

金牛区 2018— 2019 学年（下）半期教学质量测评

九年级数学解析

注意事项：

1. 全套试卷分为 A 卷和 B 卷，A 卷满分 100 分，B 卷满分 50 分；考试时间 120 分钟。
2. 在作答前，请将自己的姓名、准考证号涂写在试卷和答题卡规定的地方。考试结束，监考人员将试卷和答题卡一并收回。
3. 选择题部分使用 2B 铅笔填涂；非选择题部分使用 0.5 毫米黑色签字笔书写，字体工整，笔迹清楚。
4. 请按照题号在答题卡上各题目对应的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效。
5. 保持答题卡清洁，不得折叠、污染、破损等。

A 卷（共 100 分）

一、选择题（每题 3 分，共 30 分。）

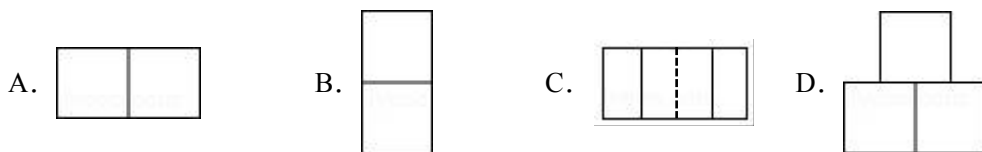
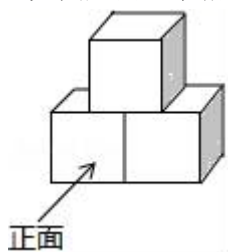
1. 给出四个实数 $\sqrt{2}$ ，3，0，-1，其中负数是（ D ）

A. $\sqrt{2}$ B. 3 C. 0 D. -1

2. 目前我国能制造芯片的最小工艺水平已经达到 7 纳米，居世界前列，在 5G 时代赢得了一席之地。已知 1 纳米=0.00 000 000 1 米，用科学记数法将 7 纳米表示为（ B ）

A. 0.7×10^{-8} 米 B. 7×10^{-9} 米 C. 0.7×10^{-10} 米 D. 7×10^{-10} 米

3. 如图是由三个相同的小正方体组成的几何体，则该几何体的俯视图是（ C ）



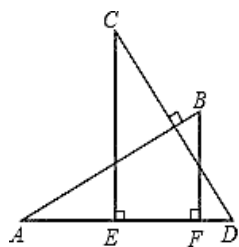
4. 在平面直角坐标系的第四象限内有一点 P，点 P 到 x 轴的距离为 4，到 y 轴的距离为 3，则点 P 的坐标是（ A ）

A. (3, -4) B. (4, -3) C. (-4, 3) D. (-3, 4)

5. 下列运算正确的是（ D ）

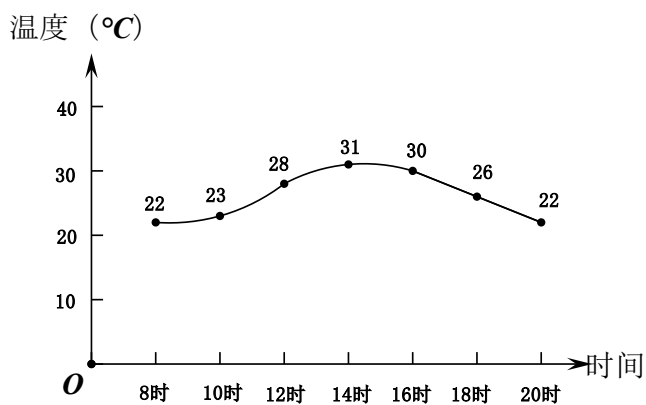
A. $x - 2x = -1$ B. $2x - y = xy$ C. $x^2 + x^2 = x^4$ D. $(-2a^2b)^3 = -8a^6b^3$

6. 如图， $AB \perp CD$ ，且 $AB = CD$ 。E、F 是 AD 上两点， $CE \perp AD$ ， $BF \perp AD$ 。若 $CE = 8$ ， $BF = 6$ ， $AD = 10$ ，则 EF 的长为（ A ）



- A. 4 B. $\frac{7}{2}$ C. 3 D. $\frac{5}{2}$

7.如图是根据我市某天七个整点时的气温绘制成的统计图，则这七个整点时气温的中位数和众数分别是(C)



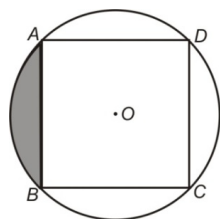
- A. 中位数是 31，众数是 22 B. 中位数是 22，众数是 31
C. 中位数是 26，众数是 22 D. 中位数是 22，众数是 26

8.解分式方程 $\frac{x}{x-1} - 1 = \frac{2}{x^2-1}$ ，解的情况是 (D)

- A. $x = 1$ B. $x = 2$ C. $x = -1$ D. 无解

9.如图，边长为 2 的正方形 ABCD 内接于 $\odot O$ ，则阴影部分的面积为 (B)

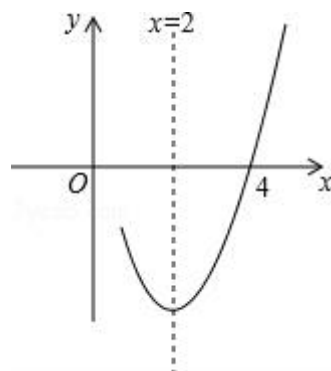
- A. $\frac{\pi}{2} + 1$ B. $\frac{\pi}{2} - 1$ C. $\frac{\pi}{4} + 1$ D. $\frac{\pi}{4} - 1$



10. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的对称轴为直线 $x=2$, 与 x 轴的一个交点坐标为 $(4, 0)$, 其部分图象如图所示, 下列结论:

①抛物线一定过原点; ②方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的解为 $x=0$ 或 4 ; ③ $a-b+c < 0$; ④当 $0 < x < 4$ 时, $ax^2+bx+c < 0$; ⑤当 $x < 2$ 时, y 随 x 增大而增大. 其中结论正确的个数有 (C)

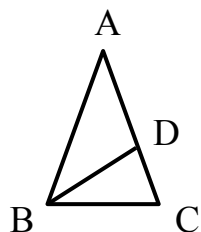
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



二. 填空题(每小题 4 分, 共 16 分)

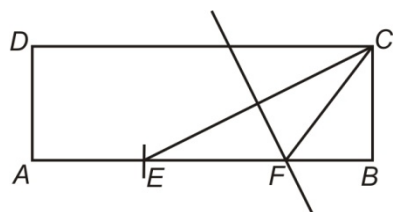
11. 若 $\frac{a+2b}{b-a} = \frac{7}{3}$, 则 $\frac{a}{b} = \underline{\underline{\frac{1}{10}}}$.

12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 D 在边 AC 上, 使得 $BD=BC$, 若 $\angle A = 40^\circ$, 则 $\angle ABD$ 的度数为 30° .



13. 袋子中有 10 个除颜色外完全相同的小球. 在看不到球的条件下, 随机地从袋子中摸出一个球, 记录颜色后放回, 将球摇匀. 重复上述过程 1500 次后, 共摸到红球 300 次, 由此可以估计口袋中的红球个数是 2 .

14. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=3BC$, 以点 A 为圆心, AD 为半径画弧交 AB 于点 E , 连接 CE , 作线段 CE 的中垂线交 AB 于点 F , 连接 CF , 则 $\sin \angle CFB = \underline{\underline{\frac{4}{5}}}$.



三、解答题

15. (每小题 6 分, 共 12 分) 计算: (1) $3 \tan 30^\circ - \left| \sqrt{3} - \frac{1}{2} \right| - 2^{-1} + (\pi - 2019)^0$

解: 原式 $= 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} - \sqrt{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 1$

$= 1$

(2) 解不等式组 $\begin{cases} 2(x+1) > 3x-2 & \text{①} \\ \frac{1-x}{2} - x \leq 2 - \frac{2}{3}x & \text{②} \end{cases}$

解：解不等式①得： $x < 4$

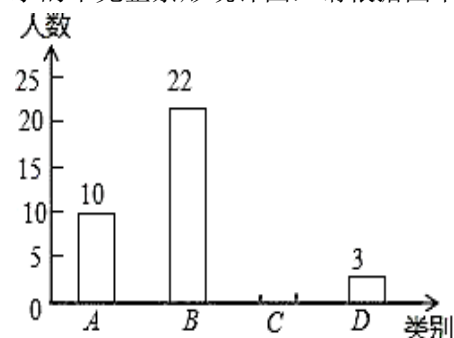
解不等式②得： $x \geq -\frac{9}{5}$

所以不等式组的解集为： $-\frac{9}{5} \leq x < 4$

16.（本小题 6 分）化简： $\left(a - 2 + \frac{4}{2-a}\right) \div \frac{a^2-16}{a-2}$

$$\begin{aligned} 16. \text{解：原式} &= \left(a - 2 - \frac{4}{a-2}\right) \div \frac{(a-4)(a+4)}{a-2} \\ &= \frac{a^2 - 4a}{a-2} \times \frac{a-2}{(a-4)(a+4)} \\ &= \frac{a}{a+4} \end{aligned}$$

17.某校为了预测本校九年级男生毕业体育测试达标情况，随机抽取该年级部分男生进行了一次测试（满分 50 分，成绩均记为整数分），并按测试成绩 m （单位：分）分成四类：A 类（ $45 < m \leq 50$ ），B 类（ $40 < m \leq 45$ ），C 类（ $35 < m \leq 40$ ），D 类（ $m \leq 35$ ）绘制出如图所示的不完整条形统计图，请根据图中信息解答下列问题：



成绩等级	人数	所占百分比
A 类（ $45 < m \leq 50$ ）	10	20%
B 类（ $40 < m \leq 45$ ）	22	44%
C 类（ $35 < m \leq 40$ ）	a	b
D 类（ $m \leq 35$ ）	3	c

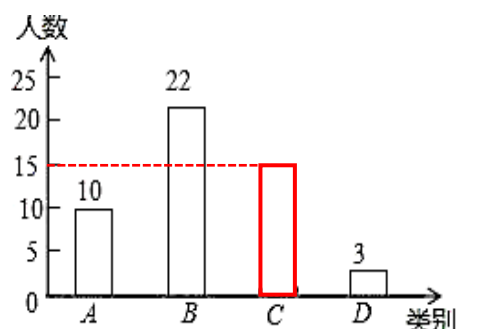
（1） $a = \underline{\quad 15 \quad}$ ， $b = \underline{\quad 30\% \quad}$ ， $c = \underline{\quad 6\% \quad}$ ；

（2）补全条形统计图；

（3）若该校九年级男生有 600 名，D 类为测试成绩不达标，请估计该校九年级男生毕业体育测试成绩能达标的有多少名？

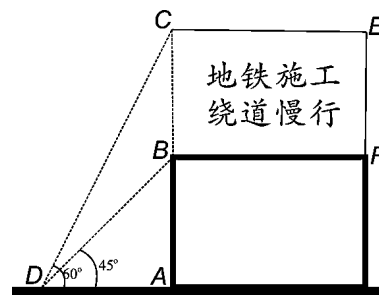
解：（1） $a = \underline{\quad 15 \quad}$ ， $b = \underline{\quad 30\% \quad}$ ， $c = \underline{\quad 6\% \quad}$ ；

（2）补全条形统计图，如下：



（3）估计该校九年级男生毕业体育测试成绩能达标的有 $600 \times (1 - 6\%) = 564$ 名。

18. (本小题满分 8 分) 成都市在地铁施工期间, 交管部门计划在施工路段设立高为 3 米的矩形路况警示牌 BCFE (如图所示 BC=3 米), 警示牌用立杆 AB 支撑, 从侧面 D 点测到路况警示牌顶端 C 点和底端 B 点的仰角分别是 60° 和 45° , 求立杆 AB 的值 (结果精确到整数, $\sqrt{3} \approx 1.73$, $\sqrt{2} \approx 1.41$).



解: 设 $AB=x$

\because 在 $Rt\triangle ADB$ 中, $\angle BDA=45^\circ$,

$\therefore AB=DA=x$ 米,

在 $Rt\triangle ADC$ 中, $\angle CDA=60^\circ$,

$$\therefore \tan 60^\circ = \frac{CA}{AD}, \text{ 即: } \frac{x+3}{x} = \sqrt{3}$$

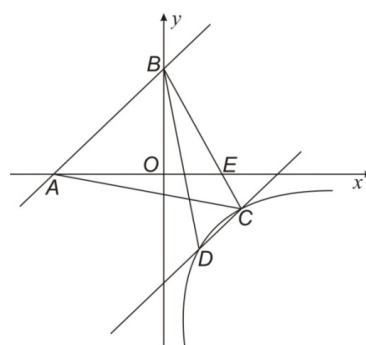
$$\text{解得: } x = \frac{3(\sqrt{3}+1)}{2} \approx 4.$$

答: 立杆 AB 是 4 米.

19. (本小题满分 10 分) 如图所示, 一次函数 $y=x+3$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A、B, 将直线 AB 向下平移与反比例函数 $y=\frac{m}{x} (x>0)$ 交于点 C、D, 连接 BC 交 x 轴于点 E, 连接

AC, 已知 $BE=3CE$, 且 $S_{\triangle ACE} = \frac{9}{4}$.

(1) 求直线 BC 和反比例函数解析式; (2) 连接 BD, 求 $\triangle BCD$ 的面积.



解: (1) 过点 C 作 $CF \perp x$ 轴于 F, 由直线 $y=x+3$ 得: 点 A $(-3,0)$, B $(0,3)$,

$\therefore OB=OA=3$,

$\because CF \perp x$ 轴,

$\therefore \triangle BOE \sim \triangle CFE$,

$$\therefore \frac{BE}{CE} = \frac{OE}{FE} = \frac{BO}{CF} = 3,$$

$\therefore CF=1$ ，即点 C 的纵坐标为-1，

$$\because S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2} \times AE \times 1 = \frac{9}{4}, \therefore AE = \frac{9}{2},$$

$$\therefore OE = \frac{9}{2} - 3 = \frac{3}{2}, \text{ 即点 E 坐标为 } (\frac{3}{2}, 0)$$

设直线 BC 解析式为: $y=kx+b$ ，则

$$\begin{cases} b = 3 \\ \frac{3}{2}k + b = 0 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = -2 \\ b = 3 \end{cases}, \text{ 所以直线 BC 的解析式为}$$

$$y = -2x + 3.$$

将点 C 纵坐标-1 代入 $y = -2x + 3$ ，得点 C 坐标为 (2, -1)，

$$\therefore \text{反比例函数解析式为: } y = -\frac{2}{x}.$$

(2) 过点 D 作 $DG \parallel y$ 轴，交 BC 于点 G，

$\because AB \parallel CD$,

\therefore 设直线 CD 为 $y = x + b$ ，将点 C (2, -1) 代入得: $b = -3$,

\therefore 直线 CD 为 $y = x - 3$,

$$\begin{cases} y = -\frac{2}{x} \\ y = x - 3 \end{cases}, \text{ 得点 D 坐标为}(1, -2), \text{ 则点 G 坐标为}(1, 1),$$

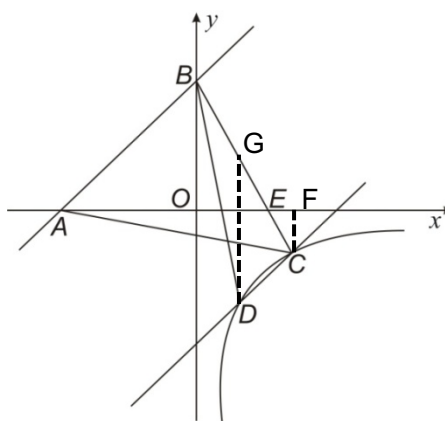
$$\therefore S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} \times DG \times 2 = 3;$$

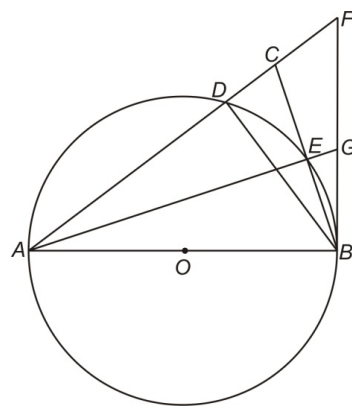
20.如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，以 AB 为直径的圆 O 交 AC 于点 D ，交 BC 于点 E ，以点 B 为顶点作 $\angle CBF$ ，使得 $\angle CBF = \frac{1}{2}\angle BAC$ ，交 AC 延长线于点 F ，连接 BD 、 AE ，延长 AE 交 BF 于点 G 。

(1) 求证: BF 为 $\odot O$ 的切线;

(2) 求证: $AC \cdot BC = BD \cdot AG$;

(3) 若 $BC = 2\sqrt{10}$ ，且 $CD : CF = 4 : 5$ ，求 $\odot O$ 的半径。





在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中, $BD \perp AF$, 可得: $\angle ADB = \angle ABF = 90^\circ$, $\angle BAD = \angle FAB$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle ABD \sim \triangle AFB, \\ \therefore \frac{AB}{AF} = \frac{AD}{AB}, \text{ 即 } AB^2 = AD \cdot AF, \\ \because AD = AC - CD = 2r - 4x, \\ \therefore 4r^2 = (2r - 4x)(2r + 5x) \dots\dots\dots ② \end{aligned}$$

由①②解得: $x = \frac{1}{2}, r = 5,$

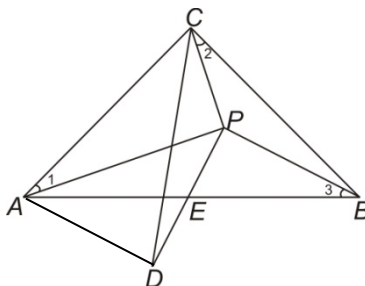
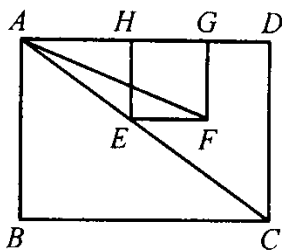
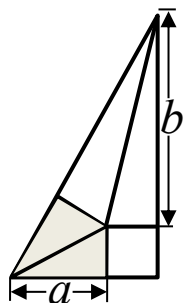
$\therefore \odot O$ 的半径为 5.

B 卷

一、填空题（本大题共 5 个小题，每小题 4 分，共 20 分）

21. 已知方程组 $\begin{cases} ax + 2by = 3 \\ 2bx + ay = -7 \end{cases}$ 的解 x, y 满足 $x + y = 2$, 则代数式 $a + 2b$ 的值为 -2.

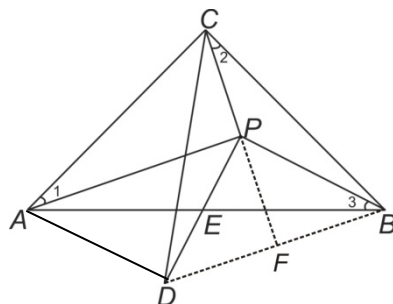
22. 我国魏晋时期的数学家刘徽将勾股形（古人称直角三角形为勾股形）分割成一个正方形和两对全等的直角三角形，得到一个恒等式. 后人借助这种分割方法所得的图形证明了勾股定理，如图，若 $a = 2, b = 3$, 现随机向该图形内掷一枚小针，则针尖落在阴影区域内的概率为 $\frac{1}{3}$.



23. 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AB = 5, BC = 7$, 点 E 是对角线 AC 上的动点， $EH \perp AD$, 垂足为 H , 以 EH 为边作正方形 $EFGH$, 连结 AF , 则 $\angle AFE$ 的正弦值为 $\frac{5}{13}$.

24. 如图，在等腰直角三角形 ABC 中， $\angle ACB = 90^\circ$, 在 $\triangle ABC$ 内一点 P , 已知 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$, 将 $\triangle BCP$ 以直线 PC 为对称轴翻折，使点 B 与点 D 重合， PD 与 AB 交于点 E , 连结 AD , 将 $\triangle APD$ 的面积记为 S_1 , 将 $\triangle BPE$ 的面积记为 S_2 , 则 $\frac{S_2}{S_1}$ 的值为 $\frac{1}{2}$.

24. 解：连结 BD , 延长 CP 交 BD 于点 F ,
 由翻折可知 $CF \perp BD, BF = DF, \angle BPF = \angle DPF$
 $\because \angle 1 = \angle 2 = \angle 3, \triangle ABC$ 为等腰直角三角形,
 $\therefore \angle 1 + \angle ACP = \angle 2 + \angle ACP = 90^\circ,$
 $\angle 2 + \angle PBC = \angle 3 + \angle PBC = 45^\circ,$
 $\therefore \angle APC = 90^\circ, \angle BPF = 45^\circ,$
 $\therefore AP \parallel BD, \angle DPF = 45^\circ, DF = FB = PF,$
 $\therefore \begin{cases} \angle APC = \angle CFB = 90^\circ \\ \angle PAC = \angle FCB = a, \\ AC = BC \end{cases}$



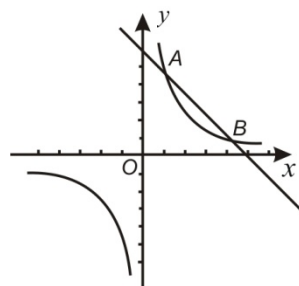
$$\therefore \triangle APC \cong \triangle CFB,$$

$$\therefore AP=CF, CP=BF=PF, \therefore AP=BD,$$

\therefore 四边形 ADBP 为平行四边形,

$$\therefore \frac{S_2}{S_1} = \frac{1}{2}.$$

25. 已知一次函数 $y = -x + m$ 的图像与反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图像交于 A、B 两点 (点 A 在点 B 的左侧), 点 P 为 x 轴上一动点, 当有且只有一个点 P, 使得 $\angle APB = 90^\circ$, 则 m 的值为 ± 4



25. 解: 设点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$, 则 $y_1 = -x_1 + m$, $y_2 = -x_2 + m$,

$$\text{联立} \begin{cases} y = -x + m \\ y = \frac{2}{x} \end{cases}, \text{得: } x^2 - mx + 2 = 0,$$

$$\text{则 } x_1 + x_2 = m, x_1 x_2 = 2,$$

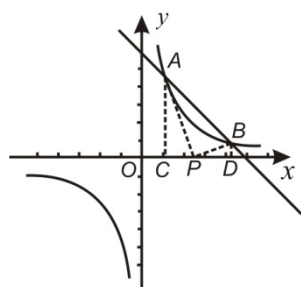
当有且只有一个点 P, 使得 $\angle APB = 90^\circ$, 此时以 AB 为直径的圆与 x 轴相切于点 P,

作 $AC \perp x$ 轴, $BD \perp x$ 轴, 垂足分别为 C、D, 则 $\triangle ACP \sim \triangle PDB$,

$$\therefore \frac{AC}{PD} = \frac{CP}{BD}, \text{ 即: } AC \cdot BD = PC \cdot PD,$$

$$PC=PD=\frac{CD}{2}=\frac{x_2-x_1}{2}, AC=|y_1|=-x_1+m, BD=|y_2|=-x_2+m, \text{ 且 } y_1、y_2 \text{ 同号}$$

$$\therefore \left(\frac{x_2-x_1}{2}\right)^2 = (-x_1+m)(-x_2+m), \text{ 将 } x_1+x_2=m, x_1x_2=2 \text{ 代入, 解得: } m=\pm 4;$$



二、解答题 (本大题共三个题, 共 30 分)

26. (本题满分为 8 分) 为更新果树品种, 某果园计划新购进 A、B 两个品种的果树苗栽植培育, 若计划购进这两种果树苗共 45 棵, 其中 A 种苗的单价为 a 元/棵, 购买 B 种苗所需费用 y (元) 与购买数量 x (棵) 之间存在如图所示的函数关系.

(1) 求 y 与 x 的函数关系式;

(2)若在购买计划中，B 种苗的数量不超过 35 棵，但不少于 A 种苗的数量，请设计购买方案，使总费用最低，并求出最低费用.

26.解: (1)当 $0 < x \leq 20$ 时, $y=8x$;

当 $x > 20$ 时, 设 y 与 x 的函数关系式为: $y=kx+b$,

把 $(20, 160)$, $(40, 288)$ 代入 $y=kx+b$ 得:

$$\begin{cases} 20k + b = 160 \\ 40k + b = 288 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} k = 6.4 \\ b = 32 \end{cases}, \therefore y = 6.4x + 32;$$

$$\text{综上, } y = \begin{cases} 8x (0 < x \leq 20) \\ 6.4x + 32 (x > 20) \end{cases}$$

(2) \because B 种苗的数量不超过 35 棵, 但不少于 A 种苗的数量,

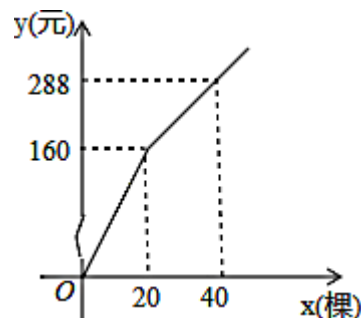
$$\therefore \begin{cases} x \leq 35 \\ x \geq 45 - x \end{cases}, \text{解得: } 22.5 \leq x \leq 35, \because x \text{ 为整数, } \therefore 23 \leq x \leq 35,$$

设总费用为 W 元, 则 $W = 6.4x + 32 + a(45 - x) = (6.4 - a)x + 45a + 32$,

若 $a > 6.4$ 时, $6.4 - a < 0$, W 随 x 的增大而减小, 当 $x = 35$ 时, 即购买 B 种树苗 35 棵总费用 W 最低, $W_{\text{最低}} = 10a + 256$ (元);

当 $a = 6.4$ 时, 此时 W 为定值, $W = 32 + 45a = 320$ (元);

当 $0 < a < 6.4$ 时, $6.4 - a > 0$, W 随 x 的增大而增大, 当 $x = 23$ 时, 即购买 B 种树苗 23 棵总费用 W 最低, $W_{\text{最低}} = 22a + 179.2$ (元).



27. (本题满分为 10 分)

(1) $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 是两个等腰直角三角形, 如图 1, 其中 $\angle ACB = \angle DCE = 90^\circ$, 连结 AD 、 BE , 求证: $\triangle ACD \cong \triangle BCE$;

(2) $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 是两个含 30° 的直角三角形, 其中 $\angle ACB = \angle DCE = 90^\circ$, $\angle CAB = \angle CDE = 30^\circ$, $\triangle CDE$ 从边 CD 与 AC 重合开始绕点 C 逆时针旋转一定角度 $\alpha (0^\circ < \alpha < 180^\circ)$;

①如图 2, DE 与 BC 交于点 F , 交 AB 于 G , 连结 AD , 若四边形 $ADEC$ 为平行四边形,

求 $\frac{BG}{AG}$ 的值;

②若 $AB=10$, $DE=8$, 连结 BD 、 BE , 当以点 B 、 D 、 E 为顶点的三角形是直角三角形时, 求 BE 的长.

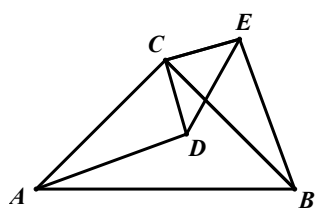


图 1

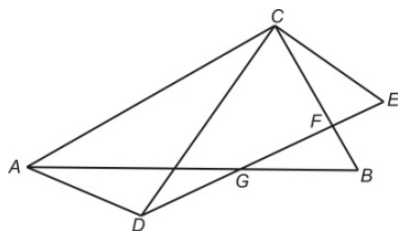
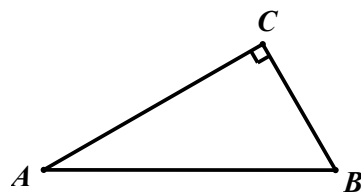


图 2



(备用图)

27. (1) $\because \angle ACB = \angle DCE = 90^\circ$,

$$\therefore \angle ACD + \angle DCB = \angle BCE + \angle DCB,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle BCE,$$

$\because \triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 是两个等腰直角三角形,

$$\therefore AC = BC, CD = CE,$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE;$$

(2) ①连结 BE ,

$$\because \angle ACD = \angle BCE = \alpha, \frac{AC}{BC} = \frac{CD}{CE} = \sqrt{3},$$

$$\therefore \triangle ACD \sim \triangle BCE,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle BEC,$$

\therefore 四边形 ADEC 为平行四边形,

$$\therefore CE \parallel AD, AC \parallel DE,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle DCE = 90^\circ, \angle ACD = \angle CDE = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BEC = 90^\circ, \angle BCE = 30^\circ,$$

$$\therefore BE \parallel CD,$$

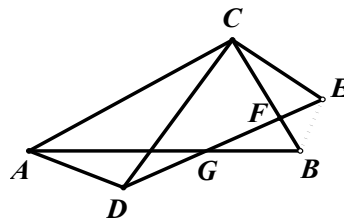
$$\therefore \frac{BF}{CF} = \frac{BE}{CD},$$

$$\because \frac{BE}{CE} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{CE}{CD} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \frac{BF}{CF} = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{1}{3},$$

$$\therefore AC \parallel DE,$$

$$\therefore \frac{BG}{AG} = \frac{BF}{CF} = \frac{1}{3};$$



②由①同理可得: $\triangle ACD \sim \triangle BCE$, 则直线 $AD \perp$ 直线 BE ,

设 $BE=x$, 则 $AD=\sqrt{3}x$, 分两种情况:

第一种情况: 当点 D 落在直线 AB 上时,

$$\angle CBE = \angle CAD = \angle CAB, \text{ 此时 } \angle DBE = 90^\circ,$$

$$\text{在 Rt}\triangle DBE \text{ 中, } BD^2 + BE^2 = DE^2,$$

$$\text{得: } (10 - \sqrt{3}x)^2 + x^2 = 8^2,$$

$$\text{解得 } BE = \frac{5\sqrt{3}-\sqrt{39}}{2}, \text{ 或 } BE = \frac{5\sqrt{3}+\sqrt{39}}{2};$$

第二种情况: 当点 D 落在直线 AE 上时,

$$\angle CBE = \angle CAD = \angle CAE, \text{ 此时 } \angle DEB = \angle ACB = 90^\circ,$$

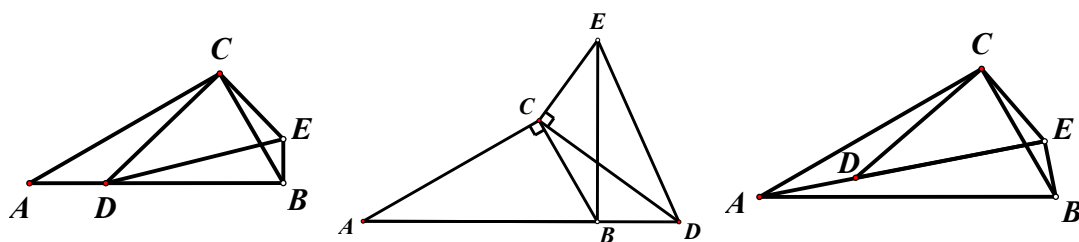
$$\text{在 Rt}\triangle ABE \text{ 中, } BE^2 + AE^2 = AB^2,$$

$$\text{得: } (8 + \sqrt{3}x)^2 + x^2 = 10^2,$$

$$\text{解得 } BE = -2\sqrt{3} + \sqrt{21} \quad (x = -2\sqrt{3} - \sqrt{21} < 0, \text{ 舍去});$$

综上, 当以点 B 、 D 、 E 为顶点的三角形是直角三角形时, $BE = \frac{5\sqrt{3}-\sqrt{39}}{2}$, 或 $BE =$

$$\frac{5\sqrt{3}+\sqrt{39}}{2}, \text{ 或 } BE = -2\sqrt{3} + \sqrt{21}.$$

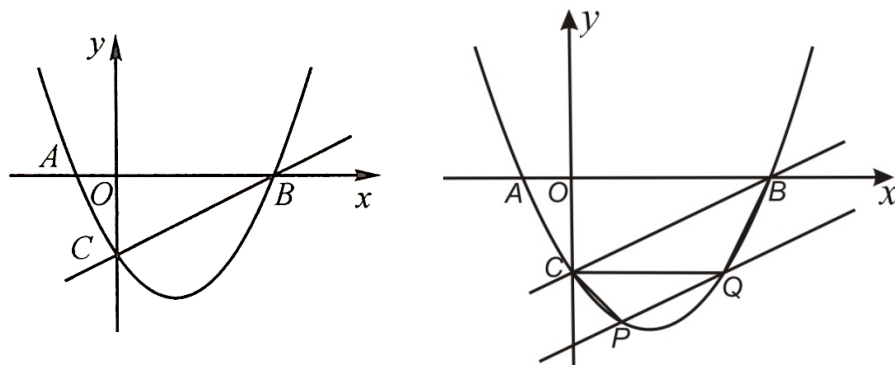


28. (本题满分 12 分) 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的对称轴为 $x = \frac{3}{2}$, 与 x 轴的交点 $A(-1, 0)$ 与 y 轴交于点 $C(0, -2)$.

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 点 P 是直线 BC 下方抛物线上的一点, 过点 P 作 BC 的平行线交抛物线于点 Q (点 Q 在点 P 右侧), 连结 BQ 、 CQ , 当 $\triangle PCQ$ 的面积为 $\triangle BCQ$ 面积的一半时, 求 P 点的坐标;

(3) 现将该抛物线沿射线 AC 的方向进行平移, 平移后的抛物线与直线 AC 的交点为 A' 、 C' (点 C' 在点 A' 的下方), 与 x 轴的右侧交点为 B' , 当 $\triangle AB'C'$ 与 $\triangle AA'B'$ 相似, 求出点 A' 的横坐标.



28. 解: (1) 由对称性可知 $B(4, 0)$,
设抛物线解析式为 $y = a(x+1)(x-4)$,

代入 $C(0, -2)$, 得 $a = \frac{1}{2}$,

$$\therefore y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 2;$$

(2) 由平行线间距离处处相等可知, 当 $\triangle PCQ$ 的面积为 $\triangle BCQ$ 面积的一半时, $PQ = \frac{1}{2}BC$,

$$\because BC = 2\sqrt{5}, \therefore PQ = \sqrt{5}, \text{ 即 } PQ^2 = (x_Q - x_P)^2 + (y_Q - y_P)^2 = 5,$$

\because 直线 BC 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x - 2$, $PQ \parallel BC$,

设直线 PQ 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + b$,

$$\text{则 } y_P = \frac{1}{2}x_P + b, \quad y_Q = \frac{1}{2}x_Q + b,$$

$$\text{联立 } \begin{cases} y = \frac{1}{2}x + b \\ y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 2 \end{cases},$$

$$\text{得 } x^2 - 4x - 4 - 2b = 0,$$

$$\text{则 } x_P + x_Q = 4,$$

$$\because PQ^2 = (x_Q - x_P)^2 + (y_Q - y_P)^2 = 5,$$

$$\therefore \frac{5}{4}(x_Q - x_P)^2 = 5, \quad x_Q - x_P = 2,$$

$$\therefore \text{点 } P(1, -3);$$

(3) 由 $A(-1, 0)$, $C(0, -2)$,

得直线 AC 的解析式为 $y = -2x - 2$,

