

2019 年中考模拟联考

数 学 试 题

第 I 卷（选择题 共 42 分）

一、选择题（本大题共 14 小题，每小题 3 分，共 42 分）在每小题所给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
答案														

1. 计算： $\frac{2}{3}$ 的倒数是

A. $\frac{3}{2}$

B. $-\frac{3}{2}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $-\frac{2}{3}$

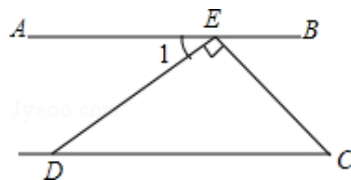
2. 如图， $AB \parallel CD$ ， $DE \perp CE$ ， $\angle 1 = 34^\circ$ ，则 $\angle DCE$ 的度数为

A. 34°

B. 54°

C. 66°

D. 56°



3. 下列计算正确的是

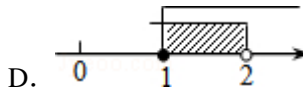
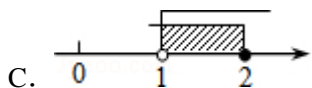
A. $x^2 + x^2 = x^4$

B. $2x^3 - x^3 = x^3$

C. $x^2 \cdot x^3 = x^6$

D. $(x^2)^3 = x^5$

4. 不等式组 $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 4-2x > 0 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示为



5. 下面所给几何体的俯视图是



6. 某学校在八年级开设了数学史、诗词赏析、陶艺三门校本课程. 若小波和小睿两名同学每人随机选择其中一门课程, 则小波和小睿选到同一课程的概率是

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{6}$

D. $\frac{1}{9}$

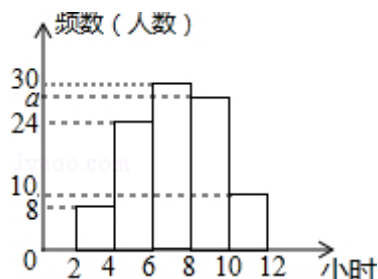
7. 某校为了解全校同学五一假期参加社团活动的情况, 抽查了 100 名同学, 统计它们假期参加社团活动的时间, 绘成频数分布直方图 (如图), 则参加社团活动时间的中位数所在的范围是

A. 4 - 6 小时

B. 6 - 8 小时

C. 8 - 10 小时

D. 不能确定



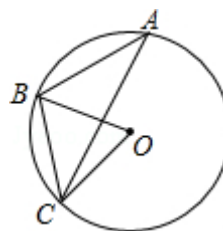
8. 如图, $\triangle ABC$ 的顶点均在 $\odot O$ 上, 若 $\angle A = 36^\circ$, 则 $\angle BOC$ 的度数为

A. 18°

B. 36°

C. 60°

D. 72°



9. 正多边形的一个内角为 135° , 则该多边形的边数为

A. 5

B. 6

C. 7

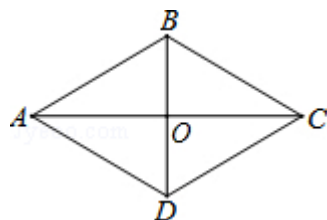
D. 8

10. 已知甲车行驶 30 千米与乙车行驶 40 千米所用时间相同, 并且乙车每小时比甲车多行驶 15 千米. 若设甲车的速度为 x 千米/时, 依题意列方程正确的是

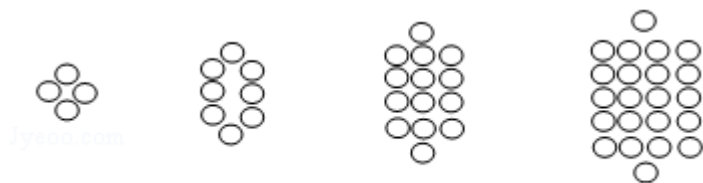
- A. $\frac{30}{x} = \frac{40}{x+15}$ B. $\frac{30}{x-15} = \frac{40}{x}$ C. $\frac{30}{x} = \frac{40}{x-15}$ D. $\frac{30}{x+15} = \frac{40}{x}$

11. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 下列结论中不一定成立的是

- A. $\angle BAC = \angle DAC$
B. $AC = BD$
C. $AC \perp BD$
D. $OA = OC$



12. 将一些半径相同的小圆按如图所示的规律摆放, 第 1 个图形有 4 个小圆, 第 2 个图形有 8 个小圆, 第 3 个图形有 14 个小圆, ..., 依次规律, 第 7 个图形的小圆个数是



第 1 个图形 第 2 个图形 第 3 个图形 第 4 个图形

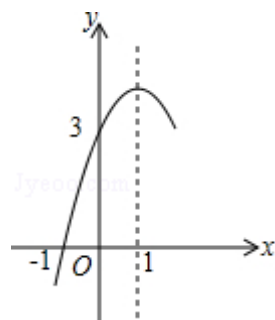
- A. 56 B. 58 C. 63 D. 72

13. 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的对称轴为直线 $x = 1$, 与 x 轴的一个交点坐标为 $(-1, 0)$, 其部分图象如图所示, 下列结论:

- ① $4ac < b^2$; ② 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根是 $x_1 = -1$, $x_2 = 3$;
③ $3a + c > 0$ ④ 当 $y > 0$ 时, x 的取值范围是 $-1 \leq x < 3$
⑤ 当 $x < 0$ 时, y 随 x 增大而增大

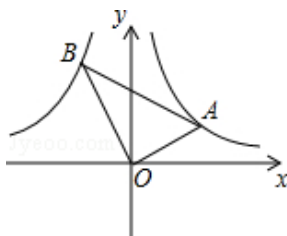
其中结论正确的个数是

- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个



14. 如图, 点 A 是反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) 上的一个动点, 连接 OA , 过点 O 作 $OB \perp OA$, 并且使 $OB = 2OA$, 连接 AB . 当点 A 在反比例函数图象上移动时, 点 B 也在某一反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象上移动, 则 k 的值为

- A. -4
B. 4
C. -2
D. 2



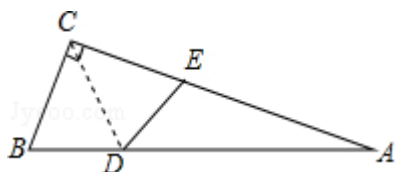
第 II 卷 (非选择题 共 78 分)

二、填空题 (本题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

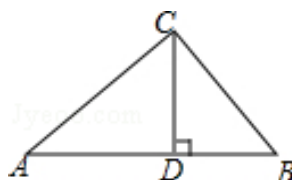
15. 比较大小: $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ _____ 1. (用 “>” 或 “<” 填空)

16. 计算若 $a-b=2$, $a+b=3$, 则 $a^2-b^2 =$ _____.

17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 沿 CD 折叠 $\triangle CBD$, 使点 B 恰好落在 AC 边上的点 E 处. 若 $\angle A=25^\circ$, 则 $\angle ADE$ 的度数为 _____.



第 17 题



第 18 题

18. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=8$, $BC=6$, $CD \perp AB$, 垂足为 D , 则 $\tan \angle BCD$ 的值是 _____.

19. 观察下列各式及其展开式:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3,$$

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4,$$

$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5,$$

...

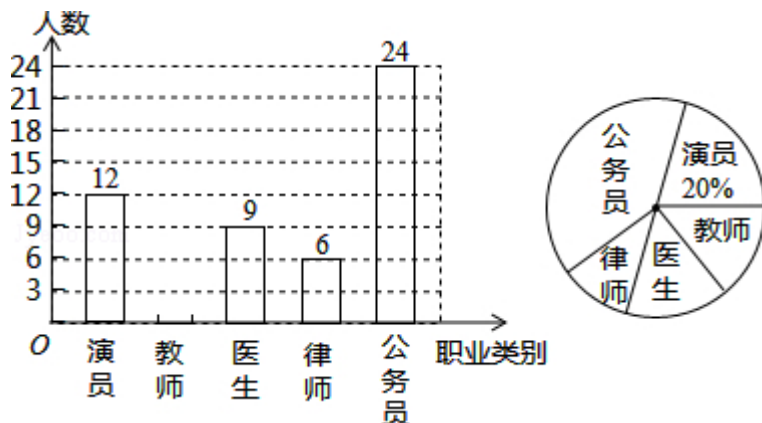
根据以上规律，请你猜想写出 $(a+b)^6$ 的展开式中第三项的系数是_____.

三、解答题（本大题共 7 小题，共 63 分）

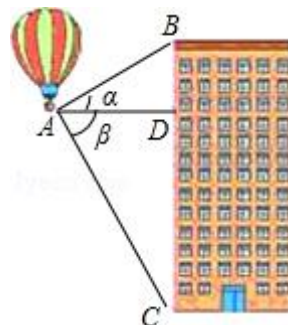
20. (满分 7 分) 计算： $(\frac{1}{x-1} - x + 1) \div \frac{x-2}{x^2-2x+1}$

21. (满分 7 分) 某中学开展以“我最喜爱的职业”为主题的调查活动，围绕在演员、教师、医生、律师、公务员共五类职业中，你最喜爱哪一类？（必选且只选一类），在全校范围内随机抽取部分学生进行问卷调查，将调查结果整理后绘制成如图所示的不完整的统计图，请你根据图中提供的信息回答下列问题：

- （1）本次调查共抽取了_____名学生；
- （2）求在被调查的学生中最喜爱教师职业的人数，并补全条形统计图；
- （3）若该中学共有 1500 名学生，请你估计该中学最喜爱律师职业的学生有多少名？



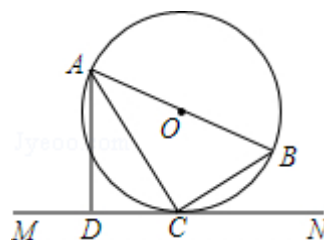
22. (满分 7 分) 如图, 热气球探测器显示, 从热气球 A 处看一栋楼顶部 B 处的仰角为 30° , 看这栋楼底部 C 处的俯角为 60° , 热气球与楼的水平距离 AD 为 100 米, 试求这栋楼的高度 BC .



23. (满分 9 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 是 $\odot O$ 上的一点, 直线 MN 经过点 C , 过点 A 作直线 MN 的垂线, 垂足为点 D , 且 $\angle BAC = \angle CAD$.

(1) 求证: 直线 MN 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $CD=3$, $\angle CAD=30^\circ$, 求 $\odot O$ 的半径.



24. (满分 9 分) 学校准备购进一批节能灯, 已知 1 只 A 型节能灯和 3 只 B 型节能灯共需 26 元; 3 只 A 型节能灯和 2 只 B 型节能灯共需 29 元.

(1) 求一只 A 型节能灯和一只 B 型节能灯的售价各是多少元;

(2) 学校准备购进这两种型号的节能灯共 50 只, 并且 A 型节能灯的数量不多于 B 型节能灯数量的 3 倍, 请设计出最省钱的购买方案, 并说明理由.

25. (满分 11 分) 在数学兴趣小组活动中, 小明进行数学探究活动, 将边长为 2 的正方形 $ABCD$ 与边长为 $2\sqrt{2}$ 的正方形 $AEFG$ 按图 1 位置放置, AD 与 AE 在同一直线上, AB 与 AG 在同一直线上.

(1) 小明发现 $DG \perp BE$, 请你帮他说明理由.

(2) 如图 2, 小明将正方形 $ABCD$ 绕点 A 逆时针旋转, 当点 B 恰好落在线段 DG 上时, 请你帮他求出此时 BE 的长.

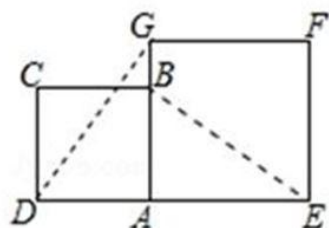


图 1

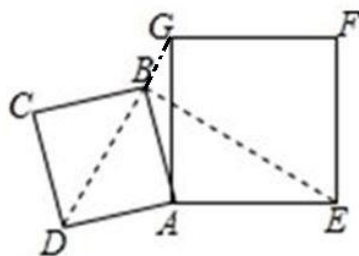


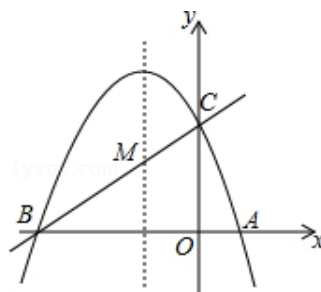
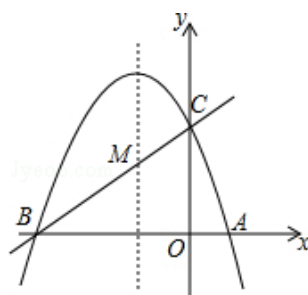
图 2

26. (满分 13 分) 如图, 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的对称轴为直线 $x = -1$, 且抛物线经过 $A(1, 0)$, $C(0, 3)$ 两点, 与 x 轴交于点 B .

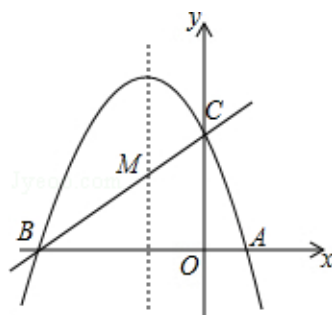
(1) 若直线 $y = mx + n$ 经过 B 、 C 两点, 求抛物线和直线 BC 的解析式;

(2) 在抛物线的对称轴 $x = -1$ 上找一点 M , 使点 M 到点 A 的距离与到点 C 的距离之和最小, 求点 M 的坐标;

(3) 设点 P 为抛物线的对称轴 $x = -1$ 上的一个动点, 求使 $\triangle BPC$ 为直角三角形的点 P 的坐标.



备用图 1



备用图 2

参考答案

一、选择题（本大题共 14 小题，每小题 3 分，满分 42 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
答案	A	D	B	D	B	B	B	D	D	A	B	B	B	A

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

15. $<$ 16.6 17. 40° 18. $\frac{3}{4}$ 19. 15

三、解答题

20. (满分 7 分)

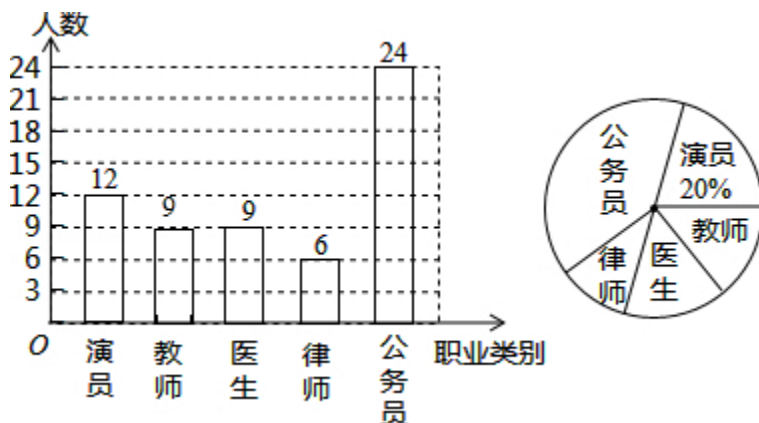
$$\begin{aligned}
 \text{解：原式} &= \left[\frac{1}{x-1} - \frac{(x-1)^2}{x-1} \right] \div \frac{x-2}{(x-1)^2} && \text{-----3 分} \\
 &= \frac{1-(x-1)^2}{x-1} \cdot \frac{(x-1)^2}{x-2} && \text{-----5 分} \\
 &= -x(x-1) \\
 &= -x^2 + x && \text{-----7 分}
 \end{aligned}$$

21. (满分 7 分)

解：（1）60 -----2 分

（2） $60 - 12 - 9 - 6 - 24 = 9$, -----3 分

补图所示：



-----4 分

（3） $\frac{6}{60} \times 1500 = 150$ （名）

答：该中学最喜爱律师职业的学生有 150 名。-----7 分

22. (满分 7 分)

解：由题意可得，

$\alpha=30^\circ$ ， $\beta=60^\circ$ ， $AD=100$ 米， $\angle ADC=\angle ADB=90^\circ$ ，

\therefore 在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 中， $\alpha=30^\circ$ ， $AD=100$ 米，

$$\therefore \tan \alpha = \frac{BD}{AD} = \frac{BD}{100} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \therefore BD = \frac{100\sqrt{3}}{3} \text{ 米}, \quad \text{-----2 分}$$

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中， $\beta=60^\circ$ ， $AD=100$ 米，

$$\therefore \tan \beta = \frac{CD}{AD} = \frac{CD}{100} = \sqrt{3}, \quad \text{-----4 分}$$

$$\therefore CD = 100\sqrt{3} \text{ 米}, \therefore BC = BD + CD = \frac{100\sqrt{3}}{3} + 100\sqrt{3} = \frac{400\sqrt{3}}{3} \text{ 米},$$

即这栋楼的高度 BC 是 $\frac{400\sqrt{3}}{3}$ 米。-----7 分

23. (满分 9 分)

(1) 证明：连接 OC ，

因为 $OA=OC$ ，所以 $\angle BAC=\angle ACO$ 。-----1 分

因为 $\angle BAC=\angle CAD$ ，故 $\angle ACO=\angle CAD$ 。-----2 分

所以 $OC \parallel AD$ ，又已知 $AD \perp MN$ ，所以 $OC \perp MN$ ，

所以，直线 MN 是 $\odot O$ 的切线；-----4 分

(2) 解：已知 AB 是 $\odot O$ 的直径，则 $\angle ACB=90^\circ$ ，

又 $AD \perp MN$ ，则 $\angle ADC=90^\circ$ 。因为 $CD=3$ ， $\angle CAD=30^\circ$ ，

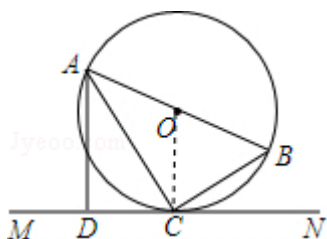
所以 $AD=3\sqrt{3}$ ， $AC=6$ -----5 分

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中， $\angle BAC=\angle CAD$ ，

所以 $\text{Rt}\triangle ABC \sim \text{Rt}\triangle ACD$ ，-----7 分

$$\text{则 } \frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AD}, \text{ 则 } AB = 4\sqrt{3},$$

所以 $\odot O$ 的半径为 $2\sqrt{3}$ 。-----9 分



24. (满分 9 分) 解：（1）设一只 A 型节能灯的售价是 x 元，一只 B 型节能灯的售价是 y 元，

根据题意，得：

$$\begin{cases} x + 3y = 26 \\ 3x + 2y = 29 \end{cases} \quad \text{解得：} \begin{cases} x = 5 \\ y = 7 \end{cases}$$

答：一只 A 型节能灯的售价是 5 元，一只 B 型节能灯的售价是 7 元。 -----4 分

（2）设购进 A 型节能灯 m 只，总费用为 W 元，

根据题意，得： $W = 5m + 7(50 - m) = -2m + 350$ ， -----6 分

$\because -2 < 0$ ， $\therefore W$ 随 m 的增大而减小，

又 $\because m \leq 3(50 - m)$ ， 解得： $m \leq 37.5$ ， -----7 分

而 m 为正整数，

\therefore 当 $m = 37$ 时， $W_{\text{最小}} = -2 \times 37 + 350 = 276$ ， -----8 分

此时 $50 - 37 = 13$ ，

答：当购买 A 型灯 37 只，B 型灯 13 只时，最省钱。 -----9 分

25. (满分 11 分)

解：（1） \because 四边形 $ABCD$ 和四边形 $AEFG$ 都为正方形，

$\therefore AD = AB$ ， $\angle DAG = \angle BAE = 90^\circ$ ， $AG = AE$ ，

在 $\triangle ADG$ 和 $\triangle ABE$ 中，

$$\begin{cases} AD = AB \\ \angle DAG = \angle BAE, \\ AG = AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADG \cong \triangle ABE$ -----2 分

$\therefore \angle AGD = \angle AEB$, 如图 1 所示, 延长 EB 交 DG 于点 H ,

在 $\triangle ADG$ 中, $\angle AGD + \angle ADG = 90^\circ$,

$\therefore \angle AEB + \angle ADG = 90^\circ$, -----4 分

在 $\triangle EDH$ 中, $\angle AEB + \angle ADG + \angle DHE = 180^\circ$,

$\therefore \angle DHE = 90^\circ$, 则 $DG \perp BE$; -----5 分

(2) \because 四边形 $ABCD$ 和四边形 $AEFG$ 都为正方形,

$\therefore AD = AB$, $\angle DAB = \angle GAE = 90^\circ$, $AG = AE$,

$\therefore \angle DAB + \angle BAG = \angle GAE + \angle BAG$, 即 $\angle DAG = \angle BAE$,

在 $\triangle ADG$ 和 $\triangle ABE$ 中,

$$\begin{cases} AD = AB \\ \angle DAG = \angle BAE \therefore \triangle ADG \cong \triangle ABE \therefore DG = BE, \\ AG = AE \end{cases} \text{ -----7 分}$$

如图 2, 过点 A 作 $AM \perp DG$ 交 DG 于点 M , $\angle AMD = \angle AMG = 90^\circ$,

$\because BD$ 为正方形 $ABCD$ 的对角线, $\therefore \angle MDA = 45^\circ$,

在 $Rt\triangle AMD$ 中, $\angle MDA = 45^\circ$, $\therefore \cos 45^\circ = \frac{DM}{AD}$,

$\because AD = 2$, $\therefore DM = AM = \sqrt{2}$, -----9 分

在 $Rt\triangle AMG$ 中, 根据勾股定理得: $GM = \sqrt{AG^2 - AM^2} = \sqrt{6}$,

$\therefore DG = DM + GM = \sqrt{2} + \sqrt{6}$, $\therefore BE = DG = \sqrt{2} + \sqrt{6}$ -----11 分

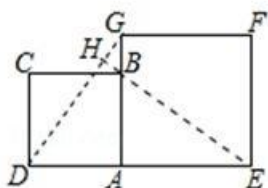


图1

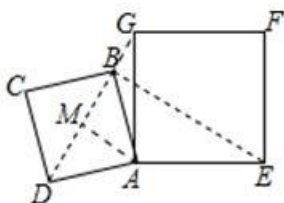


图2

26. (满分 13 分)

解：（1）依题意得：
$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = -1 \\ a + b + c = 0 \\ c = 3 \end{cases} \quad \text{解得：} \begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \\ c = 3 \end{cases}$$

∴ 抛物线解析式为 $y = -x^2 - 2x + 3$ -----2 分

∵ 对称轴为 $x = -1$ ，且抛物线经过 $A(1, 0)$ ，∴ $B(-3, 0)$ ，

∴ 把 $B(-3, 0)$ 、 $C(0, 3)$ 分别代入直线 $y = mx + n$ ，

得
$$\begin{cases} -3m + n = 0 \\ n = 3 \end{cases},$$

解之得：
$$\begin{cases} m = 1 \\ n = 3 \end{cases},$$

∴ 直线 $y = mx + n$ 的解析式为 $y = x + 3$ ； -----4 分

（2）设直线 BC 与对称轴 $x = -1$ 的交点为 M ，则此时 $MA + MC$ 的值最小。 -----5 分

把 $x = -1$ 代入直线 $y = x + 3$ 得， $y = 2$ ，

∴ $M(-1, 2)$ ，

即当点 M 到点 A 的距离与到点 C 的距离之和最小时， M 的坐标为 $(-1, 2)$ ； ----6 分

（3）设 $P(-1, t)$ ，

又∵ $B(-3, 0)$ ， $C(0, 3)$ ，

∴ $BC^2 = 18$ ， $PB^2 = (-1+3)^2 + t^2 = 4 + t^2$ ， $PC^2 = (-1)^2 + (t-3)^2 = t^2 - 6t + 10$ ，

-----8 分

① 若点 B 为直角顶点时，则 $BC^2 + PB^2 = PC^2$ 即： $18 + 4 + t^2 = t^2 - 6t + 10$ ，解得： $t = -2$ ；

此时 $P(-1, -2)$ ；

-----9 分

