

2019 年初中学生学业模拟考试试题 2019-06

数 学

一、选择题（本大题共 14 小题，每小题 3 分，共 42 分）

1. 下列实数中的无理数是（ ）

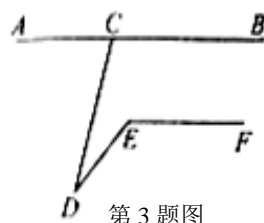
- A. $\sqrt{1.21}$ B. $\sqrt[3]{-8}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{22}{7}$

2. 在运算速度上，已连续多次取得世界第一的神威太湖之光超级计算机，其峰值性能为 12.5 亿亿次/秒. 这个数据以亿次/秒为单位用科学计数法可以表示为（ ）亿次/秒.

- A. 1.25×10^8 B. 1.25×10^9 C. 1.25×10^{10} D. 12.5×10^8

3. 如图，直线 $AB \parallel EF$ ，点 C 是直线 AB 上一点，点 D 是直线 AB 外一点，若 $\angle DEF = 120^\circ$ ， $\angle CDE = 25^\circ$ ，则 $\angle BCD$ 的度数是（ ）

- A. 80°
B. 90°
C. 95°
D. 100°



第 3 题图

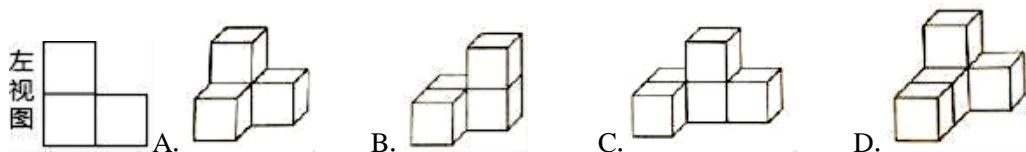
4. 下列运算正确的是（ ）

- A. $a^2 + 2a = 3a^3$ B. $(-2a^3)^2 = 4a^5$
C. $(a-2)(a+1) = a^2 + a - 2$ D. $(a+b)(b-a) = b^2 - a^2$

5. 在平面直角坐标系中，若点 $P(m-2, m+1)$ 在第三象限，则 m 的取值范围是（ ）

- A. $m < -1$ B. $m > 2$ C. $-1 < m < 2$ D. $m > -1$

6. 某几何体的左视图如图所示，则该几何体不可能是（ ）



7. 已知一组数据 6, 2, 8, x , 7, 它们的平均数是 6. 则这组数据的中位数是（ ）

- A. 7 B. 6 C. 5 D. 4

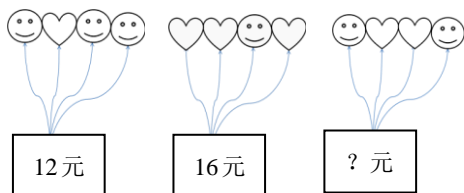
8. 小明打算购买气球装扮“毕业典礼”活动会场，气球的种类有笑脸和爱心两种，两种气球的价格不同，但同一种气球的价格相同. 由于会场布置需要，购买时以一束（4 个气球）为单位，已知第一、二束气球的价格如图，则第三束气球的价格为（ ）

A. 16

B. 16

C. 14

D. 13



第 8 题图

9. “绿水青山就是金山银山”. 某工程队承接了 60 万平方米的荒山绿化任务, 为了迎接雨季的到来, 实际工作时每天的工作效率比原计划提高了 25%, 结果提前 30 天完成了这一任务. 设原计划工作时每天绿化的面积为 x 万平方米, 则下列方程中正确的是 ()

A. $\frac{60}{x} - \frac{60}{(1+25\%)x} = 30$

B. $\frac{60}{(1+25\%)x} - \frac{60}{x} = 30$

C. $\frac{60 \times (1+25\%)}{x} - \frac{60}{x} = 30$

D. $\frac{60}{x} - \frac{60 \times (1+25\%)}{x} = 30$

10. 已知半径为 5 的 $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, 若 $\angle ABC = 20^\circ$, 则劣弧 AC 的长为 ()

A. $\frac{5\pi}{9}$

B. $\frac{5\pi}{18}$

C. $\frac{10\pi}{9}$

D. $\frac{\pi}{9}$

11. 将全体正奇数排成一个三角形数阵:

1				
3	5			
7	9	11		
13	15	17	19	
21	23	25	27	29
...				

按照以上排列的规律, 第 25 行第 19 个数是 ()

A. 639

B. 637

C. 635

D. 633

12. 如图, $\angle AOB = 60^\circ$, 点 P 是 $\angle AOB$ 内的定点且 $OP = 3$, 若点 M 、 N 分别是射线 OA 、 OB 上异于点 O 的动点, 则 $\triangle PMN$ 周长的最小值是 ()

A. $\frac{3}{2}$

B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

C. 6

D. $3\sqrt{3}$

13. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的对称轴为直线 $x = 2$, 与 x 轴的一个交点坐标为 $(4, 0)$, 其部分图象如图, 下列结论: ① 抛物线过原点; ② $4a + b + c = 0$; ③ $a - b + c < 0$; ④ 抛物线的顶点坐标为 $(2, b)$; ⑤ 当 $x < 2$ 时, y 随 x 增大而增大. 其中结论正确的是 ()

A. ①②③

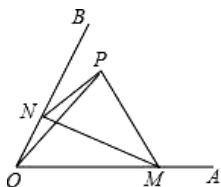
B. ③④⑤

C. ①②④

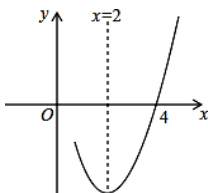
D. ①④⑤

14. 如图，在正方形 $ABCD$ 中， $AB=3$ ，点 M 在 CD 的边上，且 $DM=1$ ， $\triangle AEM$ 与 $\triangle ADM$ 关于 AM 所在的直线对称，将 $\triangle ADM$ 按顺时针方向绕点 A 旋转 90° 得到 $\triangle ABF$ ，连接 EF ，则线段 EF 的长为（ ）

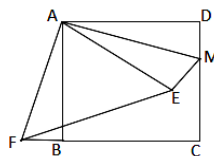
- A. 3 B. $2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{13}$ D. $\sqrt{15}$



第 12 题图



第 13 题图



第 14 题图

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

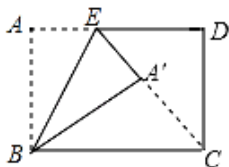
15. 因式分解： $(x+2)x-x-2=$ _____.

16. 若分式 $\frac{x^2-4}{x-2}$ 的值为 0，则 x 的值为_____.

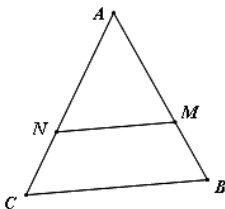
17. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=6$ ， $BC=10$ ，将矩形 $ABCD$ 沿 BE 折叠，点 A 落在 A' 处，若 EA' 的延长线恰好过点 C ，则 $\sin \angle ABE$ 的值为_____.

18. 在 $\triangle ABC$ 中， $MN \parallel BC$ ， $S_{\triangle AMN} = S_{\text{四边形} MNCB}$ ，则 $\frac{AM}{MB} =$ _____.

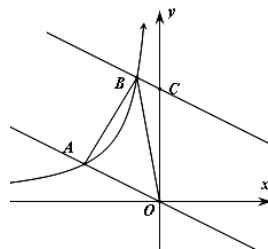
19. 如图，在平面直角坐标系中，直线 $y = -\frac{1}{2}x$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 在第二象限内的图象相交于点 $A(m, 1)$ ，将直线 $y = -\frac{1}{2}x$ 向上平移后与反比例函数图象在第二象限内交于点 B ，与 y 轴交于点 C ，且 $\triangle ABO$ 的面积为 3，则直线 BC 的关系式为：_____



第 17 题图



第 18 题图



第 19 题图

三、解答题（共 7 小题，共 63 分）

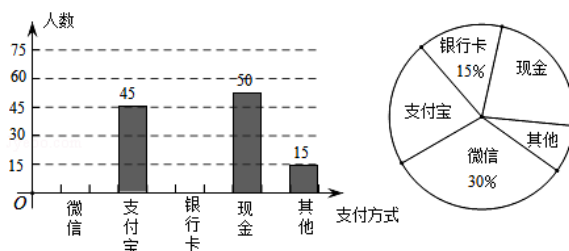
20.（本小题满分 7 分）

先化简，再求值： $\frac{a^2-4a+4}{a-1} \div (\frac{3}{a-1} - a - 1)$ ，其中 $a = \sqrt{2} - 2$.

21（本小题满分 7 分）

随着信息技术的迅猛发展，人们去商场购物的支付方式更加多样、便捷．某校数学兴趣小组设计了一份调查问卷，要求每人选且只选一种你最喜欢的支付方式．现将调查结果进行统计并绘制成如下两幅不完整的统计图，请结合图中所给的信息解答下列问题：

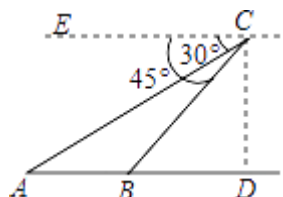
- （1）这次活动共调查了_____人；在扇形统计图中，表示“支付宝”支付的扇形圆心角的度数为_____；
- （2）将条形统计图补充完整．观察此图，支付方式的众数是_____；
- （3）在一次购物中，小明和小亮都想从“微信”、“支付宝”、“银行卡”三种支付方式中选一种方式进行支付，两人恰好选择同一种支付方式的概率为_____.



第 21 题图

22. (本小题满分 7 分)

2018 年 9 月 12 日, 临沂第六届中国百里沂河水上游运动拉开帷幕, 临沂电视台用直升机航拍技术全程直播. 如图, 在直升机的镜头下, 观测 A 处的俯角为 30° , B 处的俯角为 45° , 如果此时直升机镜头 C 处的高度 CD 为 150 米, 点 A 、 B 、 D 在同一条直线上, 则 A 、 B 两点间的距离为多少米? (结果保留根号)

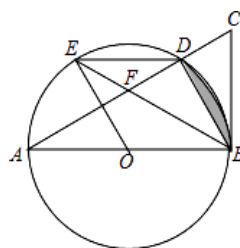


第 22 题图

23. (本小题满分 9 分)

如图, 以 $\triangle ABC$ 的边 AB 为直径画 $\odot O$, 交 AC 于点 D , 半径 $OE \parallel BD$, 连接 BE , DE , BD , 设 BE 交 AC 于点 F , 若 $\angle DEB = \angle DBC$.

- (1) 求证: BC 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $BF = BC = 2$, 求图中阴影部分的面积.



第 23 题图

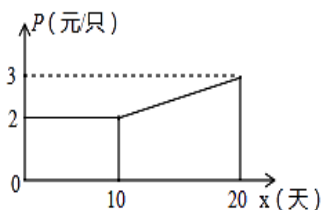
24. (本小题满分 9 分)

传统的端午节即将来临, 某企业接到一批粽子生产任务, 约定这批粽子的出厂价为每只 4 元, 按要求在 20 天内完成. 为了按时完成任务, 该企业招收了新工人, 设新工人李明第 x 天生产的粽子数量为 y 只, y 与 x 满足如下关系:

$$y = \begin{cases} 34x & (0 \leq x \leq 6) \\ 20x + 80 & (6 < x \leq 20) \end{cases}$$

(1) 李明第几天生产的粽子数量为 280 只?

(2) 如图, 设第 x 天生产的每只粽子的成本是 p 元, p 与 x 之间的关系可用图中的函数图象来刻画. 若李明第 x 天创造的利润为 w 元, 求 w 与 x 之间的函数表达式, 并求出第几天的利润最大? 最大利润是多少元? (利润=出厂价-成本)



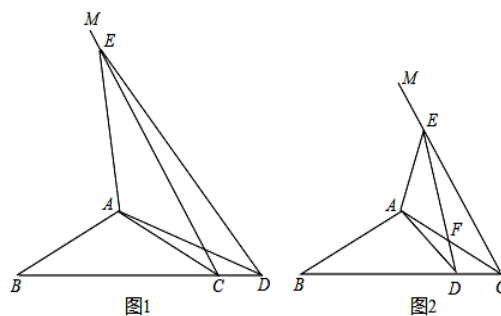
第 24 题图

25. (本小题满分 11 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=120^\circ$, 以 CA 为边在 $\angle ACB$ 的另一侧作 $\angle ACM=\angle ACB$, 点 D 为射线 BC 上任意一点, 在射线 CM 上截取 $CE=BD$, 连接 AD 、 DE 、 AE .

(1) 如图 1, 当点 D 落在线段 BC 的延长线上时, 求 $\angle ADE$ 的度数;

(2) 如图 2, 当点 D 落在线段 BC (不含边界) 上时, AC 与 DE 交于点 F , 请问 (1) 中的结论是否仍成立? 如果成立, 请给出证明; 如果不成立, 请说明理由;



第 25 题图

26. (本题满分 13 分)

如图 1, 在平面直角坐标系中, 直线 $y = x - 1$ 与抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 交于 A 、 B 两点, 其中 $A(m, 0)$ $B(4, n)$. 该抛物线与 y 轴交于点 C , 与 x 轴交于另一点 D .

(1) 求 m 、 n 的值及该抛物线的解析式;

(2) 如图 2 若点 P 为线段 AD 上的一动点 (不与 A 、 D 重合), 分别以 AP 、 DP 为斜边, 在直线 AD 的同侧作等腰直角 $\triangle APM$ 和等腰直角 $\triangle DPN$, 连接 MN , 试确定 $\triangle MPN$ 面积最大时 P 点的坐标.

(3) 如图 3 连接 BD 、 CD , 在线段 CD 上是否存在点 Q , 使得以 A 、 D 、 Q 为顶点的三角形与 $\triangle ABD$ 相似, 若存在, 请直接写出点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

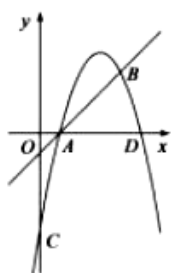


图1

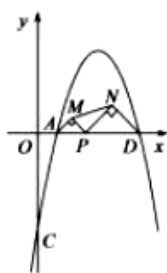


图2

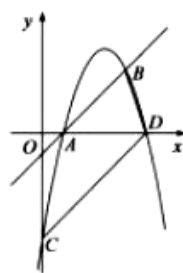


图3

第 26 题图

九年级数学参考答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
答案	C	B	C	D	A	D	A	C	A	C	B	D	C	C

15. $(x+2)(x-1)$ 16. -2 17. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ 18. $\sqrt{2}+1$ 19. $y=-\frac{1}{2}x+3$

20. (本小题满分 7 分) 化简 $\frac{2-a}{2+a}$ (4 分) 原式 $= 2\sqrt{2}-1$ (7 分)

21. (本小题满分 7 分)

(1) 200、 81° (3 分) (2) 补图..... (4 分) 微信..... (5 分) (3) $\frac{1}{3}$ (7 分)

22. (本小题满分 7 分) $150\sqrt{3}-150$ 米..... (7 分)

23. (本小题满分 9 分)

证明: (1) $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle ADB=90^\circ$, $\therefore \angle A+\angle ABD=90^\circ$,

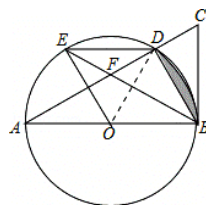
$\because \angle A=\angle DEB$, $\angle DEB=\angle DBC$, $\therefore \angle A=\angle DBC$,

$\therefore \angle DBC+\angle ABD=90^\circ$, $\therefore BC$ 是 $\odot O$ 的切线..... (4 分)

(2) 连接 OD , $\because BF=BC=2$, 且 $\angle ADB=90^\circ$, $\therefore \angle CBD=\angle FBD$,

$\because OE \parallel BD$, $\therefore \angle FBD=\angle OEB$, $\because OE=OB$, $\therefore \angle OEB=\angle OBE$,

$\therefore \angle CBD=\angle OEB=\angle OBE=\frac{1}{3}\angle ADB=30^\circ$, $\therefore \angle C=60^\circ$, $\therefore AB=\sqrt{3}BC=2\sqrt{3}$,



$\therefore \odot O$ 的半径为 $\sqrt{3}$, $\therefore S_{\text{阴影部分}} = S_{\text{扇形 } DOB} - S_{\text{三角形 } DOB} = \frac{1}{6}\pi \times 3 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 3 = \frac{\pi}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{4}$

(9 分)

24. (本小题满分 9 分)

(1) 第 10 天..... (2 分)

(2) 当 $0 \leq x \leq 6$ 时, $W=34x(4-2)=68x$

当 $6 \leq x \leq 10$ 时, $W=(20x+80)(4-2)=40x+160$

当 $10 \leq x \leq 20$ 时, 设 p 与 x 的函数关系式为 $p=kx+b$, 把 $(10, 2)$ 、 $(20, 3)$ 代入,

得, $\begin{cases} 10k+b=2 \\ 20k+b=3 \end{cases}$ 解, 得 $\begin{cases} k=\frac{1}{10} \\ b=1 \end{cases}$, $p=\frac{1}{10}x+1$, $W=(20x+80)(4-\frac{1}{10}x-1)=-2x^2+52x+240$

综上所述,

$$W = \begin{cases} 68x (0 \leq x \leq 6) \\ 40x + 160 (6 < x \leq 10) \\ -2x^2 + 52x + 240 (10 < x \leq 20) \end{cases} \dots\dots\dots (6 \text{ 分})$$

当 $0 \leq x \leq 6$ 时, W 的最大值为 $x=6, 68 \times 6=508$ 元

当 $6 \leq x \leq 10$ 时, W 的最大值为 $x=10, 40 \times 10 + 160=560$ 元

当 $10 \leq x \leq 20$ 时, $W = -2(x-13)^2 + 578$, W 的最大值为 578 元

综上所述, 第 13 天的利润最大, 最大利润是 578 元。…… (9 分)

25. (本小题满分 11 分)

(1) 解: $\because AB=AC, \angle BAC=120^\circ, \therefore \angle ABC=\angle ACB=30^\circ, \because \angle ACM=\angle ACB, \therefore \angle ACM=\angle ABC,$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中,

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle ABC=\angle ACE, \therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE, \\ BD=CE \end{cases}$$

$\therefore AD=AE, \angle CAE=\angle BAD, \therefore \angle DAE=\angle BAC=120^\circ, \therefore \angle ADE=30^\circ; \dots\dots\dots (6 \text{ 分})$

(2) (1) 中的结论成立…… (7 分)

证明: $\because \angle BAC=120^\circ, AB=AC, \therefore \angle B=\angle ACB=30^\circ. \because \angle ACM=\angle ACB, \therefore \angle B=\angle ACM=30^\circ.$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中,

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle ABC=\angle ACE, \therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE. \therefore AD=AE, \angle BAD=\angle CAE. \\ BD=CE \end{cases}$$

$\therefore \angle CAE + \angle DAC = \angle BAD + \angle DAC = \angle BAC = 120^\circ$. 即 $\angle DAE = 120^\circ$.

$\because AD=AE, \therefore \angle ADE = \angle AED = 30^\circ; \dots\dots\dots (11 \text{ 分})$

26. (本题满分 13 分)

解: (1) 把点 $A(m, 0) B(4, n)$ 代入 $y-x=1$ 得 $m=2, n=3 \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$

所以 $A(2, 0) B(4, 3)$

因为 $y = -x^2 + bx + c$, 过点 A, B , 所以
$$\begin{cases} -1 + b + c = 0 \\ -16 + 4b + c = 3 \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} b=6 \\ c=-5 \end{cases}$ 所以 $y = -x^2 + 6x = 5 \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$

(2) 如图 2, $\because \triangle APM$ 和 $\triangle DPN$ 为等直角三角形

$\therefore \angle APM = \angle DPN = 45^\circ, \therefore \angle MPN = 90^\circ, \therefore \triangle MPN$ 为直角三角形

令 $-x^2 + 6x - 5 = 0$, 解得: $x_1=1, x_2=5, \therefore D(5, 0), AD=4$

设 $AP=m$, 则 $DP=4-m, PM=\frac{\sqrt{2}}{2}m, PN=\frac{\sqrt{2}}{2}(4-m)$

$$\therefore S_{\triangle MPN} = \frac{1}{2} PM \cdot PN = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} m \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} (4-m) = -\frac{1}{4} m^2 - m = -\frac{1}{4} (m-2)^2 + 1$$

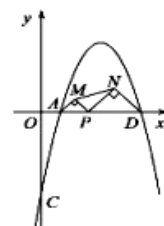


图 2

∴当 $m=2$ ，即 $AP=2$ 时， $S_{\triangle MPN}$ 最大，此时 $OP=3$ ，所以 $P(3,0)$ …………… (10 分)

(3) 存在点 Q 坐标为 $(2,-3)$ 或 $\left(\frac{7}{3}, -\frac{8}{3}\right)$ …………… (13 分)