

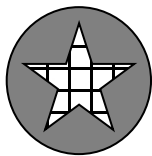
2019 年中考数学模拟试题

一、选择题

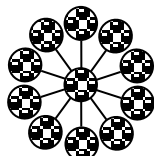
1、下列各数中，比 -2 小的数是 ()

A. 2 B. 0 C. -1 D. -3

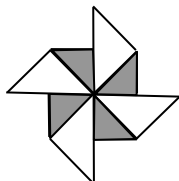
2、下面的图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



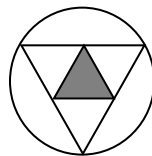
A.



B.



C.



D.

3、下列计算正确的是 ()

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $2a + 3b = 5ab$ C. $a^8 \div a^2 = a^6$ D. $(a^2b)^2 = a^4b$

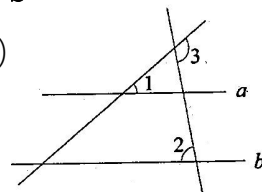
4、如图， $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 40^\circ$ ， $\angle 2 = 80^\circ$ ，则 $\angle 3$ 的度数为 ()

A. 60°

B. 90°

C. 120°

D. 140°



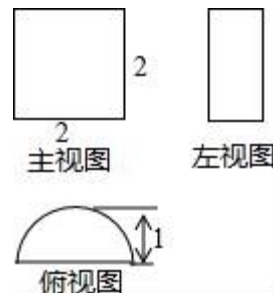
5、一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为 ()

A. $3\pi + 4$

B. 3π

C. $2\pi + 4$

D. 4π



6、若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x - m > 2 \\ x - 2m < -1 \end{cases}$ 无解，则 m 的取值范围 ()

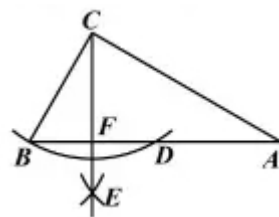
A. $m > 3$

B. $m < 3$

C. $m \leq 3$

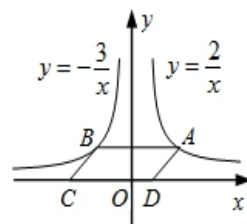
D. $m \geq 3$

7、如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， $BC = 4$ 。以点 C 为圆心， CB 长为半径作弧，交 AB 于点 D ；再分别以点 B 和点 D 为圆心，大于 $\frac{1}{2}BD$ 的长为半径作弧，两弧相交于点 E ；作射线 CE 交 AB 于点 F 。



则 AF 的长为 () A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

8. 如图，点 A 是反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ ($x > 0$) 的图象上任意一点，过 A 做 $AB \parallel x$ 轴，交反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的图象于点 B ，如果以 AB 为边作 $\square ABCD$ (其中 C, D 在 x 轴上)，则 $S_{\square ABCD}$ 等于 ()



A. 2 B. 3 C. 4

D. 5

9、定义： a 是不为1的有理数，我们把 $\frac{1}{1-a}$ 称为 a 的差倒数。如：2的差倒数

是 $\frac{1}{1-2}=-1$ ， -1 的差倒数是 $\frac{1}{1-(-1)}=\frac{1}{2}$ 。已知 $a_1=-\frac{1}{3}$ ， a_2 是 a_1 的差倒数， a_3

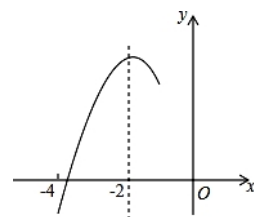
是 a_2 的差倒数， a_4 是 a_3 的差倒数， \dots ，依此类推， $a_{2009}=(\quad)$

- A. $\frac{3}{4}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. 4 D. $\frac{1}{4}$

10. 如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 的对称轴为直线 $x=-2$ ，与 x 轴的一个交点在 $(-3, 0)$ 和 $(-4, 0)$ 之间，其部分图象如图所示，则下列结论：①

$4a-b=0$ ② $c<0$ ；③ $c>3a$ ；④ $4a-2b>at^2+bt$ (t 为实数)；

⑤点 $(-\frac{7}{2}, y_1)$ ， $(-\frac{5}{2}, y_2)$ ， $(\frac{1}{2}, y_3)$ 是该抛物线上的点，则



$y_2 < y_1 < y_3$ ，

其中，正确结论的个数是 (\quad)

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

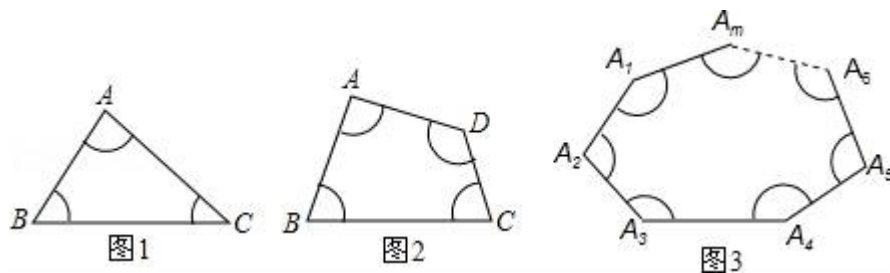
二、填空题

11、 $2^{-1} - \sqrt{3} \tan 60^\circ + (\pi - 2011)^0 + \left| -\frac{1}{2} \right| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

12、分解因式 $(a-b)(a-4b)+ab$ 的结果是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

13、某种计算机完成一次基本运算的时间约为 $0.000\ 000\ 001s$ 。把 $0.000\ 000\ 001s$ 用科学记数法可表示为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

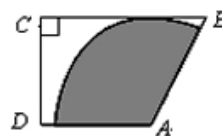
14、如图1，图2 \dots 、图 m 是边长均大于2的三角形、四边形、 \dots 、凸 n 边形。分别以它们的各顶点为圆心，以1为半径画弧与两邻边相交，得到3条弧、4条弧 \dots 、 n 条弧。



(1) 图 1 中 3 条弧的弧长的和为_____，图 2 中 4 条弧的弧长的和为_____；

(2) 求图 3 中 n 条弧的弧长的和 (用 n 表示) _____。

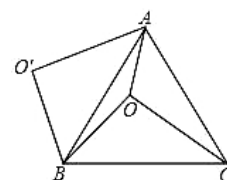
15、如图，梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = AD = 4$ ， $BC = 6$ ，以 A 为圆心在梯形



内画出一个最大的扇形 (图中阴影部分) 的面积是_____。

16. 如图， O 是等边 $\triangle ABC$ 内一点， $OA = 6$ ， $OB = 8$ ， $OC = 10$ ，将线段 BO 以点 B 为旋转中心逆时针旋转 60° 得到线段 BO' ，下列结论：① $\triangle BO'A$ 可以由 $\triangle BOC$ 绕点 B 逆时针旋转 60° 得到；② 点 O 与 O' 的距离为 8；③ 四边形 $AOBO'$ 的面积为

$24 + 15\sqrt{3}$ ；④ $\angle AOB = 150^\circ$ ；⑤ $S_{\triangle AOC} + S_{\triangle AOB} = 9\sqrt{3} + 24$ 。其中正确的结论是_____



三、解答题

17、先化简，再求值： $\left(2 - \frac{x-1}{x+1}\right) \div \frac{x^2+6x+9}{x^2-1}$ ，其中 $x=2$ 。

18. (8 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (2m+3)x + m^2 + 2 = 0$ 。

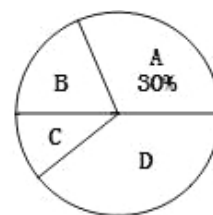
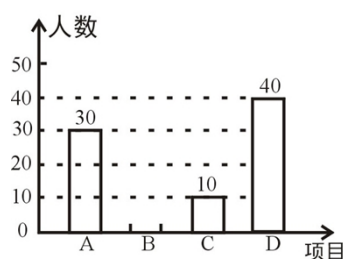
(1) 若方程有实数根，求实数 m 的取值范围；

(2) 若方程两实数根分别为 x_1 ， x_2 ，且满足 $x_1^2 + x_2^2 = 31 + |x_1 x_2|$ ，求实数 m 的值

19、(本题 8 分) 某校在参加广水市美育节活动中，准备采用四种演出形式： A . 器

乐， B . 舞蹈， C . 朗诵， D . 唱歌。每名

学生从中选择并且只能选择一种



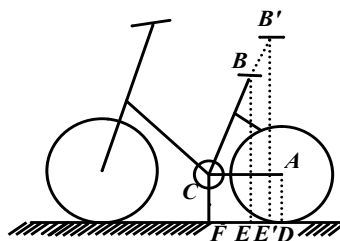
最喜欢的,学校对部分学生进行了抽样调查,并将调查结果绘制了如下两幅不完整的统计图.

请结合图中所给信息,解答下列问题:

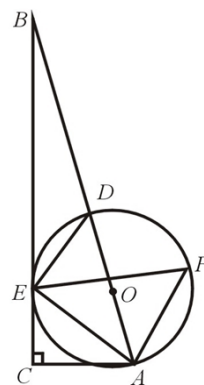
- (1) 本次调查的学生共有_____人; (2) 补全条形统计图;
- (3) 该校共有 1200 名学生,请估计选择“唱歌”的学生有多少人?
- (4) 九年级一班在最喜欢“器乐”的学生中,有甲、乙、丙、丁四位同学表现优秀,现从这四位同学中随机选出两名同学参加学校的器乐队,请用列表或画树状图法求被选取的两人恰好是甲和乙的概率.

20、如图是某品牌自行车的最新车型实物图和简化图,它在轻量化设计、刹车、车篮和座位上都做了升级. A 为后胎中心,经测量车轮半径 AD 为 30cm,中轴轴心 C 到地面的距离 CF 为 30cm,座位高度最低刻度为 155cm,此时车架中立管 BC 长为 54cm,且 $\angle BCA=71^\circ$. (参考数据: $\sin 71^\circ \approx 0.95$, $\cos 71^\circ \approx 0.33$, $\tan 71^\circ \approx 2.88$)

- (1) 求车座 B 到地面的高度 (结果精确到 1cm);
- (2) 根据经验,当车座 B' 到地面的距离 $B'E'$ 为 90cm 时,身高 175cm 的人骑车比较舒适,此时车架中立管 BC 拉长的长度 BB' 应是多少? (结果精确到 1cm)



- 21、(本题 10 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, AE 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 E , O 是 AB 上一点, 经过 A, E 两点的 $\odot O$ 交 AB 于点 D , 连接 DE , 作 $\angle DEA$ 的平分线 EF 交 $\odot O$ 于点 F , 连接 AF .

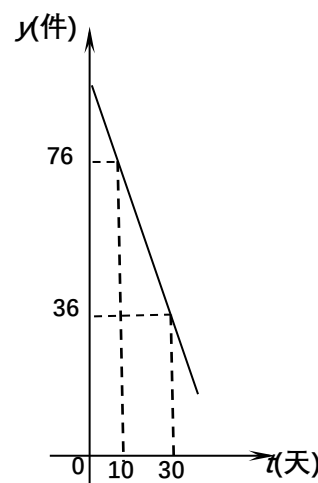


(1) 求证: BC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\sin \angle EFA = \frac{4}{5}$, $AF = 5\sqrt{2}$, 求线段 AC 的长.

- 22、(本题满分 12 分) 红星公司生产的某种时令商品成本为 20 元. 通过市场调查发现, 这种商品在未来 40 天内的日销售量 y_1 (件) 与时间 t (天) 的关系如图所示; 未来 40 天内, 每天的价格 y_2 (元/件) 与时间 t (天) 的函数关系式为:

$$y_2 = \begin{cases} \frac{1}{4}t + 25 & (1 \leq t \leq 20) \\ -\frac{1}{2}t + 40 & (21 \leq t \leq 40) \end{cases} \quad (t \text{ 为整数})$$



- (1) 求日销售量 y_1 (件) 与时间 t (天) 的函数关系式;
- (2) 请预测未来 40 天中哪一天的销售利润最大, 最大日销售利润是多少?
- (3) 在实际销售的前 20 天中该公司决定销售一件商品就捐赠 a 元 (a 为定值) 利润给希望工程. 公司通过销售记录发现, 前 20 天中, 第 18 天的时候, 扣除捐赠后日销售利润为这 20 天中的最大值, 求 a 的值.

23、阅读材料:

小明在学习二次根式后, 发现一些含根号的式子可以写成另一个式子的平方,

如 $3+2\sqrt{2} = (1+\sqrt{2})^2$. 善于思考的小明进行了以下探索:

设 $a+b\sqrt{2} = (m+n\sqrt{2})^2$ (其中 a, b, m, n 均为整数), 则有 $a+b\sqrt{2} = m^2+2n^2+2mn\sqrt{2}$.

$\therefore a=m^2+2n^2, b=2mn$. 这样小明就找到了一种把类似 $a+b\sqrt{2}$ 的式子化为平方式的方法.

请你仿照小明的方法探索并解决下列问题:

(1) 当 a, b, m, n 均为正整数时, 若 $a+b\sqrt{3} = (m+n\sqrt{3})^2$, 用含 m, n 的式子分别表示 a, b , 得: $a=$ ____, $b=$ ____;

(2) 利用所探索的结论, 找一组正整数 a, b, m, n 填空: ____+____ $\sqrt{3} = (\text{ } + \text{ } \sqrt{3})^2$;

(3) 若 $a+4\sqrt{3} = (m+n\sqrt{3})^2$, 且 a, m, n 均为正整数, 求 a 的值?

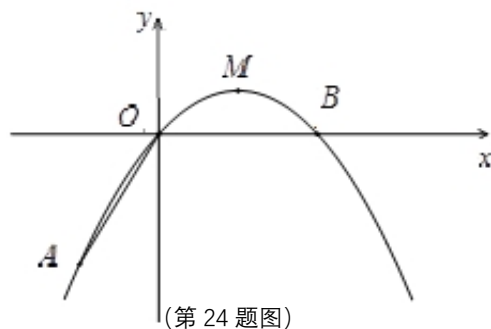
24. (本题满分 12 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 4 分, 第 (3) 小题 4 分)

如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 顶点为 M 的抛物线 $C_1: y = ax^2 + bx (a < 0)$ 经过点 A 和 x 轴上的点 B , $AO = OB = 2$, $\angle AOB = 120^\circ$.

(1) 求该抛物线的表达式;

(2) 连接 AM , 求 $S_{\triangle AOM}$;

(3) 将抛物线 C_1 向上平移得到抛物线 C_2 , 抛物线 C_2 与 x 轴分别交于点 E, F (点 E 在点 F 的左侧), 如果 $\triangle MBF$ 与 $\triangle AOM$ 相似, 求所有符合条件的抛物线 C_2 的表达式.



数学试题答案

20. 解：(1) 车轮半径 AD 为 30cm，中轴轴心 C 到地面的距离 CF 为 30cm，所以 AC 平行于水平线和地面，即 $\angle CAD = 90^\circ$

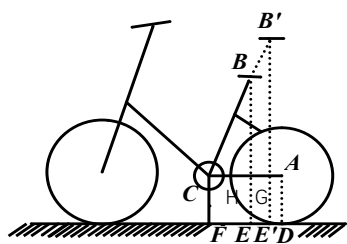
设 BE 交 CA 于 H , 则在 $Rt\triangle BHC$ 中, $\sin \angle BCA = \frac{BH}{BC}$

$$\therefore \angle BCA = 71^\circ, BC = 54cm$$

$$\therefore \frac{BH}{54} = 0.95 \text{ 解得: } BH = 51.3\text{cm}$$

$$\therefore BE = 51.3 + 30 = 81.3 \text{ cm} \approx 81 \text{ cm}$$

答：车座 B 到地面的高度约为 81 cm



(2) 设 $B'E'$ 交 CA 于 G , 则在 $Rt\triangle B'CG$ 中, $\sin \angle BCA = \frac{B'G}{B'C}$

$$\therefore \angle BCA = 71^\circ, B'E' = 90\text{cm}$$

$$\therefore \frac{90-30}{B'C} = 0.95 \text{ 解得: } B'C = \frac{1200}{19} \text{ cm}.$$

$$\therefore BC = 54cm, \quad \therefore BB' = \frac{1200}{19} - 54 \approx 9cm$$

答：此时车架中立管 BC 拉长的长度 BB' 应是约为 9cm .

22、解：(1) $y = -2t + 96$

(2) 设销售利润为 W , 则: $W = \begin{cases} (-2t+96)(\frac{1}{4}t+25-20) & (1 \leq t \leq 20) \\ (-2t+96)(-\frac{1}{2}t+40-20) & (2 \leq t \leq 40) \end{cases}$

$$\text{配方得: } W = \begin{cases} -\frac{1}{2}(t-14)^2 + 578 (1 \leq t \leq 20) \\ (t-44)^2 - 16 (2 \leq t \leq 40) \end{cases}$$

①当 $1 \leq t \leq 20$ 时, $t=14$, $W_{\text{最大}}=578$;

②当 $20 \leq t \leq 40$ 时, W 随 x 增大而减小, 故当 $t=21$ 时, $W_{\text{最大}}=513$.

综上所述, 当 $t=14$ 时, 利润最大, 最大利润是 578 元.

(3) 由题意得: $W = (-2t+96)(\frac{1}{4}t+5-a)(1 \leq t \leq 20)$, 配方得:

$$W = -\frac{1}{2}[t-2(a+7)]^2 + 2(a-17)^2 (1 \leq t \leq 20)$$

∵ a 为定值, 而 $t=18$ 时, W 最大,

$$\therefore 2(a+7)=18, \text{ 解得: } a=2$$

23、(本题 12 分)

$$(1) \because a+b\sqrt{3}=(m+n\sqrt{3})^2,$$

$$\therefore a+b\sqrt{3}=m^2+3n^2+2mn\sqrt{3},$$

$$\therefore a=m^2+3n^2, b=2mn.$$

故答案为: $m^2+3n^2, 2mn$.

(2) 设 $m=1, n=1$,

$$\therefore a=m^2+3n^2=4, b=2mn=2.$$

故答案为 4、2、1、1. (答案不唯一)

(3) 由题意, 得:

$$a=m^2+3n^2, b=2mn$$

$$\therefore 4=2mn, \text{ 且 } m、n \text{ 为正整数,}$$

$$\therefore m=2, n=1 \text{ 或者 } m=1, n=2,$$

$$\therefore a=2^2+3 \times 1^2=7, \text{ 或 } a=1^2+3 \times 2^2=13.$$

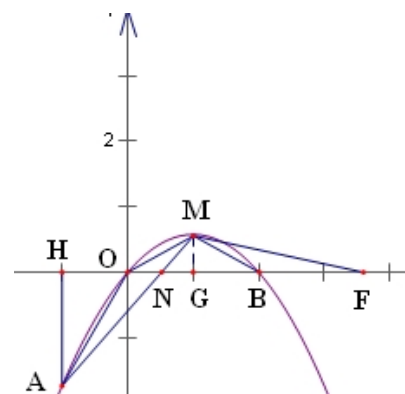
24. 解: (1) 过 A 作 $AH \perp x$ 轴, 垂足为 H,

$$\because OB=2, \therefore B(2,0)$$

$$\therefore \angle AOB=120^\circ$$

$$\therefore \angle AOH=60^\circ, \angle HAO=30^\circ.$$

$$\because OA=2, \therefore OH=\frac{1}{2}OA=1.$$



\therefore 在 $Rt\triangle AHO$ 中, $OH^2 + AH^2 = OA^2$, $\therefore AH = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$.

$\therefore A(-1, -\sqrt{3})$

\therefore 抛物线 $C_1: y = ax^2 + bx$ 经过点 A, B ,

$$\therefore \text{可得: } \begin{cases} 4a + 2b = 0 \\ a - b = -\sqrt{3} \end{cases} \text{解得: } \begin{cases} a = -\frac{\sqrt{3}}{3} \\ b = \frac{2\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

\therefore 这条抛物线的表达式为 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}x$

(2) 过 M 作 $MG \perp x$ 轴, 垂足为 G , $\therefore y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}x$

\therefore 顶点 M 是 $\left(1, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$, 得 $MG = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore A(-1, -\sqrt{3}), M\left(1, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

\therefore 得: 直线 AM 为 $y = \frac{2\sqrt{3}}{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3}$

\therefore 直线 AM 与 x 轴的交点 N 为 $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

$$\begin{aligned} \therefore S_{\triangle AOM} &= \frac{1}{2}ON \cdot MG + \frac{1}{2}ON \cdot AH = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

(3) $\therefore B(2, 0), M\left(1, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$,

\therefore 在 $Rt\triangle BGM$ 中, $\tan \angle MBG = \frac{MG}{BG} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\therefore \angle MBG = 30^\circ$.

$\therefore \angle MBF = 150^\circ$. 由抛物线的轴对称性得: $MO = MB$,

$\therefore \angle MBO = \angle MOB = 150^\circ$.

$$\therefore \angle AOB = 120^\circ, \therefore \angle AOM = 150^\circ$$

$$\therefore \angle AOM = \angle MBF.$$

$$\therefore \text{当} \triangle MBF \text{与} \triangle AOM \text{相似时, 有: } \frac{OM}{OA} = \frac{BM}{BF} \text{ 或 } \frac{OM}{OA} = \frac{BF}{BM}$$

$$\text{即 } \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{BF} \text{ 或 } \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{\frac{3}{2}} = \frac{BF}{\frac{2\sqrt{3}}{3}}, \therefore BF = 2 \text{ 或 } BF = \frac{2}{3}.$$

$$\therefore F(4,0) \text{ 或 } \left(\frac{8}{3}, 0\right)$$

$$\text{设向上平移后的抛物线 } C_2 \text{ 为: } y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}x + k,$$

$$\text{当 } F(4,0) \text{ 时, } k = \frac{8\sqrt{3}}{3}, \therefore \text{抛物线 } C_2 \text{ 为: } y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}x + \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{当 } F\left(\frac{8}{3}, 0\right) \text{ 时, } k = \frac{16\sqrt{3}}{27}, \text{ 抛物线 } C_2: y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}x + \frac{16\sqrt{3}}{27}$$