

# 2019 年合肥市四十五中数学三模试卷

## 一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分）

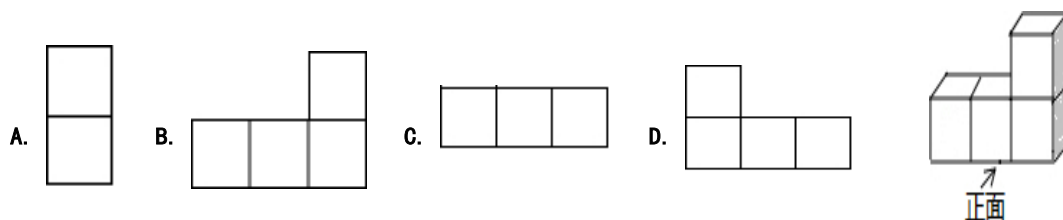
1.  $\sqrt{9}$  的值等于（ ）.

- A. 3                      B. -3                      C.  $\pm 3$                       D. 9

2. “水是生命之源计算”若每人每天浪费水 0.32 升，那么 100 万人每天浪费的水为 32 万升，则 32 万升用科学记数法表示为（ ）.

- A.  $3.2 \times 10^7$                       B.  $3.2 \times 10^6$                       C.  $3.2 \times 10^5$                       D.  $3.2 \times 10^4$

3. 如图所示的几何体是由 4 个相同的小正方体搭成，它的主视图是（ ）.



4. 下列计算正确的是（ ）.

- A.  $3a^2 - a^2 = 3$                       B.  $(a^2)^3 = a^6$                       C.  $a^2 \cdot a^3 = a^6$                       D.  $a^6 \div a^2 = a^3$

5. 下列说法中，正确的是（ ）.

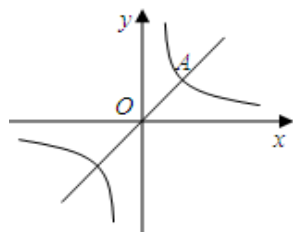
- A. “打开电视，正在播放新闻节目”是必然事件    B. 某种彩票中奖概率为 10% 是指买十张一定有一张中奖  
C. 神舟飞船发射前需要对零部件进行抽样调查    D. 了解某种节能灯的使用寿命适合抽样调查

6. 如图，直线  $y = \frac{k}{x} (k > 0)$  的一个交点为 A，且  $OA = 2$ ，则 K 的值为（ ）.

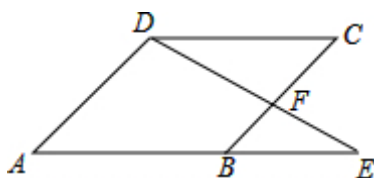
- A. 1                      B. 2                      C.  $\sqrt{2}$                       D.  $2\sqrt{2}$

7. 如图，E 为平行四边形 ABCD 的边 AB 延长线上一点，且  $BE : AB = 2 : 3$ ， $\triangle BEF$  的面积为 4，则平行四边形 ABCD 的面积为（ ）.

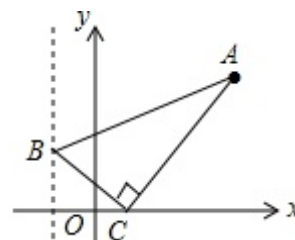
- A. 30                      B. 27                      C. 14                      D. 32



第 6 题图



第 7 题图

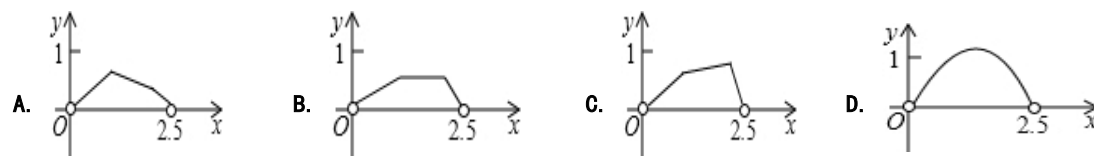


第 10 题图

8. 一种药品原价每盒 25 元, 经过两次降价后每盒 16 元, 设两次降价的百分率都为  $x$ , 则  $x$  满足 ( ) .

- A.  $16(1+2x)=25$       B.  $25(1-2x)=16$       C.  $16(1+x)^2=25$       D.  $25(1-x)^2=16$

9. 已知边长为 1 的正方形  $ABCD$ ,  $E$  为  $CD$  边的中点, 动点  $P$  在正方形  $ABCD$  边上沿  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E$  运动, 设点  $P$  经过的路程为  $x$ ,  $\triangle APE$  的面积为  $y$ , 则  $y$  关于  $x$  的函数的图象大致为 ( ) .



10. 如图, 已知点  $A(3,4)$ , 点  $B$  为直线  $x=-2$  上的动点, 点  $C(x,0)$  且  $-2 < x < 3$ ,  $BC \perp AC$  垂足为点  $C$ , 连接  $AB$ , 若  $AB$  与  $y$  轴正半轴的所夹锐角为  $\alpha$ , 当  $\tan \alpha$  的值最大时,  $x$  的值为 ( ) .

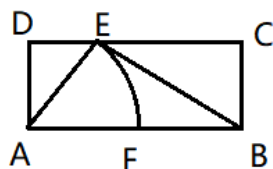
- A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$       C. 1      D.  $\frac{1}{3}$

## 二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 满分 20 分)

11.  $\frac{2}{\sqrt{3x+4}}$  有意义则  $x$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.

12. 因式分解:  $4x^2 - 8x + 4 =$  \_\_\_\_\_.

13. 如果在矩形  $ABCD$  中,  $AB=4, AD=\sqrt{3}$ , 在  $CD$  上取一点  $E$ ,  $DE=1$ ,  $AE \perp BE$ , 以点  $A$  为圆心,  $AE$  长为半径圆弧, 交  $AB$  于点  $F$ , 则扇形  $AEF$  的面积为 \_\_\_\_\_.



14. 在矩形  $ABCD$  中,  $AB=6$ ,  $BC=10$ , 沿着过矩形顶点的一条直线 (不经过  $B$  点) 将  $\angle B$  折叠, 使点  $B$  的对应点  $B'$  落在矩形的边上, 则折痕的长为 \_\_\_\_\_.

## 三、解答题 (本大题共有 2 小题, 每小题 8 分, 满分 16 分)

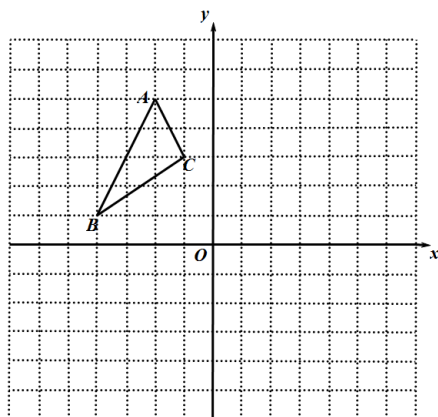
15. (8 分) 计算:  $\frac{1}{2} \tan 45^\circ - |\sqrt{2} - 2| - 2^{-1} + 2(\pi - 3.14)^0$ .

16. (8分)《九章算术》中有这样一个问题：今“有甲乙二人持钱不知其数，甲得乙半而钱五十，乙得甲太半而钱亦五十，问甲、乙持钱各几何？”其大意是：甲乙二人各持有一定数量的钱，甲得乙钱的半数则有50钱；乙得甲钱的三分之二也有50钱；请问甲乙各持有多少钱？

四、(本大题共有2小题，每小题8分，满分16分)

17. 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别为 $A(-2,5)$ ， $B(-4,1)$ ， $C(-1,3)$ 。

- (1) 画出 $\triangle ABC$ 关于 $y$ 轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$ ；
- (2) 将 $\triangle ABC$ 绕点 $(0,1)$ 顺时针旋转 $90^\circ$ 得到 $\triangle A_2B_2C_2$ ，画出 $\triangle A_2B_2C_2$ 。
- (3) 从 $A \rightarrow A_1 \rightarrow A_2$ 经过的路线长。



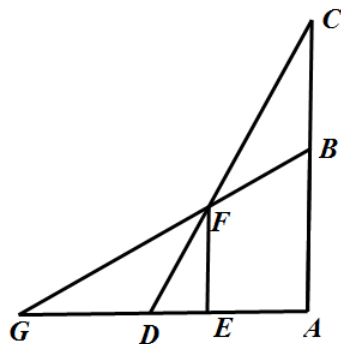
18. 观察下列各组式子：

$$\textcircled{1} 1 + \frac{2}{3} = \frac{6 \times 1 - 1}{1 \times 3} = \frac{5}{3} \quad \textcircled{2} \frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{6 \times 2 - 1}{3 \times 5} = \frac{11}{15} \quad \textcircled{3} \frac{1}{5} + \frac{2}{7} = \frac{6 \times 3 - 1}{5 \times 7} = \frac{17}{35} \dots\dots$$

- 1、请根据上面的规律写出第4个式子\_\_\_\_\_。
- 2、请写出第 $n$ 个式子，并证明你发现的规律。

五、（本大题共有 2 小题，每小题 10 分，满分 20 分）

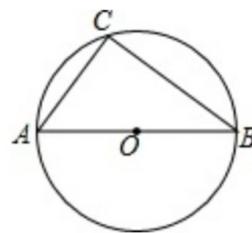
19. 某综合实验小组利用大厦  $AC$  测量楼前一棵树  $EF$  的高，小明在大厦的  $B$  点能透过树梢  $F$  看到小强同学在  $G$  点，小明上升到达  $C$  点透过  $F$  点看到小文同学  $D$  点，已知  $G, D, E, A$  在同一直线上， $AC \perp AG, EF \perp AG$ ，测得  $GD = 6$  米  $\angle C = 27^\circ, \angle G = 38.5^\circ$ ，则树的高度约为多少米？（参考数据： $\tan 27^\circ = 0.50, \tan 38.5^\circ = 0.80$ ）。



20. （10 分）如图， $\odot O$  为  $\triangle ABC$  的外接圆，直径  $AB = 5$ 。

（1）用尺规作图，作出劣弧  $BC$  的中点  $D$ （保留作图痕迹，不写做法）；

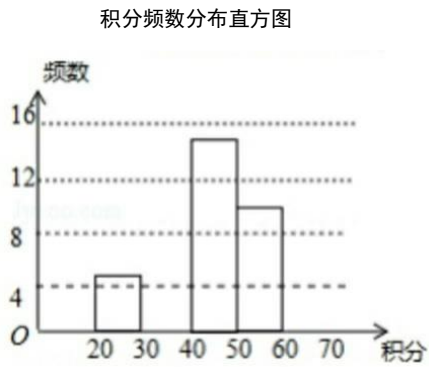
（2）连接  $AD$ 、 $BD$ ，若  $AC = 3$ ，求弦  $AD$  的长。



六、(本题满分 12 分)

21. (10 分) 由中宣部建设的“学习强国”学习平台正式上线, 这是推动习近平新时代中国特色社会主义思想, 推进马克思主义学习型政党和学习型社会建设的创新举措. 某基层党组织对党员的某天的学习成绩进行了整理, 分成 5 个小组 ( $x$  表示成绩, 单位: 分, 且  $10 \leq x < 70$ ), 根据学习积分绘制出部分频数分布表和部分频数分布直方图, 其中第 2、第 5 两组测试成绩人数直方图的高度比为 4:1, 请结合下列图表中相关数据回答下列问题:

学习积分频数分布表			
组别	成绩 $x$ 分	频数	频率
第 1 组	$20 \leq x < 30$	5	
第 2 组	$30 \leq x < 40$		$b$
第 3 组	$40 \leq x < 50$	15	30%
第 4 组	$50 \leq x < 60$	10	
第 5 组	$60 \leq x < 70$	$a$	



- (1) 填空:  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ;
- (2) 补全频数分布直方图;
- (3) 已知该基层党组织中甲、乙两位党员的学习积分分别为 61 分、65 分, 现要从第 5 组中随机选取 2 人介绍经验, 请用列表法或画树状图的方法, 求出甲、乙两人中只有 1 人被选中的概率.

七. (本题满分 12 分)

22. (12 分) 龙虾狂欢季再度开启, 第 18 届中国合肥龙虾节的主题是“让你知虾, 也知稻”, 稻田小龙虾养殖技术在合肥周边的乡镇大力推广. 已知每千克小龙虾养殖成本为 6 元, 在整个销售旺季的 80 天里, 销

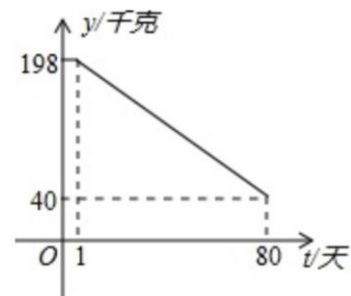
售单价  $p$  元/千克, 与时间  $t$  (天) 之间的函数关系式为:  $P = \begin{cases} \frac{1}{4}t + 16 (1 \leq t \leq 40, t \text{ 为整数}) \\ -\frac{1}{2}t + 46 (41 \leq t \leq 80, t \text{ 为整数}) \end{cases}$ , 日销售量

$y$  (千克) 与时间第  $t$  (天) 之间的函数关系如图所示:

(1) 求日销售量  $y$  与时间  $t$  的函数关系式?

(2) 哪一天的日销售利润最大? 最大利润是多少? .

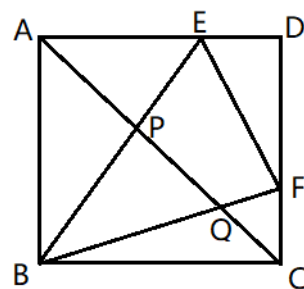
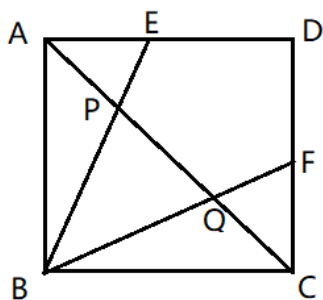
(3) 在实际销售的前 40 天中, 该养殖户决定销售 1 千克小龙虾, 就捐赠  $m$  ( $m < 7$ ) 元给村里的特困户. 在这前 40 天中, 每天扣除捐赠后的日销售利润随时间  $t$  的增大而增大, 求  $m$  的取值范围.



八. (本题满分 14 分)

23. 如图正方形  $ABCD$  的顶点  $E$ 、 $F$  是  $AD$  和  $CD$  上的动点，与  $AC$  交于  $P$ 、 $Q$  两点， $AB=1$ .

- (1) 当  $AB=AQ=CP$  时，①求  $\angle EBF$  的度数；②求以  $BQ$  为边长的正方形面积；
- (2) 当  $E$ ， $F$  在  $AD$ ， $CD$  上运动时，始终保持  $\angle EBF=45^\circ$ ，连接  $EF$ ，则  $\triangle BEF$  面积的最小值为 \_\_\_\_\_ (直接写出答案) .



**2019 年合肥市四十五中初三下数学三模试卷**  
**参考答案**

**一、选择题**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	C	B	B	D	B	A	D	A	A

1. 【解析】 $\sqrt{9}=3$ , 故选 A.

2. 【解析】科学记数法  $320000=3.2 \times 10^5$ , 故选 C.

3. 【解析】主视图为 B, 故选 B.

4. 【解析】由  $(a^2)^3=a^6$ , 故选 B.

5. 【解析】A 项为随机事件, B 项可能中奖也可能不中奖, C 项应进行全面调查, D 项适合抽样调查, 故选 D.

6. 【解析】设  $A(x, y)$ , 则  $\begin{cases} y=x \\ y=\frac{k}{x} \\ x^2+y^2=4 \end{cases}$ , 解得  $k=2$ , 故选 B.

7. 【解析】 $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,  $\therefore \triangle BEF \sim \triangle AED$ ,  $\therefore \frac{BE}{AB} = \frac{2}{3}, \therefore \frac{BE}{AE} = \frac{2}{5}$ ,

$\therefore \frac{S_{\triangle BEF}}{S_{\triangle AED}} = \frac{4}{25}, \therefore S_{\triangle AED} = 25$ ,  $\therefore S_{\square ABFD} = 21$ ,  $\because AB \parallel CD, \therefore \triangle BEF \sim \triangle CDF$ ,  $\therefore \frac{S_{\triangle BEF}}{S_{\triangle CDF}} = (\frac{2}{3})^2 = \frac{4}{9} \therefore S_{\triangle CDF} = 9$ ,

$\therefore S_{\triangle CDF} = 9$ ,  $\therefore S_{\square ABCD} = 21 + 9 = 30$ , 故选 A.

8. 【解析】两次降价的百分率为  $x$ , 则有  $25(1-x)^2=16$ , 故选 D.

9. 【解析】根据题意和图形可知: 点  $P$  按  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E$  的顺序在边长为 1 的正方形边上运动,  $\triangle APE$  的面积分为 3 段; 当点  $P$  在  $AB$  上移动时, 高不变底边逐渐变大, 故面积逐渐变大; 当点  $P$  在  $BC$  上移动时, 底边不变, 高逐渐变小, 故面积变小; 当点  $P$  在  $CD$  上时, 高不变, 底边变小, 故面积越来越小直到 0 为止, 故选 A.

10. 【解析】如图, 设直线  $x=-2$  与  $x$  轴交于  $G$  点, 过  $A$  作  $AH$  垂直直线  $x=-2$  于  $H$ ,  $AF$  垂直  $x$  轴于  $F$ ,

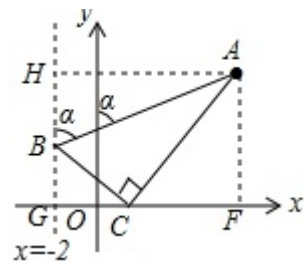
$\because BE \parallel y$  轴,  $\therefore \angle ABH = \alpha$ , 在  $Rt\triangle ABH$  中,  $\tan \alpha = \frac{5}{BH}$ ,  $\therefore \tan \alpha$  随  $BH$

的增大而减小,  $\therefore$  当  $BH$  最小时  $\tan \alpha$  有最大值; 即  $BG$  最大时,  $\tan \alpha$  有

最大值,  $\because \angle BGC = \angle ACB = \angle AFC = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle GBC + \angle BCG = 90^\circ$ ,

$\angle BCG + \angle ACF = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle GBC = \angle ACF$ ,  $\therefore \triangle ACF \sim \triangle CBG$ ,  $\therefore \frac{BG}{CF} = \frac{CG}{AF}$

即  $\frac{y}{3-x} = \frac{x+2}{4}$ ,  $\therefore y = -\frac{1}{4}(x-2)^2 + \frac{25}{16}$ , 当  $x = \frac{1}{2}$  时,  $y_{\max} = \frac{25}{16}$ , 故选 A.





## 二、填空题

11.  $x > \frac{4}{3}$

12.  $4(x-1)^2$

13.  $\frac{2}{3}\pi$

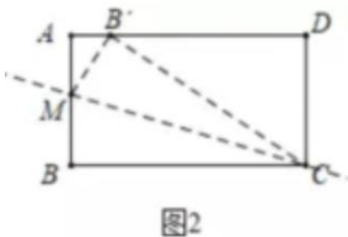
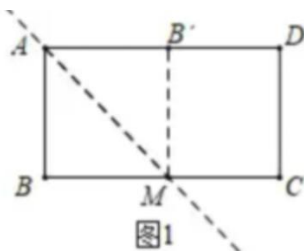
14.  $6\sqrt{2}$  或  $\frac{10\sqrt{10}}{3}$

11. 【解析】 $3x+4>0$  解得  $x>-\frac{4}{3}$ .

12. 【解析】原式  $=4(x^2-2x+1)=4(x-1)^2$ .

13. 【解析】 $\because Rt\triangle ADE$  中,  $DE=1$ ,  $AD=3$ ,  $\therefore AE=2$   $\angle DAE=30^\circ$ ,  $\therefore \angle EAF=60^\circ$   $\therefore$  扇形  $AEF$  的面积  
为  $\frac{60^\circ}{360^\circ}\pi r^2 = \frac{1}{6}\pi \cdot 4 = \frac{2}{3}\pi$ .

14. 【解析】①如图 1 中, 当折痕为直线  $AM$  时, 易知  $AB=AB'=BM=6$ ,  $\therefore AM=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$ .



②如图 2 中, 当直线  $CM$  为折痕时,  $BC=CB'=10$ , 在  $Rt\triangle CDB'$  中,  $\therefore DB'=\sqrt{10^2-6^2}=8$

$\therefore AB'=10-8=2$ , 设  $BM=MB'=x$ , 在  $Rt\triangle AMB'$  中,  $x^2=(6-x)^2+2^2$ , 解得  $x=\frac{10}{3}$

在  $\triangle MB'C$  中,  $\angle MB'C=\angle B=90^\circ$ ,  $\therefore CM=\sqrt{10^2+(\frac{10}{3})^2}=\frac{10\sqrt{10}}{3}$ ,

所以满足条件的折痕长为  $6\sqrt{2}$  和  $\frac{10\sqrt{10}}{3}$ .

## 三、解答题

15. 解: 原式  $=\frac{1}{2}\times 1-(2-\sqrt{2})-\frac{1}{2}+2=\sqrt{2}$ .

16. 解: 设甲原来有  $x$  文钱, 乙原来有  $y$  文钱.

根据题意可得: 
$$\begin{cases} x+\frac{1}{2}y=50 \\ \frac{2}{3}x+y=50 \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} x=37.5 \\ y=25 \end{cases}$$

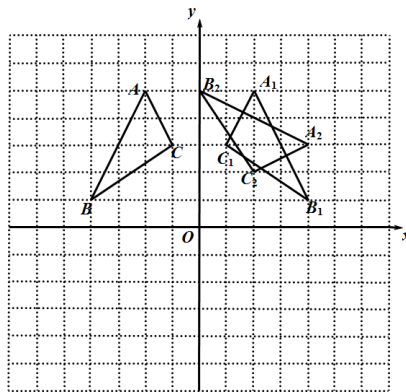
答: 甲原来有 37.5 文钱, 乙原来有 25 文钱.

## 四、（本大题共有 2 小题，每小题 8 分，满分 16 分）

17 【解析】: (1)  $\triangle A_1B_1C_1$  如图所示

(2) 如图所示,  $\triangle A_2B_2C_2$  如图所示.

(3)  $4+2\sqrt{2}$



18【解析】：

$$(1) \frac{1}{7} + \frac{2}{9} = \frac{6 \times 4 - 1}{7 \times 9} = \frac{23}{63}.$$

$$(2) \frac{1}{2n-1} + \frac{2}{2n+1} = \frac{6 \times n - 1}{(2n-1) \times (2n+1)}$$

$$\begin{aligned} \text{证明：左边} &= \frac{1}{2n-1} + \frac{2}{2n+1} = \frac{2n+1}{(2n-1) \cdot (2n+1)} + \frac{2(2n-1)}{(2n-1) \cdot (2n+1)} \\ &= \frac{2n+1+2(2n-1)}{(2n-1) \cdot (2n+1)} = \frac{6 \times n - 1}{(2n-1) \cdot (2n+1)} = \text{右边} \end{aligned}$$

五、（本大题共有 2 小题，每小题 10 分，满分 20 分）

19【解析】：设树  $EF$  高为  $x$  米.

$$\because \angle G = 38.5^\circ, \therefore \tan \angle G = \frac{EF}{GE} = \frac{x}{GE} = 0.8$$

$$\therefore GE = \frac{5}{4}x, \because GD = 6, \therefore DE = \frac{5}{4}x - 6$$

$$\text{又} \because AC \perp AG, EF \perp AG, \therefore EF \parallel AC, \therefore \angle C = \angle DFE = 27^\circ$$

$$\therefore \tan \angle DFE = \tan 27^\circ = \frac{DE}{EF} = \frac{\frac{5}{4}x - 6}{x}, \therefore x = 8 \text{ 米}.$$

20. 解：（1）图略.

（2）连接  $OD$ ，交  $BC$  于点  $E$

$$\because AC=3, AB=5, \angle ACB=90^\circ \text{（直径所对的圆周角是直角）}$$

$$\therefore BC=4 \text{（勾股定理）}$$

又  $\because D$  是劣弧  $BC$  的中点

$$\therefore OD \text{ 垂直平分 } BC \text{（垂径定理）}$$

$$\therefore CE=BE=\frac{1}{2}BC=2$$

$$\therefore DE=OD-OE=\frac{5}{2}-\frac{3}{2}=1, BD=\sqrt{5} \text{（勾股定理）}$$

$$\therefore AD=2\sqrt{5}$$

六、（本题满分 12 分）

21. 解：（1）由题意可知总人数  $=15 \div 30\% = 50$ （人）

$$\text{所以 4 组所占百分比} = 10 \div 50 \times 100\% = 20\%, \text{ 1 组所占百分比} = 5 \div 50 \times 100\% = 10\%$$

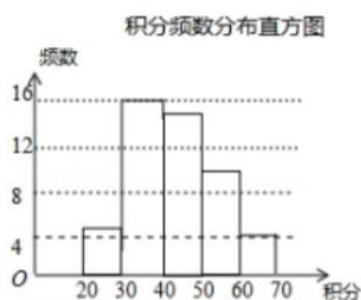
因为第 2、第 5 两组测试成绩人数直方图的高度比为 4:1

$$\text{所以 } 5a = 50 - 5 - 15 - 10$$

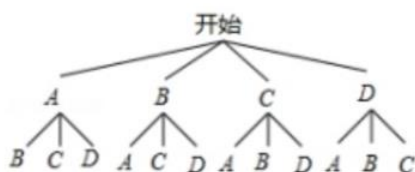
$$\text{解得 } a = 4, \text{ 所以 } b = 16 \div 50 \times 100\% = 32\%.$$

故答案为  $a=4, b=32\%$ .

(2) 由 (1) 可知, 补全频数分布直方图如图所示:



(3) 设甲为 A, 乙为 B, 画树状图为:



由树状图可知, 从第 5 组中随机选取 2 人介绍经验, 甲、乙两人中只有 1 人被选中的概率  $= \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ .

## 七、(本题满分 12 分)

22. 解: (1) 设解析式为  $y = kt + b$ , 将  $(1, 198)$ 、 $(80, 40)$  代入得:

$$\begin{cases} k + b = 198 \\ 80k + b = 40 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k = -2 \\ b = 200 \end{cases}$$

$$\therefore y = -2t + 200 (1 \leq x \leq 80, t \text{ 为整数})$$

(2) 设日销售利润为  $w$ , 则  $w = (p - 6)y$

$$\text{① } 1 \leq t \leq 40 \text{ 时, } w = \left(-\frac{1}{4}t + 16 - 6\right)(-2t + 200) = -\frac{1}{2}(t - 30)^2 + 2450$$

$$\therefore \text{当 } t = 30 \text{ 时, } w_{\text{最大}} = 2450$$

$$\text{② } 41 \leq t \leq 80 \text{ 时, } w = \left(-\frac{1}{2}t + 46 - 6\right)(-2t + 200) = (t - 90)^2 - 100$$

$$\therefore \text{当 } t = 41 \text{ 时, } w_{\text{最大}} = 2301$$

$$\because 2450 > 2301$$

$\therefore$  第 30 天的日销售利润最大, 最大利润为 2450 元.

$$(3) \text{ 设日销售利润为 } w, \text{ 根据题意得: } w = \left(-\frac{1}{4}t + 16 - 6 - m\right)(-2t + 200) = -\frac{1}{2}t^2 + (30 + 2m)t + 2000 - 200m$$

其函数图像的对称轴为  $t = 2m + 30$ ,

$\because w$  随  $t$  的增大而增大, 且  $1 \leq t \leq 40$ ,

$\therefore$  由二次函数的图象及性质可知,  $2m + 30 \geq 40$ , 解得:  $m \geq 5$

又  $m < 7$ , 所以  $5 \leq m < 7$ .

## 八、(本题满分 14 分)

23. 解: (1) ①在正方形  $ABCD$  中,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $BC = AB = AQ$ ,  $\therefore \angle BAC = 45^\circ$ ,

$$\angle AQB = \frac{180^\circ - \angle BAC}{2} = 67.5^\circ, \text{ 同理: } \angle CPB = 67.5^\circ, \therefore \angle EBF = 180^\circ - \angle AQB - \angle CPB = 45^\circ.$$

$$\textcircled{2} \because AB = BC = AQ = CP = 1, \angle ABC = 90^\circ, \therefore AC = \sqrt{2}, \therefore PQ = AQ + CP - AC = 2 - \sqrt{2}.$$

$$\text{又} \because \angle BAP = \angle PBQ = 45^\circ, \angle AQB = \angle BQP, \therefore \triangle ABQ \sim \triangle BPQ, \therefore \frac{BQ}{AQ} = \frac{PQ}{BQ} \text{ 即 } BQ^2 = AQ \cdot PQ = 2 - \sqrt{2}.$$

故以  $BQ$  为边的正方形面积为  $2 - \sqrt{2}$ .

(2) 如图, 延长  $DC$  至点  $G$ , 使  $CG = AE$ , 连接  $BG$ .

在  $\triangle ABE$  与  $\triangle CBG$  中,

$$\begin{cases} AB = CB \\ \angle BAE = \angle BCG = 90^\circ, \therefore \triangle ABE \cong \triangle CBG (\text{SAS}), \\ AE = CG \end{cases}$$

$$\therefore BE = BG, \angle ABE = \angle CBG,$$

$$\therefore \angle GBF = \angle CBG + \angle CBF = \angle ABE + \angle CBF = 90^\circ - \angle EBF = 45^\circ = \angle EBF.$$

在  $\triangle BEF$  与  $\triangle BGF$  中,

$$\begin{cases} BE = BG \\ \angle EBF = \angle GBF, \therefore \triangle BEF \cong \triangle BGF (\text{SAS}), \therefore EF = GF. \\ BF = BF \end{cases}$$

在  $Rt\triangle EDF$  中,  $EF^2 = DE^2 + DF^2 \geq 2DE \cdot DF$ , 当且仅当  $DE = DF$  时等号成立, 此时  $EF_{\min}^2 = 2DE \cdot DF$ ,

不妨设此时  $DE = DF = a$ , 则  $AE = CF = 1 - a$ ,  $EF = GF = CF + CG = CF + AE = 2(1 - a)$ ,

由  $DE^2 + DF^2 = EF^2$  得:  $a + a^2 = [2(1 - a)]^2$ , 即  $a^2 - 4a + 2 = 0$ , 解得  $a = 2 - \sqrt{2}$  或  $a = 2 + \sqrt{2}$  (舍去)

$$\therefore EF_{\min}^2 = 2a^2, EF_{\min} = \sqrt{2}a, \therefore (S_{\triangle BEF})_{\min} = (S_{\triangle BGF})_{\min} = \frac{1}{2}BC \cdot GF_{\min} = \frac{1}{2}EF_{\min} = \frac{\sqrt{2}}{2}(2 - \sqrt{2}) = \sqrt{2} - 1.$$

