

评析河北省张家口市一模试卷第26题压轴题

历年来，各地中考模拟题中总有一些令你“兴奋”的题目，这些题目命题的角度和能力不仅令人耳目一新，而且解题的方法在通性中不失技巧。下面以河北省张家口市一模卷中的压轴题为例，以期抛砖引玉.

**例题：**如图，A（5,n），B（0,4），n＞0.动点P从原点O出发以每秒1个单位长度长的速度向右运动，连接AP，作射线PQ⊥AP，PQ交y轴于Q点.设点P运动时间是t秒（t＞0）.

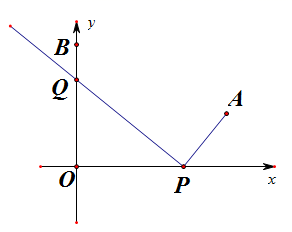
（1）当t= 时，点Q与原点O重合.

（2）若n=2.

①在点P的运动过程中，点Q与点B是否存在距离最短的情况？若存在，请求出这个最短距离；若不存在，请说明理由.

②连接AB，t为何值时，PQ∥AB？

（3）作AK⊥y轴，垂足为K，若在点P的运动过程中存在不同的两个时刻，使得点Q与点K重合，直接写出n的取值范围.



**【简略分析】**（1）当AP垂直于x轴时，点Q与原点O重合，此时OP=5，所以t=5；

（2）①BQ之间的距离的大小和OQ的长度有关，所以先用t表示出OQ的长度，而后根据函数的性质求最值。求OQ长度，可以过A点作AM⊥x轴，利用△APM∽△PQO求解即可；

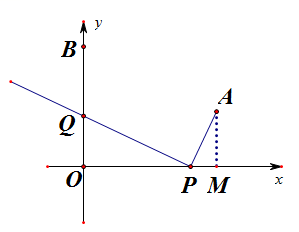
②过A点作AN⊥y轴，则△ABN∽△PQO，通过线段的比解出t的值；

（3）若Q点与K点重合，则可列等量关系OQ=OK，借助△APM∽△PQO可用n表示出OQ长，OK=n，从而得到关于t的一元二次方程，再根据t有两个值，利用根的判别式求解.

**【标准解答】**解：（1）5；

（2）①存在.

作AM⊥x轴于M点，如图



∵∠QPO+∠APM=90°，∠APM+∠A=90°，∴∠QPO=∠APM.

又∠QOP=∠AMP=90°，

∴△PQO∽△APM.

∴.

∵PO=t，PM=5-t，AM=2，设OQ=y，

∴.

∴=.

所以y的最大值为，即OQ最大为＜4.

则点Q与点B的距离最短是4-=.

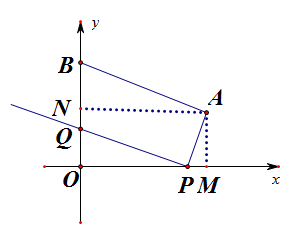
②作AN⊥y轴于N点，当∠ABN=∠PQO时，PQ∥AB.

此时，tan∠PQO=tan∠ABN，即.

PO=t，AN=5，BN=2，QO=

∴t·2=（）·5，解得t1=0（舍），t2=.

所以当t=时，PQ∥AB.



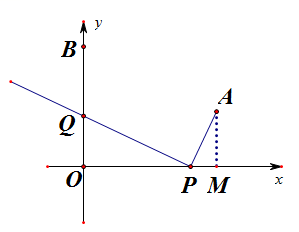
（3）0＜n＜

【注：OK=n.由△PQO∽△APM，得，则，OQ=.点Q与点K重合时，n=，化为t2-5t+n2=0，依题意得△=（-5）2-4n2＞0，则0＜n＜】

**【深度点评】**题目的图形较为简单，但考查的知识点丰富，对技巧方法的考查灵活，使我们感受到其“洪荒之力”.

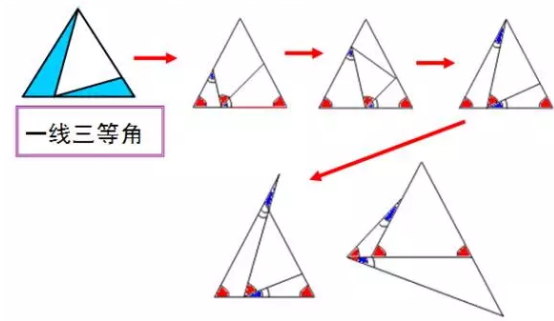
**1.题目内涵：**本题体现了特殊到一般、数形结合的思想，综合考查了相似三角形的判定和性质、二次函数的最值、一元二次方程的根的判别式等知识.本题的已知条件中明确了一个动点，细分析发现隐藏了两个动点，Q点随P点运动，A（5，n）随着n的变化是在直线x=5上运动， 不变的是B点、∠APQ=90°，还有∠QPO+∠APM=90°.第（1）问小题是从特殊点考虑，考查了学生的分析推理能力；第（2）问小题取n=2的特殊情况，①求点与点之间的最短距离，通过分析运动过程发现无法运用几何知识解决，便想到二次函数有最值问题，从而转化为求OQ长的最值，列出一个OQ的表达式（二次函数式），此时需要通过相似三角形求出OQ的式子.我们分析一下解答过程中的式子y=，根据二次函数的增减性，0＜t≤时，y随t的增大而增大，即Q点越来越接近B点，当t=时，Q点达到最高点，此时OQ=；t大于时，y随t的增大而减小，即Q点到达最高点开始返回，离B点越来越远.此处把线段长度与二次函数的性质融合在一起，是一大亮点.不仅仅体现了转化思想，还体现了数形结合思想；②选取PQ与AB平行的特殊位置，利用三角函数或相似再次找到比例线段，构造关于t的方程（一元二次方程），解方程即可得到t的值. 第（3）问回归原题的一般情况A点的纵坐标为n，分析“在点P的运动过程中存在不同的两个时刻” 这句话，联想数学知识，相当于“方程有两个不同的解”，只有一元二次方程才具备此知识，即构造一元二次方程，利用根的判别式△＞0,确定t的取值范围，这也是本题的第二大亮点，再一次体现了数形结合思想.

**2.题目外延：**（1）本题的基础图形是在平面直角坐标系中的两个直角三角形，x轴上的三个直角（∠QOP=∠APO=∠AMP=90°），此种图形就是我们常见的“一线三等角”问题。



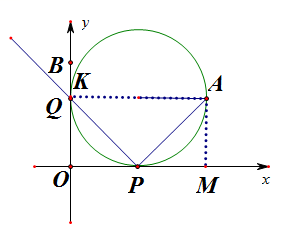
一线三等角”是指两个等角的一边在同一直线上，另一边在该直线的同侧。若有第三个与之相等的角、其顶点在该直线上，角的两边（或两边所在直线）分别与两等角的非共线边（或该边所在直线）相交，此时通过证明，一般都可以得到一组相似三角形，该组相似三角形习惯上被称为“一线三等角型”相似三角形．如下图，这三个等角，可以是锐角、可以是直角或者钝角，结论均成立

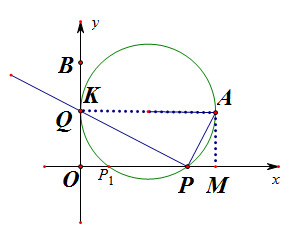
IMG_256



（2）涉及90°的角，我们不仅仅想到勾股定理，还应该考虑到圆周角与直径之间的关系，利用直径所对的圆周角是90°，作“辅助圆”：

此题最后一问题，标准答案外，笔者又得到一种解法：若在x轴上存在P点，使得顶点P处是90°，P点为以AK为直径的圆与x轴有交点，若没有交点则不存在∠APQ=90°.AK=5，若AM=n的值增加，则AK与x的距离也在增加，当半径=AK=时，圆与x轴只有一个交点（不符合题意），当半径=AK＜时，圆与x轴有两个交点（符合题意），所以0＜n＜





由此可见，有些问题貌似与圆无关,但问题的题设或结论或图形提供了某些与圆的性质相似的信息,此时可大胆联想构造出与题目相关的辅助圆,将原问题转化为与圆有关的问题加以解决.