专题训练　巧用乘法公式



类型之一　直接应用

1．计算：(1)(a＋2b)(a－2b)；

(2)(2x＋3y)(2x－3y)；

(3).

2．计算：(1)(x2－1)2－9x2；

(2)(2x＋1)2－(2x＋5)(2x－5)；

(3)(x＋y)2－4(x＋y)(x－y)＋4(x－y)2.

类型之二　换位应用

3．计算：(1)(－2x－y)(2x－y)；

(2)；

(3)(－2a＋3b)2.

类型之三　整体应用

4．计算：(1)(a＋4b－3c)(a＋4b＋3c)；

(2)(2a＋b－c)(2a－b－c)；

(3)(a－2b＋3c)(a＋2b－3c)．

类型之四　连续应用

5．计算：(1)(x＋1)(x－1)(x2＋1)；

(2)(5＋1)×(52＋1)×(54＋1)×(58＋1)．

类型之五　逆向应用

6．计算：(1)(x＋y)2－(x－y)2；

(2)20182－2018×4038＋20192.

7．已知(4x－3y)2＝(3x－2y)2，并且xy≠0，求的值．

类型之六　变形应用

8．用乘法公式计算：

(1)1982；　　　　　　(2)2012－401；

(3)982－101×99；

(4)20182－2019×2017.

9．计算：(1)3(a－2b)；

(2)(a－2)2·(a＋2)2·(a2＋4)2.

10．已知x＋y＝3，xy＝－7，求下列各式的值：

(1)x2＋y2；(2)x2－xy＋y2；(3)(x－y)2.

11．已知(x＋y)2＝5，(x－y)2＝3，求3xy－1的值．

12．已知a＋＝3，求(a－)2的值．

13．若x－y＝1，化简：(x＋y)(x2＋y2)(x4＋y4)(x8＋y8)(x16＋y16)．

教师详解详析

1．[解析] 直接根据乘法公式求解即可．

解：(1)(*a*＋2*b*)(*a*－2*b*)

＝*a*2－(2*b*)2

＝*a*2－4*b*2.

(2)(2*x*＋3*y*)(2*x*－3*y*)

＝(2*x*)2－(3*y*)2

＝4*x*2－9*y*2.

(3)＝4*x*2－2*xy*＋*y*2.

2．[解析] 根据平方差公式和完全平方公式展开后合并同类项即可．

解：(1)(*x*2－1)2－9*x*2

＝*x*4－2*x*2＋1－9*x*2

＝*x*4－11*x*2＋1.

(2)(2*x*＋1)2－(2*x*＋5)(2*x*－5)

＝4*x*2＋4*x*＋1－4*x*2＋25

＝4*x*＋26.

(3)(*x*＋*y*)2－4(*x*＋*y*)(*x*－*y*)＋4(*x*－*y*)2

＝*x*2＋2*xy*＋*y*2－4*x*2＋4*y*2＋4*x*2－8*xy*＋4*y*2

＝*x*2－6*xy*＋9*y*2.

3．[解析] 分别找出相同的项和相反的项，适当变换各项的位置，再利用平方差公式

计算．

解：(1)(－2*x*－*y*)(2*x*－*y*)

＝(－*y*－2*x*)(－*y*＋2*x*)

＝(－*y*)2－(2*x*)2

＝*y*2－4*x*2.

(2)

＝

＝(－2*x*2)2－

＝4*x*4－.

(3)(－2*a*＋3*b*)2＝(3*b*－2*a*)2＝9*b*2－12*ab*＋4*a*2.

4．[解析] (1)根据平方差公式的结构特征，其中一个因式要变为两个数的和，另一个因式要变为两个数的差，故利用加法运算律将因式中*a*＋4*b*看作一个整体，然后根据平方差公式化简，再利用完全平方公式计算，即可得到最后结果．(2)首先将原式变为[(2*a*－*c*)＋*b*][(2*a*－*c*)－*b*]，然后利用平方差公式，即可得到(2*a*－*c*)2－*b*2，继而得到答案．(3)首先将原式变为[*a*－(2*b*－3*c*)][*a*＋(2*b*－3*c*)]，然后利用平方差公式，即可得到*a*2－(2*b*－3*c*)2，继而求得答案．

解：(1)(*a*＋4*b*－3*c*)(*a*＋4*b*＋3*c*)＝(*a*＋4*b*)2－9*c*2＝*a*2＋8*ab*＋16*b*2－9*c*2.

(2)(2*a*＋*b*－*c*)(2*a*－*b*－*c*)

＝[(2*a*－*c*)＋*b*][(2*a*－*c*)－*b*]

＝(2*a*－*c*)2－*b*2

＝4*a*2－4*ac*＋*c*2－*b*2.

(3)(*a*－2*b*＋3*c*)(*a*＋2*b*－3*c*)

＝[*a*－(2*b*－3*c*)][*a*＋(2*b*－3*c*)]

＝*a*2－(2*b*－3*c*)2

＝*a*2－(4*b*2－12*bc*＋9*c*2)

＝*a*2－4*b*2＋12*bc*－9*c*2.

5．[解析] 先对前两项利用平方差公式计算，然后再与第三项连续利用平方差公式进行计算即可．

解：(1)(*x*＋1)(*x*－1)(*x*2＋1)

＝(*x*2－1)(*x*2＋1)

＝*x*4－1.

(2)原式＝×(5－1)×(5＋1)×(52＋1)×(54＋1)×(58＋1)

＝×(52－1)×(52＋1)×(54＋1)×(58＋1)

＝×(54－1)×(54＋1)×(58＋1)

＝×(58－1)×(58＋1)

＝.

6．[解析] (1)逆用平方差公式，简化计算；(2)中数值较大，直接计算比较烦琐，观察发现题目可逆用完全平方公式求解．

解：(1)(*x*＋*y*)2－(*x*－*y*)2＝(*x*＋*y*＋*x*－*y*)·(*x*＋*y*－*x*＋*y*)＝2*x*·2*y*＝4*xy*.

(2)20182－2018×4038＋20192

＝20182－2×2018×2019＋20192

＝(2018－2019)2＝(－1)2＝1.

7．[解析] 先移项，逆用平方差公式化简并整理，得到关于*x*，*y*的两个关系式，再求解即可．

解：∵(4*x*－3*y*)2＝(3*x*－2*y*)2，

∴(4*x*－3*y*)2－(3*x*－2*y*)2＝0，

∴(4*x*－3*y*＋3*x*－2*y*)(4*x*－3*y*－3*x*＋2*y*)＝0，

即(7*x*－5*y*)(*x*－*y*)＝0，

∴7*x*－5*y*＝0或*x*－*y*＝0，

∴＝或＝1.

8．解：(1)1982＝(200－2)2

＝2002－2×200×2＋22

＝40000－800＋4

＝39204.

(2)2012－401＝2012－2×201×1＋12＝2002＝40000.

(3)982－101×99＝982－(100＋1)×(100－1)

＝(100－2)2－(1002－1)

＝1002－400＋4－1002＋1＝－395.

(4)20182－2019×2017

＝20182－(2018＋1)×(2018－1)

＝20182－(20182－1)

＝1.

9．[解析] (1)改变括号里的系数，使之能用平方差公式运算；(2)逆用积的乘方法则先把三个括号相乘，然后再平方，这样可以运用平方差公式运算．

解：(1)3(*a*－2*b*)

＝3×(*a*－2*b*)(*a*＋2*b*)

＝*a*2－4*b*2.

(2)(*a*－2)2·(*a*＋2)2·(*a*2＋4)2

＝[(*a*－2)(*a*＋2)(*a*2＋4)]2

＝[(*a*2－4)(*a*2＋4)]2

＝(*a*4－16)2

＝*a*8－32*a*4＋256.

10．[解析] (1)根据*x*2＋*y*2＝(*x*＋*y*)2－2*xy*，整体代入计算；

(2)根据*x*2＋*y*2＝(*x*＋*y*)2－2*xy*，可求*x*2＋*y*2的值，再把*xy*＝－7代入计算即可；

(3)利用(*x*－*y*)2＝(*x*＋*y*)2－4*xy*计算即可．

解：(1)∵*x*＋*y*＝3，*xy*＝－7，

∴*x*2＋*y*2＝(*x*＋*y*)2－2*xy*

＝32－2×(－7)

＝9＋14

＝23.

(2)由(1)知*x*2＋*y*2＝23，

∴*x*2－*xy*＋*y*2＝23－(－7)

＝23＋7

＝30.

(3)∵*x*＋*y*＝3，*xy*＝－7，

∴(*x*－*y*)2＝(*x*＋*y*)2－4*xy*

＝32－4×(－7)

＝9＋28

＝37.

11．[解析] 将两个等式相减求出*xy*的值，代入即可得出3*xy*－1的值．

解：(*x*＋*y*)2＝5，①

(*x*－*y*)2＝3，②

①－②，得(*x*＋*y*)2－(*x*－*y*)2＝2，∴4*xy*＝2，

即*xy*＝，∴3*xy*－1＝3×－1＝.

12．[解析] 把*a*＋＝3两边平方，求出*a*2＋的值，然后根据完全平方公式求出*a*2－

2＋的值，即的值．

解：∵*a*＋＝3，∴＝9，

即*a*2＋2＋＝9，

∴*a*2＋＝9－2＝7，

∴＝*a*2－2＋＝7－2＝5.

13．解：∵*x*－*y*＝1，

∴(*x*＋*y*)(*x*2＋*y*2)(*x*4＋*y*4)(*x*8＋*y*8)(*x*16＋*y*16)

＝(*x*－*y*)(*x*＋*y*)(*x*2＋*y*2)(*x*4＋*y*4)(*x*8＋*y*8)(*x*16＋*y*16)

＝(*x*2－*y*2)(*x*2＋*y*2)(*x*4＋*y*4)(*x*8＋*y*8)(*x*16＋*y*16)

＝(*x*4－*y*4)(*x*4＋*y*4)(*x*8＋*y*8)(*x*16＋*y*16)

＝(*x*8－*y*8)(*x*8＋*y*8)(*x*16＋*y*16)

＝(*x*16－*y*16)(*x*16＋*y*16)

＝*x*32－*y*32.