

例 2018 年上海市虹口区中考模拟第 17 题

如图 1，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AB=10$ ， $\sin A=\frac{3}{5}$ ， CD 为 AB 边上的中线，以点 B 为圆心， r 为半径作 $\odot B$ 。如果 $\odot B$ 与中线 CD 有且只有一个公共点，那么 $\odot B$ 的半径 r 的取值范围为_____。

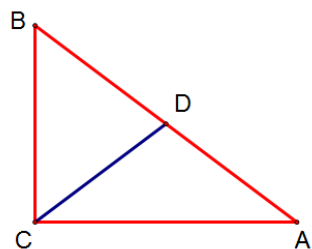


图 1

动感体验

请打开几何画板文件名“18 虹口 17”，拖动点 E 在 BA 上运动，可以体验到， $\odot B$ 与线段 CD 有且只有一个公共点，存在两种情况，一种是 $\odot B$ 与 CD 相切，另一种是 $\odot B$ 的半径大于 BD 而小于等于 BC 。

答案 $\frac{24}{5}$ 或 $5 < r \leq 6$ 。思路如下：

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $AB=10$ ， $\sin A=\frac{3}{5}$ ，所以 $BC=6$ 。

如图 2，当 $\odot B$ 与 CD 相切于点 H 时，在 $\text{Rt}\triangle BCH$ 中， $\sin \angle BCH=\frac{4}{5}$ 。

此时 $r=BH=\frac{4}{5}BC=\frac{24}{5}$ 。

如图 3，当 $\odot B$ 经过点 C 时， $r=6$ 。

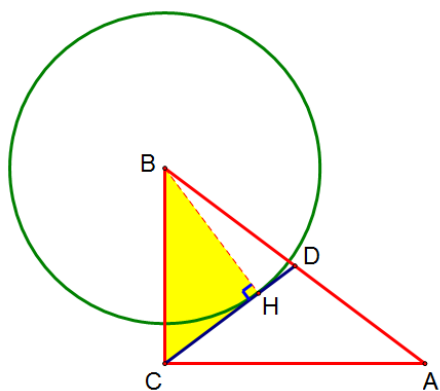


图 2

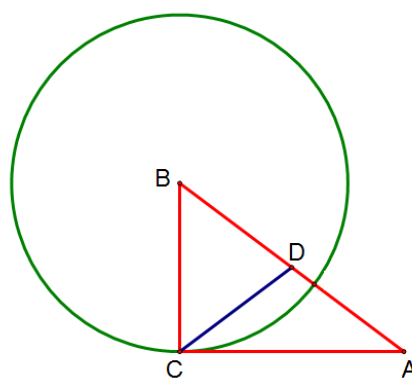


图 3