专题训练(四)　灵活运用乘法公式解题



►　类型一　直接应用

1．计算：(1)(*a*＋2*b*)(*a*－2*b*)；

(2)(－2*x*＋3*y*)(－2*x*－3*y*)；

(3).

2．计算：(1)(*x*2＋1)2－4*x*2；

(2)(2*x*＋1)2－(2*x*＋5)(2*x*－5)；

(3)(*x*＋*y*)2－4(*x*＋*y*)(*x*－*y*)＋4(*x*－*y*)2.

►　类型二　变位应用

3．计算：(1)(－2*x*－*y*)(2*x*－*y*)；

(2)；

(3)(－2*a*＋3*b*)2.

►　类型三　整体应用

4．计算：(1)(*a*＋*b*－3)(*a*－*b*＋3)；

(2).

►　类型四　连续应用

5．计算：(1)(*a*－*b*)(*a*＋*b*)(*a*2＋*b*2)(*a*4＋*b*4)；

(2)(3*m*－4*n*)(3*m*＋4*n*)(9*m*2＋16*n*2)．

►　类型五　逆向应用

6．计算：(*a*2－*b*2)2－(*a*2＋*b*2)2.

7．已知(4*x*－3*y*)2＝(3*x*－2*y*)2，并且*xy*≠0，求的值．

►　类型六　变形应用

8．利用乘法公式计算：

(1)1982；　　　　　　　(2)20042；

(3)982－101×99.

9．计算：(1)3(*a*－2*b*)；

(2)(*a*－2)2(*a*＋2)2(*a*2＋4)2.

10．已知*x*＋*y*＝3，*xy*＝－7，求：

(1)*x*2＋*y*2的值；

(2)*x*2－*xy*＋*y*2的值；

(3)(*x*－*y*)2的值．

11．已知(*x*＋*y*)2＝5，(*x*－*y*)2＝3，求3*xy*－1的值．

12．已知*a*＋＝3，求*a*－的值．

13．计算：3×(22＋1)×(24＋1)×(28＋1)×(216＋1)＋1.

教师详解详析

1．[解析] 直接根据乘法公式求解即可．

解：(1)(*a*＋2*b*)(*a*－2*b*)

＝*a*2－(2*b*)2

＝*a*2－4*b*2.

(2)(－2*x*＋3*y*)(－2*x*－3*y*)

＝(－2*x*)2－(3*y*)2

＝4*x*2－9*y*2.

(3)＝4*x*2－2*xy*＋*y*2.

2．[解析] 根据平方差公式和完全平方公式展开后合并同类项即可．

解：(1)(*x*2＋1)2－4*x*2

＝*x*4＋2*x*2＋1－4*x*2

＝*x*4－2*x*2＋1.

(2)原式＝4*x*2＋4*x*＋1－4*x*2＋25

＝4*x*＋26.

(3)(*x*＋*y*)2－4(*x*＋*y*)(*x*－*y*)＋4(*x*－*y*)2

＝*x*2＋2*xy*＋*y*2－4*x*2＋4*y*2＋4*x*2－8*xy*＋4*y*2

＝*x*2－6*xy*＋9*y*2.

3．[解析] 分别找出相同的项和相反的项，适当变换各项的位置，再利用平方差公式计算．

解：(1)(－2*x*－*y*)(2*x*－*y*)

＝(－*y*－2*x*)(－*y*＋2*x*)

＝(－*y*)2－(2*x*)2

＝*y*2－4*x*2.

(2)

＝

＝(－2*x*2)2－

＝4*x*4－.

(3)(－2*a*＋3*b*)2

＝(3*b*－2*a*)2

＝9*b*2－12*ab*＋4*a*2.

4．[解析] (1)根据平方差公式的结构特征，其中一个因式要变为两个数的和，另一个因式要变为两个数的差，故利用加法运算律第一个因式把*b*－3结合，第二个因式后两项提取－1变形，然后根据平方差公式化简，再利用完全平方公式计算，即可得到最后结果．

(2)首先将原式变为，然后利用完全平方公式，即可得到答案．

解：(1)(*a*＋*b*－3)(*a*－*b*＋3)

＝[*a*＋(*b*－3)][*a*－(*b*－3)]

＝*a*2－(*b*－3)2

＝*a*2－(*b*2－6*b*＋9)

＝*a*2－*b*2＋6*b*－9.

(2)原式＝

＝(*m*－2*n*)2＋2(*m*－2*n*)×＋

＝*m*2－4*mn*＋4*n*2＋*m*－2*n*＋.

5．[解析] 先对前两项利用平方差公式计算，然后再与后面的项连续利用平方差公式进行计算即可．

解：(1)(*a*－*b*)(*a*＋*b*)(*a*2＋*b*2)(*a*4＋*b*4)

＝(*a*2－*b*2)(*a*2＋*b*2)(*a*4＋*b*4)

＝(*a*4－*b*4)(*a*4＋*b*4)

＝*a*8－*b*8.

(2)(3*m*－4*n*)(3*m*＋4*n*)(9*m*2＋16*n*2)

＝(9*m*2－16*n*2)(9*m*2＋16*n*2)

＝81*m*4－256*n*4.

6．[解析] 显然我们可以直接运用完全平方公式，但考虑平方再平方，就出现了4次，这给运算带来了不便．若从整体上考虑逆用平方差公式，则既达到降次的目的，又能使过程简捷．

解：(*a*2－*b*2)2－(*a*2＋*b*2)2

＝[(*a*2－*b*2)＋(*a*2＋*b*2)][(*a*2－*b*2)－(*a*2＋*b*2)]

＝－4*a*2*b*2.

7．[解析] 先移项，根据平方差公式的逆向运用化简并整理，得到关于*x*，*y*的两个关系式，求解即可．

解：因为(4*x*－3*y*)2＝(3*x*－2*y*)2，

所以(4*x*－3*y*)2－(3*x*－2*y*)2＝0，

所以(4*x*－3*y*＋3*x*－2*y*)(4*x*－3*y*－3*x*＋2*y*)＝0，

即(7*x*－5*y*)(*x*－*y*)＝0，

所以7*x*－5*y*＝0或*x*－*y*＝0，

所以＝或＝1.

8．[解析] (1)(2)考查的是灵活应用完全平方公式进行计算，1982＝(200－2)2，20042＝(2000＋4)2；(3)中先把98化为100－2，101化为100＋1，99化为100－1，再根据完全平方公式和平方差公式得到原式＝(100－2)2－(1002－1)＝1002－400＋4－1002＋1，然后进行加减运算．

解：(1)1982＝(200－2)2＝2002－2×200×2＋22＝40000－800＋4＝39204.

(2)20042＝(2000＋4)2＝20002＋2×2000×4＋16＝4000000＋16000＋16＝4016016.

(3)982－101×99＝982－(100＋1)×(100－1)＝(100－2)2－(1002－1)＝1002－400＋4－1002＋1＝－395.

9．[解析] (1)把括号里的系数改变，使之能用平方差公式运算．(2)逆用积的乘方法则先把三个括号相乘，然后再平方，这样可以运用平方差公式运算．

解：(1)3(*a*－2*b*)

＝3×(*a*－2*b*)(*a*＋2*b*)

＝*a*2－4*b*2.

(2)(*a*－2)2(*a*＋2)2(*a*2＋4)2

＝[(*a*－2)(*a*＋2)(*a*2＋4)]2

＝[(*a*2－4)(*a*2＋4)]2

＝(*a*4－16)2

＝*a*8－32*a*4＋256.

10．[解析] (1)根据*x*2＋*y*2＝(*x*＋*y*)2－2*xy*，整体代入计算；

(2)根据*x*2＋*y*2＝(*x*＋*y*)2－2*xy*，可求*x*2＋*y*2的值，再把*xy*＝－7代入计算即可；

(3)利用(*x*－*y*)2＝(*x*＋*y*)2－4*xy*计算即可．

解：(1)因为*x*＋*y*＝3，*xy*＝－7，

所以*x*2＋*y*2＝(*x*＋*y*)2－2*xy*

＝32－2×(－7)

＝9＋14

＝23.

(2)由(1)知，*x*2＋*y*2＝23，

所以*x*2－*xy*＋*y*2＝23－(－7)

＝23＋7

＝30.

(3)因为*x*＋*y*＝3，*xy*＝－7，

所以(*x*－*y*)2＝(*x*＋*y*)2－4*xy*

＝32－4×(－7)

＝9＋28

＝37.

11．[解析] 将两个等式相减求出*xy*，代入即可得出3*xy*－1的值．

解：(*x*＋*y*)2＝5，①

(*x*－*y*)2＝3，②

由①－②，得(*x*＋*y*)2－(*x*－*y*)2＝2，

得4*xy*＝2，即*xy*＝，

所以3*xy*－1＝3×－1＝.

12．[解析] 把*a*＋＝3两边平方，求出*a*2＋的值，然后根据完全平方公式求出*a*2－2＋的值，再根据平方根的定义进行求解．

解：因为*a*＋＝3，

所以＝9，

即*a*2＋2＋＝9，

所以*a*2＋＝9－2＝7，

所以＝*a*2－2＋＝7－2＝5，

所以*a*－＝±.

13．[解析] 观察式子中2，22，24，每一个数都是前一个数的平方．若把3写成22－1，就可以连续运用(*a*＋*b*)(*a*－*b*)＝*a*2－*b*2进行解答．

解：原式＝(22－1)×(22＋1)×(24＋1)×(28＋1)×(216＋1)＋1

＝(216－1)×(216＋1)＋1

＝232－1＋1

＝232.