N*

法③延长*AB*,在*AB*的延长线上截取*PM*=*PA*

法④过点*B*作*BM*⊥*BD*,截取*BM*=*BP*，连接*CM*.

法⑤连接*AE*,取*AE*中点*M*，连接*BM*，*PM*,四点共圆. …………..(5分)

（3）图正确，成立……………………..(7分)

**11西城**

28．证明：∵△*ABC*是等边三角形，

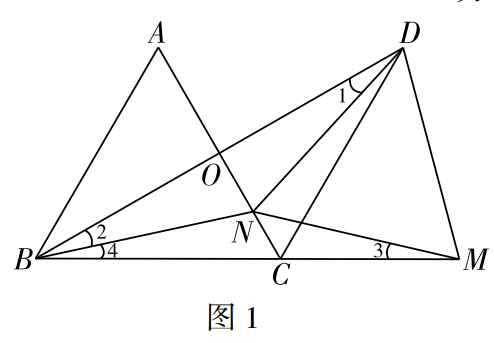
∴*AB*=*BC* =*CA*， ∠*ABC*=∠*ACB* =∠*CAB* =60°．

（1）①以点*C*为旋转中心将线段*CA*顺时针方向旋转60°得到线段*CD*．

∴*CD*= *CA*= *CB*，∠*ACD*=∠*ACB* =60°．

∴ *BO* =*DO*，*CO*⊥*BD*．

∴*AC*垂直平分*BD*． 2分

②△*MND*是等边三角形．

如图1，由①*AC*垂直平分*BD*，

∴*NB* =*ND*，

∠*CBD* =∠*ABC*=30°．

∴∠1=∠2．

∴∠*BND*=180°-2∠2．

∵*ND=NM*，

∴*NB=NM*．

∴∠3=∠4．∠*BNM*=180°-2∠4．

∴∠*DNB*=360°-180°+2∠2-180°+2∠4=2(∠2+∠4) =60°．

∴△*MND*是等边三角形． 5分

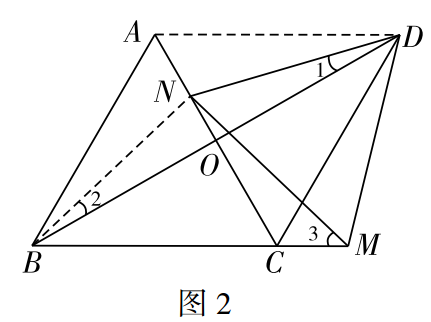
（2）连接*AD*， *BN*．如图2，

由题意可知，△*ACD*是等边三角形，

∠1=∠2，∠3=∠*NBM*，

∠*BND*=180°-2∠2，∠*BNM* =180°-2∠*NBM*．

∴∠*MND*=∠*BND*-∠*BNM*

∠*MND*===2(∠*NBM* -∠2) =60°．

∴△*MDN*是等边三角形．

∴*DN*=*DM*，∠*NDM*=60°．

∠*ADC*=∠*NDM*°．

∴∠*NDA*=∠*MDC*，

∠*NAD*=∠*MCD*=60°．

∴△*AND*≌△*CMD*．-

∴*AN=MC*． 7分