

绵阳中学高 2018 级综合素质测评

数学参考答案

一、选择题

1—5 CCCCC

6—10 CDDDC

11 A 12 D

二、填空题

13. $a \geq -\frac{1}{8}$ 14. $\frac{5}{8}$ 15. 30 16. $\frac{a+3}{2}, \frac{1}{2a} + \frac{3}{2}$ 17. 48

18. $(12\sqrt{3} - 12)$ cm, $(12\sqrt{3} - 18)$ cm.

19. (1) $3 - 3\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$

(2) 解: (1) $A = \frac{a-2}{(a+1)^2} \cdot \frac{a^2+a-3a}{a+1}$
$$= \frac{a-2}{(a+1)^2} \cdot \frac{a+1}{a(a-2)}$$
$$= \frac{1}{a(a+1)};$$

(2) 当 $a=4$ 时, $f(4) = \frac{1}{4 \times 5} = \frac{1}{20};$

当 $a=5$ 时, $f(5) = \frac{1}{5 \times 6} = \frac{1}{30};$

则该方程为 $\frac{x-2}{2} - \frac{7+x}{12} = \frac{1}{20} + \frac{1}{30},$

$30(x-2) - 5(7+x) = 3+2,$

$30x - 60 - 35 - 5x = 5,$

$30x - 5x = 5+60+35,$

$25x = 100,$

$x = 4.$

20. 解: (1) $360^\circ (1 - 40\% - 25\% - 15\%) = 72^\circ;$

故答案为: 72;

全年级总人数为 $45 \div 15\% = 300$ (人),

“良好”的人数为 $300 \times 40\% = 120$ (人),

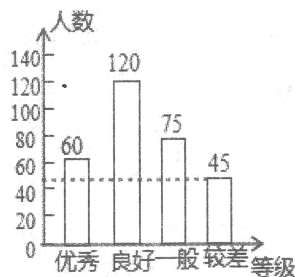
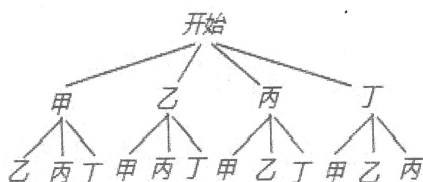
将条形统计图补充完整,

如图所示:

(2) 画树状图，如图所示：

共有 12 个可能的结果，选中的两名同学恰好是甲、丁的结果有 2 个，

$$\therefore P(\text{选中的两名同学恰好是甲、丁}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}.$$



21. 解：(1) 把 $A(-1, 2)$ 代入 $y = \frac{k_2}{x}$ ，得到 $k_2 = -2$ ，

\therefore 反比例函数的解析式为 $y = -\frac{2}{x}$ 。

$\because B(m, -1)$ 在 $Y = -\frac{2}{x}$ 上，

$\therefore m = 2$ ，

由题意 $\begin{cases} -k_1 + b = 2 \\ 2k_1 + b = -1 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} k_1 = -1 \\ b = 1 \end{cases}$ ，

\therefore 一次函数的解析式为 $y = -x + 1$ 。

(2) $\because A(-1, 2), B(2, -1)$ ，

$$\therefore AB = 3\sqrt{2},$$

① 当 $PA = PB$ 时， $(n+1)^2 + 4 = (n-2)^2 + 1$ ，

$$\therefore n = 0,$$

$$\because n > 0,$$

$\therefore n = 0$ 不合题意舍弃。

② 当 $AP = AB$ 时， $2^2 + (n+1)^2 = (3\sqrt{2})^2$ ，

$$\because n > 0,$$

$$\therefore n = -1 + \sqrt{14}.$$

③ 当 $BP = BA$ 时， $1^2 + (n-2)^2 = (3\sqrt{2})^2$ ，

$$\because n > 0,$$

$$\therefore n = 2 + \sqrt{17}.$$

综上所述, $n = -1 + \sqrt{14}$ 或 $2 + \sqrt{17}$.

22. 解: (1) 设 $y = kx + b$, 由图表将点 (100, 1600), (200, 2400),

代入得, $1600 = k \times 100 + b$,

$2400 = k \times 200 + b$,

解得: $k = 8$, $b = 800$,

$\therefore y = 8x + 800$,

同理: 设 $z = mx + n$, 由题意可得 $n = 3000$, 将点 (100, 2700),

代入 $z = mx + 3000$, $2700 = m \times 100 + 3000$,

解得: $m = -3$,

$\therefore z = -3x + 3000$;

(2) $\because w = yz = (8x + 800)(-3x + 3000) = -24x^2 + 21600x + 2400000$,

$\therefore w = -24(x - 450)^2 + 7260000$,

\therefore 每亩应补贴 $x = 450$ 元, w 的最大值为 7260000 元,

此时, $y = 8 \times 450 + 800 = 4400$ 亩;

(3) 设修建了 s 亩蔬菜大棚, 原来每亩的平均收益为 $\frac{7260000}{4400} = 1650$ 元,

由题意得方程: $(1650 + 2000)s - 650s - 25s^2 = 85000$,

解得 $s_1 = 60 + 10\sqrt{2} \approx 74$, $s_2 = 60 - 10\sqrt{2} \approx 46$,

$\because 0 < s \leq 60$,

$\therefore s \approx 46$.

答: 修建了 46 亩蔬菜大棚.

23. (1) 证明: 延长 AO 交 $\odot O$ 于点 F, 连接 CF, 延长 BO 交 $\odot O$ 于点 E, 连接 DE,

$\because BE, AF$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle EDB = \angle FCA = 90^\circ$.

在 $\triangle DEB$ 与 $\triangle CFA$ 中,

$$\therefore \begin{cases} \angle EDB = \angle FCA \\ \angle B = \angle A \\ EB = FA \end{cases},$$

$\therefore \triangle DEB \cong \triangle CFA$ (AAS),

$$\therefore AC=BD;$$

解: (2) 延长 AO 交 $\odot O$ 于点 F, 连接 CF, 延长 BO 交 $\odot O$ 于点 E, 连接 DE, CD, OD, OC,

$$\because \angle A=30^\circ, OA=OC,$$

$$\therefore \angle COA=180^\circ - 30^\circ - 30^\circ=120^\circ.$$

$$\because \angle A=\angle B=30^\circ, AC \perp BD,$$

$$\therefore \angle EOA+\angle A=60^\circ,$$

$$\therefore \angle EOA=30^\circ,$$

$$\therefore \angle DOE=60^\circ,$$

$$\therefore \angle COD=30^\circ,$$

$$\therefore l_{\widehat{CD}} = \frac{30\pi R}{180} = \frac{2}{3}\pi;$$

(3) 过 O 作 $OG \perp AC$ 于 G, $OH \perp BD$ 于 H, 连接 OM,

$$\text{则 } AG=\frac{1}{2}AC, BH=\frac{1}{2}BD,$$

$$\because AC=BD,$$

$$\therefore OG=OH, AG=BH,$$

\therefore 四边形 OGMH 是正方形,

$$\therefore GM=HM=OG=OH,$$

$$\therefore AM=BM,$$

$$\because OA=4, \angle A=30^\circ,$$

$$\therefore AG=2\sqrt{3}, GM=HM=OG=OH=2,$$

$$\therefore AM=BM=2+2\sqrt{3},$$

$$\text{在 Rt}\triangle AGO \text{ 与 Rt}\triangle BHO \text{ 中 } \begin{cases} AO=BO \\ OG=OH \end{cases},$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle AGO \cong \text{Rt}\triangle BHO,$$

$$\therefore \angle B=\angle A=30^\circ,$$

$$\therefore \angle AOG=\angle BOH=60^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB=150^\circ,$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形}} + S_{\triangle AOM} + S_{\triangle BOM} = \frac{150 \cdot \pi \times 4^2}{360} + 2 \times \frac{1}{2} \times (2+2\sqrt{3}) \times 2 = \frac{20\pi}{3} + 4\sqrt{3} + 4.$$

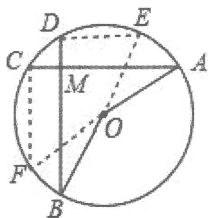


图1

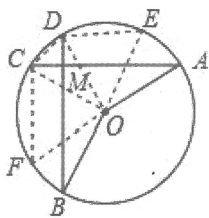


图2

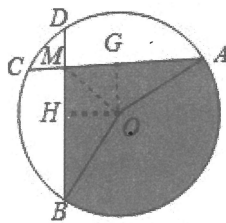


图3

24. (1) 证明: $\because \triangle ABE$ 是等边三角形,

$$\therefore BA=BE, \angle ABE=60^\circ.$$

$$\therefore \angle MBN=60^\circ,$$

$$\therefore \angle MBN - \angle ABN = \angle ABE - \angle ABN.$$

$$\text{即 } \angle MBA = \angle NBE.$$

$$\text{又 } \because MB=NB,$$

$$\therefore \triangle AMB \cong \triangle ENB \text{ (SAS).}$$

(2) 解: ①当 M 点落在 BD 的中点时, A、M、C 三点共线, AM+CM 的值最小.

②如图, 连接 CE, 当 M 点位于 BD 与 CE 的交点处时,

AM+BM+CM 的值最小.

理由如下: 连接 MN, 由 (1) 知, $\triangle AMB \cong \triangle ENB$,

$$\therefore AM=EN,$$

$$\therefore \angle MBN=60^\circ, MB=NB,$$

$$\therefore \triangle BMN \text{ 是等边三角形.}$$

$$\therefore BM=MN.$$

$$\therefore AM+BM+CM=EN+MN+CM.$$

根据“两点之间线段最短”可知, 若 E、N、M、C 在同一条直线上时, EN+MN+CM 取得最小值, 最小值为 EC.

在 $\triangle ABM$ 和 $\triangle CBM$ 中,

$$\begin{cases} AB=CB \\ \angle ABM=\angle CBM, \\ BM=BM \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABM \cong \triangle CBM,$

$\therefore \angle BAM = \angle BCM,$

$\therefore \angle BCM = \angle BEN,$

$\therefore EB = CB,$

\therefore 若连接 EC, 则 $\angle BEC = \angle BCE,$

$\therefore \angle BCM = \angle BCE, \angle BEN = \angle BEC,$

\therefore M、N 可以同时在直线 EC 上.

\therefore 当 M 点位于 BD 与 CE 的交点处时, $AM+BM+CM$ 的值最小, 即等于 EC 的长.

(3) 解: 过 E 点作 $EF \perp BC$ 交 CB 的延长线于 F,

$\therefore \angle EBF = \angle ABF - \angle ABE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ.$

设正方形的边长为 x, 则 $BF = \frac{\sqrt{3}}{2}x, EF = \frac{x}{2}.$

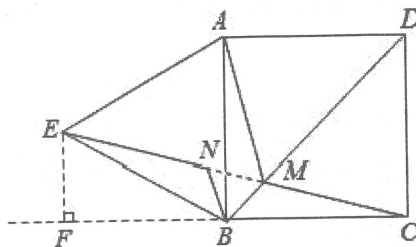
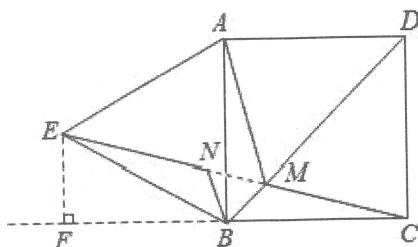
在 $Rt\triangle EFC$ 中,

$\therefore EF^2 + FC^2 = EC^2,$

$\therefore \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}x + x\right)^2 = (\sqrt{3}+1)^2.$

解得 $x_1 = \sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2}$ (舍去负值).

\therefore 正方形的边长为 $\sqrt{2}.$



25、解: (1) 在 $y = \frac{4}{9}x^2 - 4$ 中, 令 $y=0$, 则 $x=\pm 3$, 令 $x=0$, 则 $y=-4$,

$\therefore B(3, 0), C(0, -4);$

故答案为: 3, 0; 0, -4;

(2) 如图 (3), 连接 AP, $\therefore OB=OA, BE=EP,$

$$\therefore OE = \frac{1}{2}AP,$$

\therefore 当 AP 最大时, OE 的值最大,

\therefore 当 P 在 AC 的延长线上时, AP 的值最大, 最大值 $= 5 + \sqrt{5}$,

$$\therefore OE \text{ 的最大值为 } \frac{5 + \sqrt{5}}{2}$$

故答案为: $\frac{5 + \sqrt{5}}{2}$.

(3) 存在点 P, 使得 $\triangle PBC$ 为直角三角形,

① 当 PB 与 \odot 相切时, $\triangle PBC$ 为直角三角形, 如图 (2) a,

连接 BC,

$$\because OB=3, OC=4,$$

$$\therefore BC=5,$$

$$\because CP_2 \perp BP_2, CP_2 = \sqrt{5},$$

$$\therefore BP_2 = 2\sqrt{5},$$

过 P_2 作 $P_2E \perp x$ 轴于 E, $P_2F \perp y$ 轴于 F,

则 $\triangle CP_2F \sim \triangle BP_2E$,

$$\therefore \frac{P_2F}{P_2E} = \frac{CP_2}{BP_2} = \frac{1}{2},$$

设 $OC = P_2E = 2x$, $CP_2 = OE = x$,

$$\therefore BE = 3 - x, CF = 2x - 4,$$

$$\therefore \frac{BE}{CF} = \frac{3-x}{2x-4} = 2,$$

$$\therefore x = \frac{11}{5}, 2x = \frac{22}{5},$$

$$\therefore FP_2 = \frac{11}{5}, EP_2 = \frac{22}{5},$$

$$\therefore P_2 \left(\frac{11}{5}, -\frac{22}{5} \right),$$

过 P_1 作 $P_1G \perp x$ 轴于 G, $P_1H \perp y$ 轴于 H,

同理求得 $P_1(-1, -2)$,

② 当 $BC \perp PC$ 时, $\triangle PBC$ 为直角三角形,

过 P_4 作 $P_4H \perp y$ 轴于 H,

则 $\triangle BOC \sim \triangle CHP_4$,

$$\therefore \frac{CH}{OB} = \frac{P_4H}{OC} = \frac{P_4C}{BC} = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore CH = \frac{3\sqrt{5}}{5}, P_4H = \frac{4\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore P_4 \left(\frac{4\sqrt{5}}{5}, -\frac{3\sqrt{5}}{5} - 4 \right);$$

$$\text{同理 } P_3 \left(-\frac{4\sqrt{5}}{5}, \frac{3\sqrt{5}}{5} - 4 \right);$$

综上所述：点 P 的坐标为：

$$(-1, -2) \text{ 或 } \left(\frac{11}{5}, -\frac{22}{5} \right) \text{ 或 } \left(\frac{4\sqrt{5}}{5}, -\frac{3\sqrt{5}}{5} - 4 \right) \text{ 或 } \left(-\frac{4\sqrt{5}}{5}, \frac{3\sqrt{5}}{5} - 4 \right);$$