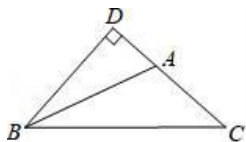


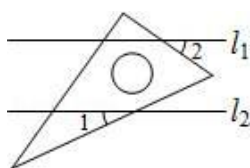
# 山东淄博桓台周家中学 2019 年中考数学模拟试题

## 一. 选择题

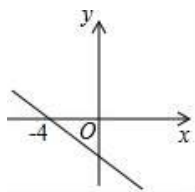
1. 如图,  $\angle BDC=90^\circ$ , 点  $A$  在线段  $DC$  上, 点  $B$  到直线  $AC$  的距离是指哪条线段长 ( )



- A. 线段  $DA$                       B. 线段  $BA$                       C. 线段  $DC$                       D. 线段  $BD$
2. 下列各式分解因式正确的是 ( )
- A.  $2x^2 - 4xy + 9y^2 = (2x - 3y)^2$
- B.  $x(x - y) + y(y - x) = (x - y)(x + y)$
- C.  $2x^2 - 8y^2 = 2(x + 4y)(x - 4y)$
- D.  $x^2 + 6xy + 9y^2 = (x + 3y)^2$
3. 当  $y=2$  时, 下列各式的值为 0 的是 ( )
- A.  $\frac{2}{y-2}$                       B.  $\frac{y+2}{y^2-4}$                       C.  $\frac{y-2}{y^2-4}$                       D.  $\frac{y-2}{2y+4}$
4. 有 5 根小木棒, 长度分别为  $1\text{cm}$ ,  $2\text{cm}$ ,  $3\text{cm}$ ,  $4\text{cm}$ ,  $5\text{cm}$ . 任取其中 3 根首尾相接, 可搭出三角形的概率是 ( )
- A.  $\frac{1}{5}$                       B.  $\frac{3}{10}$                       C.  $\frac{2}{5}$                       D.  $\frac{1}{2}$
5. 已知直线  $l_1 \parallel l_2$ , 一块含  $30^\circ$  角的直角三角板如图所示放置,  $\angle 1 = 35^\circ$ , 则  $\angle 2$  等于 ( )

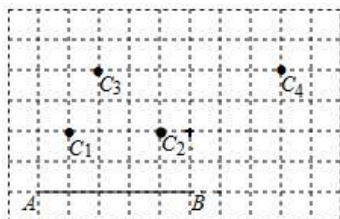


- A.  $25^\circ$                       B.  $35^\circ$                       C.  $40^\circ$                       D.  $45^\circ$
6. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - kx - 6 = 0$  的一个根为  $x=3$ , 则另一个根为 ( )
- A.  $x = -2$                       B.  $x = -3$                       C.  $x = 2$                       D.  $x = 3$
7. 如图, 直线  $y=kx+b$  与  $x$  轴交于点  $(-4, 0)$ , 则  $y>0$  时,  $x$  的取值范围是 ( )



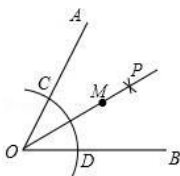
- A.  $x > 0$       B.  $x < 0$       C.  $x < -4$       D.  $x > -4$

8. 如图,  $\triangle ABC$  在边长为 1 个单位的方格纸中, 它的顶点在小正方形的顶点位置. 如果  $\triangle ABC$  的面积为 10, 且  $\sin A = \frac{\sqrt{5}}{5}$ , 那么点  $C$  的位置可以在 ( )



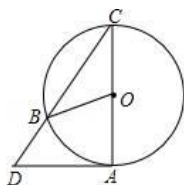
- A. 点  $C_1$  处      B. 点  $C_2$  处      C. 点  $C_3$  处      D. 点  $C_4$  处

9. 如图,  $\angle AOB = 60^\circ$ , 以点  $O$  为圆心, 以任意长为半径作弧交  $OA$ ,  $OB$  于  $C$ ,  $D$  两点; 分别以  $C$ ,  $D$  为圆心, 以大于  $\frac{1}{2}CD$  的长为半径作弧, 两弧相交于点  $P$ ; 以  $O$  为端点作射线  $OP$ , 在射线  $OP$  上截取线段  $OM = 6$ , 则  $M$  点到  $OB$  的距离为 ( )



- A. 6      B. 2      C. 3      D.  $3\sqrt{3}$

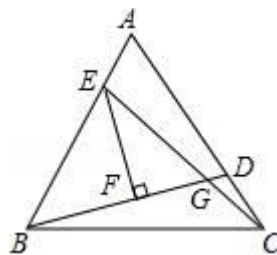
10. 如图,  $AD$  是  $\odot O$  的切线, 切点为  $A$ ,  $AC$  是  $\odot O$  的直径,  $CD$  交  $\odot O$  于点  $B$ , 连接  $OB$ , 若  $\widehat{AB}$  的度数为  $70^\circ$ , 则  $\angle D$  的大小为 ( )



- A.  $70^\circ$       B.  $60^\circ$       C.  $55^\circ$       D.  $35^\circ$

11. 如图, 在等边三角形  $ABC$  中,  $AE = CD$ ,  $CE$  与  $BD$  相交于点  $G$ ,  $EF \perp BD$  于点  $F$ , 若  $EF = 2$ ,

则  $EG$  的长为 ( )

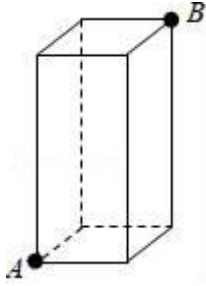


- A.  $\frac{3\sqrt{3}}{4}$       B.  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$       C.  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$       D. 4

## 二. 填空题

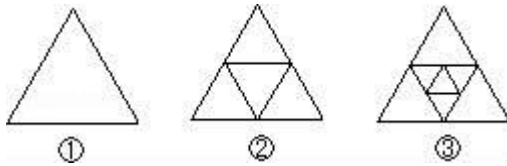
12. 函数  $y=2x-5$  的图象可由函数  $y=2(x-1)$  的图象向\_\_\_\_\_平移\_\_\_\_\_个单位而得到.

13. 一只蚂蚁从长  $2\text{cm}$ 、宽为  $1\text{cm}$ 、高为  $4\text{cm}$  的长方体纸箱的  $A$  点沿纸箱爬到  $B$  点, 那么它所行的最短路线的长是\_\_\_\_\_.

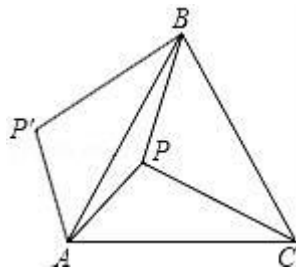


14. 关于  $x$  的不等式  $3x-2m < x-m$  的正整数解为 1、2、3, 则  $m$  取值范围是\_\_\_\_\_.

15. 图①是一个三角形, 分别连接这个三角形的中点得到图②; 再分别连接图②中间小三角形三边的中点, 得到图③. 按上面的方法继续下去, 第  $n$  个图形中有\_\_\_\_\_个三角形 (用含字母  $n$  的代数式表示).



16. 如图,  $P$  是正三角形  $ABC$  内的一点, 且  $PA=6$ ,  $PB=8$ ,  $PC=10$ . 若将  $\triangle PAC$  绕点  $A$  逆时针旋转后得到  $\triangle P'AB$ . 给出下列四个结论: ①  $P$  到  $P'$  的距离为 6; ②  $\angle APB=150^\circ$ ; ③  $S_{\triangle ABC}=36+25\sqrt{3}$ ; 其中正确结论的有\_\_\_\_\_. (填序号)

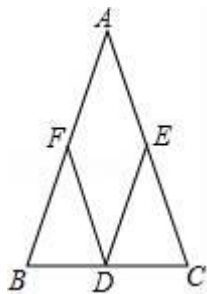


## 三. 解答题

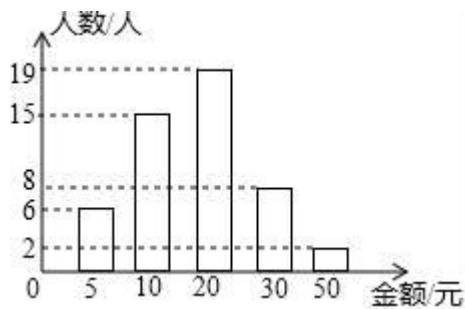
17. 计算:  $(\frac{1}{2})^0 + \sqrt[3]{-27} - |1 - \sqrt{3}| + 2\cos 30^\circ$ .

18.  $y$  是  $x$  的反比例函数，且当  $x=2$  时， $y=-\frac{1}{3}$ ，请你确定该反比例函数的解析式，并求当  $y=6$  时，自变量  $x$  的值.

19. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB=AC$ ， $D$  为  $BC$  的中点，且  $DE \parallel AB$ ， $DF \parallel AC$ ，试判断四边形  $AEDF$  的形状，并说明理由.

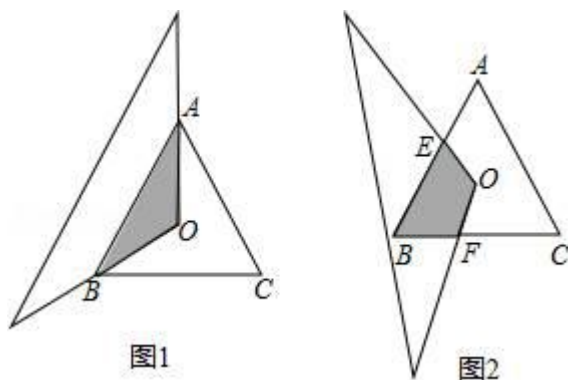


20. 商场某种商品平均每天可销售 30 件，每件盈利 50 元，为了尽快减少库存，商场决定采取适当的降价措施. 经调查发现，每件商品每降价 1 元，商场平均每天可多售出 2 件.
- (1) 若某天该商品每件降价 3 元，当天可获利多少元？
- (2) 设每件商品降价  $x$  元，则商场日销售量增加\_\_\_\_\_件，每件商品，盈利\_\_\_\_\_元 (用含  $x$  的代数式表示)；
- (3) 在上述销售正常情况下，每件商品降价多少元时，商场日盈利可达到 2000 元？
21. 为了调查学生每天零花钱情况，对我校初二学年某班 50 名同学每天零花钱情况进行了统计，并绘制成下面的统计图.
- (1) 直接写出这 50 名同学零花钱数据的众数是\_\_\_\_\_；中位数是\_\_\_\_\_.
- (2) 求这 50 名同学零花钱的平均数.
- (3) 该校共有学生 3100 人，请你根据该班的零花钱情况，估计这个中学学生每天的零花钱不小于 30 元的人数.



22. (1) 操作发现：如图①，将顶角为  $120^\circ$  的等腰三角形纸片（纸片足够大）的顶点  $P$  与等边  $\triangle ABC$  的内心  $O$  重合，已知  $OA=4$ ，则图中重叠部分  $OAB$  的面积为\_\_\_\_\_.

(2) 猜想论证：在 (1) 的条件下，将纸片绕  $P$  点旋转至如图②所示位置，纸片两边分别与  $AB, BC$  交于点  $E, F$ ，小航猜想图②中重叠部分的面积与图①重叠部分的面积仍然相等，请你证明小航的猜想.



23. 如图，在矩形  $OABC$  中，点  $O$  为原点，点  $A$  的坐标为  $(0, 8)$ ，点  $C$  的坐标为  $(6, 0)$ 。抛

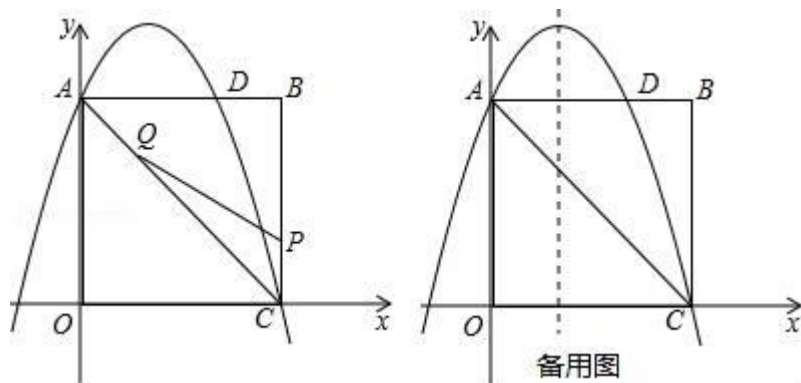
物线  $y = -\frac{4}{9}x^2 + bx + c$  经过点  $A, C$ ，与  $AB$  交于点  $D$ 。

(1) 求抛物线的函数解析式；

(2) 点  $P$  为线段  $BC$  上一个动点（不与点  $C$  重合），点  $Q$  为线段  $AC$  上一个动点， $AQ=CP$ ，连接  $PQ$ ，设  $CP=m$ ， $\triangle CPQ$  的面积为  $S$ 。

①求  $S$  关于  $m$  的函数表达式；

②当  $S$  最大时，在抛物线  $y = -\frac{4}{9}x^2 + bx + c$  的对称轴  $l$  上，若存在点  $F$ ，使  $\triangle DFQ$  为直角三角形，请直接写出所有符合条件的点  $F$  的坐标；若不存在，请说明理由。



参考答案

一. 选择题

1. 解：由图可得， $BD \perp AC$ ，

所以，点  $B$  到直线  $AC$  的距离是线段  $BD$  的长.

故选：D.

2. 解：A、 $2x^2 - 4xy + 9y^2$ ，无法直接分解因式，故此选项错误；

B、 $x(x-y) + y(y-x) = (x-y)^2$ ，故此选项错误；

C、 $2x^2 - 8y^2 = 2(x+2y)(x-2y)$ ，故此选项错误；

D、 $x^2 + 6xy + 9y^2 = (x+3y)^2$ ，正确.

故选：D.

3. 解：A、当  $y=2$  时， $y-2=0$ ，由于分式的分母不能为 0，故 A 错误；

B、当  $y=2$  时， $y^2-4=0$ ，分式的分母为 0，故 B 错误；

C、当  $y=2$  时， $y^2-4=0$ ，故 C 错误；

D、当  $y=2$  时， $y-2=0$ ，且  $2y+4 \neq 0$ ，故 D 正确；

故选：D.

4. 解：在  $1cm$ ， $2cm$ ， $3cm$ ， $4cm$ ， $5cm$  的五根木棒中，

共有以下 10 种组合：

1, 2, 3;

1, 2, 4;

1, 2, 5;

2, 3, 4;

2, 3, 5;

3, 4, 5;

1, 3, 4;

1, 3, 5;

1, 4, 5;

2, 4, 5;

其中共有以下方案可组成三角形：

①取  $2cm$ ， $3cm$ ， $4cm$ ；由于  $4-2 < 3 < 4+2$ ，能构成三角形；

②取  $2\text{cm}$ ,  $4\text{cm}$ ,  $5\text{cm}$ ; 由于  $5-2 < 4 < 5+2$ , 能构成三角形;

③取  $3\text{cm}$ ,  $4\text{cm}$ ,  $5\text{cm}$ ; 由于  $5-3 < 4 < 5+3$ , 能构成三角形;

所以有 3 种方案符合要求.

则能组成三角形的概率是  $P = \frac{3}{10}$ ;

故选: B.

5. 解:  $\because \angle 3$  是  $\triangle ADG$  的外角,

$$\therefore \angle 3 = \angle A + \angle 1 = 30^\circ + 35^\circ = 65^\circ,$$

$$\because l_1 \parallel l_2,$$

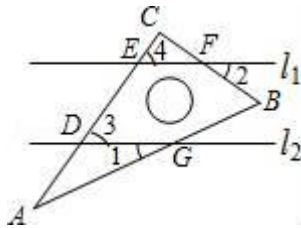
$$\therefore \angle 3 = \angle 4 = 65^\circ,$$

$$\because \angle 4 + \angle EFC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EFC = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 25^\circ.$$

故选: A.



6.  $\because$  关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - kx - 6 = 0$  的一个根为  $x = 3$ ,

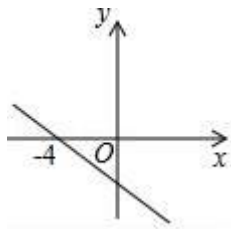
$$\therefore 3^2 - 3k - 6 = 0, \text{ 解得 } k = 1,$$

$$\therefore x^2 - x - 6 = 0, \text{ 解得 } x = 3 \text{ 或 } x = -2,$$

故选: A.

7. 解: 由函数图象可知  $x < -4$  时  $y > 0$ .

故选: C.



8. 解: 过点  $C$  作  $CD \perp$  直线  $AB$  于点  $D$ , 如图所示.

$$\because AB = 5, \triangle ABC \text{ 的面积为 } 10,$$





故选：C.

11. 解：∵△ABC是等边三角形

$$\therefore \angle ABC = \angle BAC = \angle ACB = 60^\circ, AB = AC = BC,$$

$$\therefore AE = CD, \angle BAC = \angle ACB, AC = BC$$

$$\therefore \triangle AEC \cong \triangle CDB \text{ (SAS)}$$

$$\therefore \angle ACE = \angle DBC,$$

$$\therefore \angle EGF = \angle BCG + \angle DBC = \angle BCG + \angle ACE = \angle ACB$$

$$\therefore \angle EGF = 60^\circ, \text{ 且 } EF \perp BD$$

$$\therefore \angle FEG = 30^\circ$$

$$\therefore EF = \sqrt{3}FG = 2, EG = 2FG$$

$$\therefore EG = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

故选：B.

12. 解：函数  $y = 2x - 5$  的图象可由函数  $y = 2(x - 1) = 2x - 2$  的图象向下平移 3 个单位·而得到.

故答案为：下，3.

13. 解：因为平面展开图不唯一，故分情况分别计算，进行大、小比较，再从各个路线中确定最短的路线.

$$(1) \text{ 展开前面右面由勾股定理得 } AB^2 = (1+2)^2 + 4^2 = 25;$$

$$(2) \text{ 展开前面上面由勾股定理得 } AB^2 = (2+4)^2 + 1^2 = 37;$$

$$(3) \text{ 展开左面上面由勾股定理得 } AB^2 = (1+4)^2 + 2^2 = 29.$$

所以最短路径的长为  $AB = \sqrt{25} = 5 \text{ (cm)}$ .

故答案为：5cm.

14. 解：解不等式得：  $x < \frac{m}{2}$ ,

∵不等式的正整数解为 1、2、3，

$$\therefore 3 < \frac{m}{2} \leq 4$$

解得：  $6 < m \leq 8$ ,

故答案为  $6 < m \leq 8$ .

15. 解：分别数出图①、图②、图③中的三角形的个数，

图①中三角形的个数为  $1 = 4 \times 1 - 3$ ;

图②中三角形的个数为  $5=4\times 2-3$ ;

图③中三角形的个数为  $9=4\times 3-3$ ;

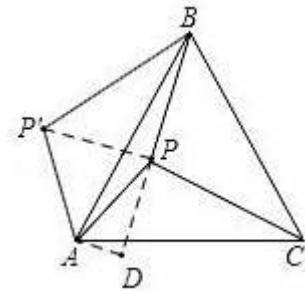
...

可以发现，第几个图形中三角形的个数就是 4 与几的乘积减去 3.

按照这个规律，如果设图形的个数为  $n$ ，那么其中三角形的个数为  $4n-3$ .

故答案为  $4n-3$ .

16. 解：①连接  $PP'$ ，过点  $A$  作  $AD\perp BP$  于点  $D$ ，如图，



由旋转性质可知， $\triangle APC\cong\triangle AP'B$ ,

$\therefore AP=AP'$ ， $P'B=PC=10$ ,

$\because \angle P'AP=60^\circ$ ，

$\therefore \triangle APP'$  是等边三角形，

$\therefore PP'=AP=6$ ，故①正确；

② $\because PB=8$ ,

$\therefore P'B^2=PB^2+P'P^2$ ,

$\therefore \triangle PP'B$  是直角三角形，

$\therefore \angle P'PB=90^\circ$ ，

$\because \angle P'PA=60^\circ$ ，

$\therefore \angle APB=150^\circ$ ，故②正确；

③由②得： $\angle APD=30^\circ$ ，

$\therefore AD=\frac{1}{2}AP=3$ ， $PD=3\sqrt{3}$ ，

$\therefore BD=8+3\sqrt{3}$ ，

在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中， $AB^2=AD^2+BD^2=100+48\sqrt{3}$ ，

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{\sqrt{3}}{4}AB^2=36+25\sqrt{3}$ ，故③正确.

故答案为：①②③.

三. 解答题 (共 7 小题)

17. 解: 原式  $= 1 - 3 - \sqrt{3} + 1 + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = -1$ .

18. 解: 设反比例函数的解析式为  $y = \frac{k}{x}$

$\because$  当  $x=2$  时,  $y = -\frac{1}{3}$ ,

$\therefore k = -\frac{2}{3}$ ,

$\therefore$  该反比例函数的解析式为  $y = -\frac{2}{3x}$ ,

当  $y=6$  时, 则有  $-\frac{2}{3x}=6$ ,

解得  $x = -\frac{1}{9}$ .

19. 解: 四边形  $AEDF$  是菱形,

理由如下: 连接  $AD$ ,

$\because AB=AC$ ,  $D$  为  $BC$  的中点,

$\therefore AD \perp BC$ ,

$\therefore DE = \frac{1}{2}AC$ ,

$\because DE \parallel AB$ ,  $D$  为  $BC$  的中点,

$\therefore DE = \frac{1}{2}AB$ ,

$\because AB=AC$ ,

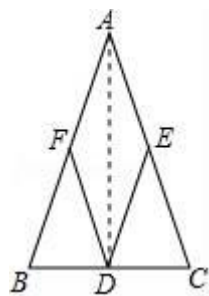
$\therefore DE=DF$ ,

$\because DE \parallel AB$ ,  $DF \parallel AC$ ,

$\therefore$  四边形  $AEDF$  是平行四边形,

$\because DE=DF$ ,

$\therefore$  四边形  $AEDF$  是菱形.



20. 解: (1) 当天盈利:  $(50-3) \times (30+2 \times 3) = 1692$  (元).

答：若某天该商品每件降价 3 元，当天可获利 1692 元.

(2)  $\because$  每件商品每降价 1 元，商场平均每天可多售出 2 件，

$\therefore$  设每件商品降价  $x$  元，则商场日销售量增加  $2x$  件，每件商品，盈利  $(50 - x)$  元.

故答案为： $2x$ ； $50 - x$ .

(3) 根据题意，得： $(50 - x) \times (30 + 2x) = 2000$ ,

整理，得： $x^2 - 35x + 250 = 0$ ,

解得： $x_1 = 10$ ， $x_2 = 25$ ,

$\because$  商城要尽快减少库存，

$\therefore x = 25$ .

答：每件商品降价 25 元时，商场日盈利可达到 2000 元.

21. 解：(1) 由统计图可得，

这 50 名同学零花钱数据的众数是 20 元，中位数是 20 元，

故答案为：20 元，20 元；

$$(2) \bar{x} = \frac{5 \times 6 + 10 \times 15 + 20 \times 19 + 30 \times 8 + 50 \times 2}{50} = 18 \text{ (元)},$$

答：这 50 名同学零花钱的平均数是 18 元；

$$(3) 3100 \times \frac{8+2}{50} = 620 \text{ (人)},$$

答：这个中学学生每天的零花钱不小于 30 元的有 620 人.

22. 解：(1)  $\because$  点  $O$  为等边  $\triangle ABC$  的内心，

$$\therefore \angle AOB = 120^\circ, \angle OAB = \angle OBA = 30^\circ,$$

作  $OH \perp AB$  于  $H$ ，如图 1，则  $AH = BH$ ，

$$\text{在 Rt} \triangle AOH \text{ 中, } OH = \frac{1}{2} OA = 2, AH = \sqrt{3} OH = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore AB = 2AH = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{图中重叠部分 } OAB \text{ 的面积} = S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 2 = 4\sqrt{3};$$

(2) 图②中重叠部分的面积与图①重叠部分的面积相等.

证明：连接  $AO$ 、 $BO$ ，如图 2，

由旋转可得： $\angle EOF = \angle AOB = 120^\circ$ ，则  $\angle EOA = \angle FOB$ ，

在  $\triangle EOA$  和  $\triangle FOB$  中，

$$\begin{cases} \angle EAO = \angle FBO \\ OA = OB \\ \angle EOA = \angle FOB \end{cases},$$

$$\therefore \triangle EOA \cong \triangle FOB,$$

$$\therefore S_{\triangle EOA} = S_{\triangle FOB},$$

$$\therefore S_{\text{四边形} AEOF} = S_{\triangle OAB},$$

$\therefore$  图②中重叠部分的面积与图①重叠部分的面积相等.

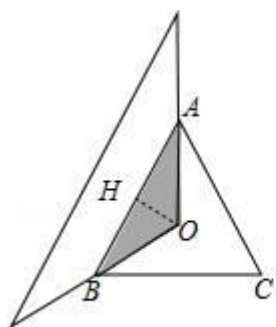


图1

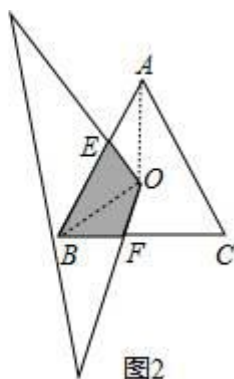


图2

23. 解: (1) 将 A、C 两点坐标代入抛物线, 得

$$\begin{cases} c=8 \\ -\frac{4}{9} \times 36 + 6b + c = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} b = \frac{4}{3} \\ c = 8 \end{cases},$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = -\frac{4}{9}x^2 + \frac{4}{3}x + 8;$$

$$(2) \text{ ① } \because OA=8, OC=6,$$

$$\therefore AC = \sqrt{OA^2 + OC^2} = 10,$$

$$\text{过点 } O \text{ 作 } QE \perp BC \text{ 与 } E \text{ 点, 则 } \sin \angle ACB = \frac{QE}{QC} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore \frac{QE}{10-m} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore QE = \frac{3}{5}(10-m),$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} \cdot CP \cdot QE = \frac{1}{2}m \times \frac{3}{5}(10-m) = -\frac{3}{10}m^2 + 3m;$$

$$\textcircled{2} \because S = \frac{1}{2} \cdot CP \cdot QE = \frac{1}{2} m \times \frac{3}{5} (10 - m) = -\frac{3}{10} m^2 + 3m = -\frac{3}{10} (m - 5)^2 + \frac{15}{2},$$

$\therefore$  当  $m=5$  时,  $S$  取最大值;

在抛物线对称轴  $l$  上存在点  $F$ , 使  $\triangle FDQ$  为直角三角形,

$\because$  抛物线的解析式为  $y = -\frac{4}{9}x^2 + \frac{4}{3}x + 8$  的对称轴为  $x = \frac{3}{2}$ ,

$D$  的坐标为  $(3, 8)$ ,  $Q(3, 4)$ ,

当  $\angle FDQ = 90^\circ$  时,  $F_1(\frac{3}{2}, 8)$ ,

当  $\angle FQD = 90^\circ$  时, 则  $F_2(\frac{3}{2}, 4)$ ,

当  $\angle DFQ = 90^\circ$  时, 设  $F(\frac{3}{2}, n)$ ,

则  $FD^2 + FQ^2 = DQ^2$ ,

$$\text{即 } \frac{9}{4} + (8 - n)^2 + \frac{9}{4} + (n - 4)^2 = 16,$$

$$\text{解得: } n = 6 \pm \frac{\sqrt{7}}{2},$$

$$\therefore F_3(\frac{3}{2}, 6 + \frac{\sqrt{7}}{2}), F_4(\frac{3}{2}, 6 - \frac{\sqrt{7}}{2}),$$

满足条件的点  $F$  共有四个, 坐标分别为

$$F_1(\frac{3}{2}, 8), F_2(\frac{3}{2}, 4), F_3(\frac{3}{2}, 6 + \frac{\sqrt{7}}{2}), F_4(\frac{3}{2}, 6 - \frac{\sqrt{7}}{2}).$$

