

2017-2018-2 青竹湖湘一中考三模

九年级 数学试卷

时量：120 分钟 满分：120 分

一、选择题（本题共 12 小题，每题 3 分，共 36 分）

1. $\frac{1}{2018}$ 的倒数是（ ）

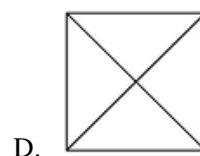
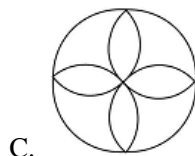
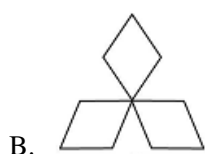
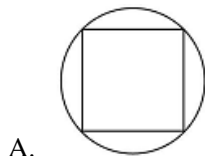
A. $\frac{1}{2018}$

B. 2018

C. -2018

D. $-\frac{1}{2018}$

2. 下列图形中，是轴对称图形，但不是中心对称图形的是（ ）



3. 下列计算正确的是（ ）

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$

B. $2a + 3a = 6a$

C. $a^2 + a^2 + a^2 = 3a^2$

D. $a^2 + a^2 + a^2 = a^6$

4. 下列调查中，最适合采用抽样调查的是（ ）

A. 对某地区现有的16名百岁老人睡眠时间的调查

B. 对“神舟十一号”运载火箭发射前零部件质量情况的调查

C. 对某校九年级三班学生视力情况的调查

D. 对市场上某一品牌电脑使用寿命的调查

5. 估计 $2\sqrt{5} + 1$ 的值应在（ ）

A. 3 和 4 之间

B. 4 和 5 之间

C. 5 和 6 之间

D. 6 和 7 之间

6. 若 $x = -3$ ， $y = 1$ ，则代数式 $2x - 3y + 1$ 的值为（ ）

A. -10

B. -8

C. 4

D. 10

7. 要使分式 $\frac{4}{x-3}$ 有意义， x 应满足的条件是（ ）

A. $x > 3$

B. $x = 3$

C. $x < 3$

D. $x \neq 3$

8. 若将点 $A(1, 3)$ 向左平移 2 个单位，再向下平移 4 个单位得到点 B ，则点 B 的坐标为 ()

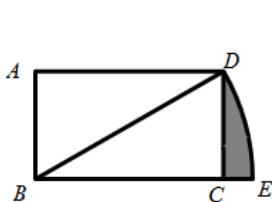
- A. $(-2, -1)$ B. $(-1, 0)$ C. $(-1, -1)$ D. $(-2, 0)$

9. 若 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ，相似比为 $3:2$ ，则对应边的中线比为 ()

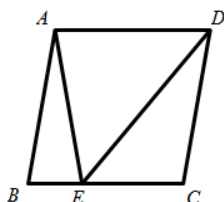
- A. $3:2$ B. $3:5$ C. $9:4$ D. $4:9$

10. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $CD = 1$ ， $\angle DBC = 30^\circ$ ，若将 BD 绕点 B 旋转后，点 D 落在 BC 延长线上的点 E 处，点 D 经过的路径 DE ，则图中阴影部分的面积是 ()

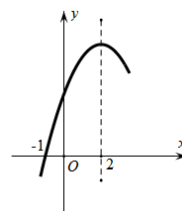
- A. $\frac{\pi}{3} - \sqrt{3}$ B. $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\pi}{2} - \sqrt{3}$ D. $\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$



第 10 题图



第 11 题图



第 12 题图

11. 如图，已知 E 是菱形 $ABCD$ 的边 BC 上一点，且 $\angle DAE = \angle B = 80^\circ$ ，那么 $\angle CDE$ 的度数为 ()

- A. 20° B. 25° C. 30° D. 35°

12. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的部分图象如图所示，图象经过点 $(-1, 0)$ ，对称轴为直线 $x = 2$ ，下

列结论：① $4a + b = 0$ ；② $9a + c > 3b$ ；③ $8a + 7b + 2c > 0$ ；④若点 $A(-3, y_1)$ 、点 $B(-\frac{1}{2}, y_2)$ 、点

$C(\frac{7}{2}, y_3)$ 在该函数图象上，则 $y_1 < y_3 < y_2$ ；⑤若方程 $a(x+1)(x-5) = -3$ 的两根为 x_1 和 x_2 ，且 $x_1 < x_2$ ，

则 $x_1 < -1 < 5 < x_2$ 。其中正确的结论有 ()

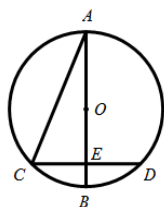
- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

二、填空题（每小题 3 分，共 18 分）

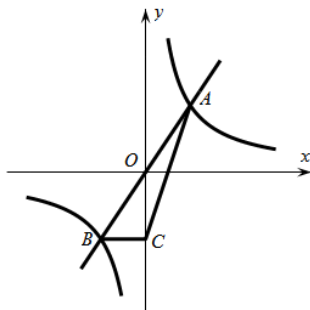
13. 由中国发起创立的“亚洲基础设施投资银行”的法定资本金为 100000000000 美元，用科学记数法表示为 _____ 美元。

14. 扇形 OAB 的圆心角为 120° ，半径为 3，则该扇形的弧长为 _____（结果保留 π ）。

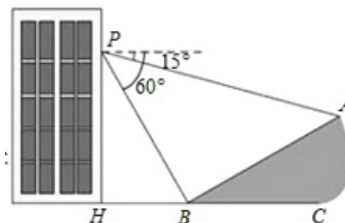
15.如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 $CD \perp AB$, 垂足为 E , 若 $\angle CAB = 22.5^\circ$, $CD = 8\text{cm}$, 则 $\odot O$ 的半径为_____cm.



第 15 题图



第 16 题图



第 18 题图

16.如图, 直线 $y = kx$ 与双曲线 $y = \frac{2}{x}$ 交于 A 、 B 两点, $BC \perp y$ 轴于点 C , 则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.

17.点 $(-1, y_1)$ 、 $(2, y_2)$ 是直线 $y = 2x + 1$ 上的两点, 则 y_1 _____ y_2 (填“>”“=”或“<”).

18.如图, 小明在大楼 30 米高即 ($PH = 30$ 米) 的窗口 P 处进行观测, 测得山坡上 A 处的俯角为 15° , 山脚 B 处的俯角为 60° , 已知该山坡的坡度 i (即 $\tan \angle ABC$) 为 $1:\sqrt{3}$, 点 P , H , B , C , A 在同一平面上, 点 H 、 B 、 C 在同一条直线上, 且 $PH \perp HC$, 则 A 到 BC 的距离为_____米.

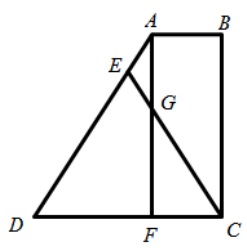
三、解答题:

19.计算: $\sqrt{12} + |-5| - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - 2 \tan 60^\circ$.

20.解不等式组 $\begin{cases} 2x + 7 \geq 1 - x, & \text{①} \\ 6 - 3(1 - x) > 5x, & \text{②} \end{cases}$, 并求出所有整数解的和.

21.如图，四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel DC$ ， $\angle B = 90^\circ$ ， F 为 DC 上一点，且 $FC = AB$ ， E 为 AD 上一点， EC 交 AF 于点 G 。

- (1) 求证：四边形 $ABCF$ 是矩形；
- (2) 若 $ED = EC$ ，求证： $EA = EG$ 。



22.某数学兴趣小组在全校范围内随即抽取了 50 名同学进行“舌尖上的长沙——我最喜爱的长沙小吃”调查活动，将调查问卷整理后绘制成如图所示的不完整条形统计图。

请根据所给信息解答以下问题：

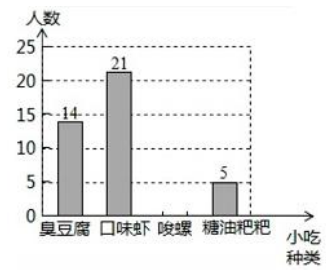
- (1) 请补全条形统计图；
- (2) 若全校有 2000 名同学，请估计全校同学中最喜爱“臭豆腐”的同学有多少人？
- (3) 在一个不透明的口袋中有四个完全相同的小球，把它们分别标号为四种小吃的序号 A 、 B 、 C 、 D ，随机地摸出一个小球然后放回，再随机地摸出一个小球，请用列表或画树形图的方法，求出恰好两次都摸到“ A ”的概率。

调查问卷

在下面四种长沙小吃中，你最喜爱的是 () (单选)

A、臭豆腐
B、口味虾

C、唆螺
D、糖油粑粑



23.“铁路建设助推经济发展”，近年来我国政府十分重视铁路建设，渝利铁路通车后，从重庆到上海比原铁路全程缩短了320千米，列车设计运行时速比原铁路设计运行时速提高了120千米/小时，全程设计运行时间只需8小时，比原铁路设计运行时间少用16小时.

(1) 渝利铁路通车后，重庆到上海的列车设计运行里程是多少千米？

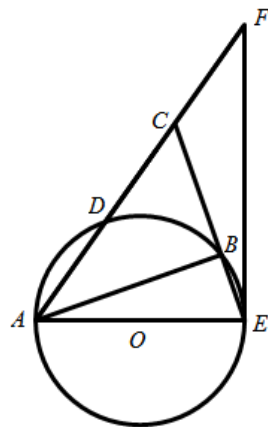
(2) 专家建议：从安全的角度考虑，实际运行时时速减少 $m\%$ ，以便于有充分时间应对突发事件，这样，从重庆到上海的实际运行时间将增加 $\frac{m}{10}$ 小时，求 m 的值.

24.如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， D 是 AC 的中点， $\odot O$ 经过 A 、 B 、 D 三点， CB 的延长线交 $\odot O$ 于点 E .

(1) 求证： $AE = CE$ ；

(2) EF 与 $\odot O$ 相切于点 E ，交 AC 的延长线于点 F ，若 $CD = CF = 2\text{cm}$ ，求 $\odot O$ 的直径；

(3) 若 $\frac{CF}{CD} = n (n > 0)$ ，求 $\sin \angle CAB$.



25.定义：若在某区间内某函数的图象均在 x 轴上或 x 轴的上方，则该区间称为这个函数的正能量区间. 如当 $x \geq \frac{1}{2}$ 时，函数 $y = 2x - 1$ 的图象均在 x 轴上或 x 轴的上方，则 $x \geq \frac{1}{2}$ 叫做函数 $y = 2x - 1$ 的正能量区间.

(1) 求反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的正能量区间；

(2) 经过点 $(2, 3)$ 的一次函数的正能量区间为 $x \geq 1$ ，求一次函数的解析式；

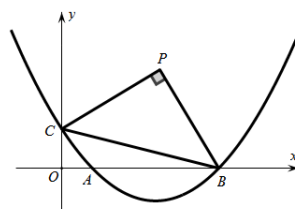
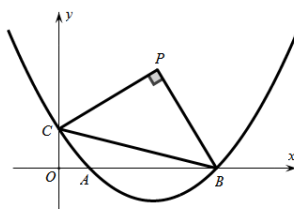
(3) 如果抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于点 $A(x_1, 0)$ 和点 $B(x_2, 0)$ ，那么我们把 A 、 B 两点之间的距离叫作抛物线在 x 轴上的“截距”，设 m ， n 为正整数，且 $m \neq 2$ ，抛物线 $y = x^2 + (3 - mt)x - 3mt$ 在 x 轴上的“截距”为 d_1 ，抛物线 $y = -x^2 + (2t - n)x + 2nt$ 在 x 轴上的“截距”为 d_2 ， $s = d_1^2 - d_2^2$ ，试表示出 s 与 t 之间的函数关系式，若全体实数为该函数的正能量区间，求 m ， n 的值.

26.如图,已知抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}(b+1)x + \frac{b}{4}$ (b 是实数且 $b > 2$) 与 x 轴的正半轴分别交于点 A 、 B (点 A 位于点 B 的左侧), 与 y 轴的正半轴交于点 C .

(1) 点 B 的坐标为_____, 点 C 的坐标为_____ (用含 b 的代数式表示);

(2) 若点 P 在第一象限内, 且使得 $\triangle PBC$ 是以点 P 为直角顶点的等腰直角三角形, 求直线 OP 的解析式;

(3) 请你进一步探索在第一象限内是否存在点 Q , 使得 $\triangle QCO$, $\triangle QOA$ 和 $\triangle QAB$ 中的任意两个三角形均相似 (全等可作相似的特殊情况)? 如果存在, 求出点 Q 的坐标; 如果不存在, 请说明理由.



2017-2018-2 青竹湖湘一中考三模

答案与解析

一、单项选择题（本大题共 12 个小题，每小题 3 分，共 36 分）

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	B	C	D	C	B	D	C	A	B	C	B

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分）

13、 1×10^{11}

14、 2π

15、 $4\sqrt{2}$

16、 $\underline{2}$

17、 $<$

18、 $10\sqrt{3}$

三、解答题

19、原式=3

20、解①得 $x \geq -2$ ，解②得 $x < \frac{3}{2}$ ， \therefore 不等式组的解为： $-2 \leq x < \frac{3}{2}$

所有的整数解为 -2 、 -1 、 0 、 1 ；它们的和为 $-2 + (-1) + 0 + 1 = -2$

21、（1）证明：在四边形 $ABCD$ 中， $\because AB \parallel CD$ ， $\therefore AB \parallel CF$

又 $\because AB = CF$ ， \therefore 四边形 $ABCF$ 是平行四边形

又 $\because \angle B = 90^\circ$ ， \therefore 四边形 $ABCF$ 是矩形

（2）证明：由（1）有 $\angle AFC = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle DAF = 90^\circ - \angle D, \quad \angle CGF = 90^\circ - \angle ECD$$

$$\because ED = EC, \therefore \angle D = \angle ECD, \therefore \angle DAF = \angle CGF$$

$$\because \angle EGA = \angle CGF, \therefore \angle EGA = \angle EAG, \therefore EA = EG$$

22、（1）喜欢嗦螺的人数为： $50 - (14 + 21 + 5) = 10$ （人）

（2）由样本知最喜爱臭豆腐的同学的比例为： $\frac{14}{50} = 0.28$ ，根据样本估计总体

$$\therefore \text{全校同学最喜爱臭豆腐的人数为：} 2000 \times 0.28 = 560 \text{（人）}$$

(3) 列表如图:

	A	B	C	D
A	(A, A)	(B, A)	(C, A)	(D, A)
B	(A, B)	(B, B)	(C, B)	(D, B)
C	(A, C)	(B, C)	(C, C)	(D, C)
D	(A, D)	(B, D)	(C, D)	(D, D)

∴ 恰好两次都摸到 A 的概率: $P = \frac{1}{16}$

23、(1) 设原时速为 $x \text{ km/h}$, 通车后重庆到上海的设计运行里程为 $y \text{ km/h}$,

依题意有:
$$\begin{cases} 8(120+x) = y \\ (8+16)x = 320+y \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x = 80 \\ y = 1600 \end{cases},$$

答: 通车后, 重庆到上海的列车设计运行里程是 1600 km

(2) 依题意有: $(80+120)(1-m\%)\left(8+\frac{1}{10}m\right) = 1600$

解得 $m_1 = 20$, $m_2 = 0$ (不合题意, 舍去)

答: m 的值为 20

24、(1) 证明: 连结 DE

∵ $\angle ABC = 90^\circ$, ∴ $\angle ABE = 90^\circ$, ∴ AE 是 $\odot O$ 的直径

∴ $\angle ADE = 90^\circ$, 所以 $DE \perp AC$, 又 D 为 AC 中点

∴ DE 是 AC 的中垂线, ∴ $AE = CE$

(2) 解: 在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle EFA$ 中,
$$\begin{cases} \angle ADE = \angle AEF = 90^\circ \\ \angle DAE = \angle FAE \end{cases}, \therefore \triangle ADE \sim \triangle AEF$$

$$\therefore \frac{AE}{AF} = \frac{AD}{AE}, \text{ 即 } \frac{AE}{6} = \frac{2}{AE}, \therefore AE = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

(3) 解: ∵ AE 为 $\odot O$ 的直径, EF 为 $\odot O$ 的切线

$$\therefore \angle ADE = \angle AEF = 90^\circ, \therefore \text{Rt}\triangle ADE \sim \text{Rt}\triangle EDF, \therefore \frac{AD}{ED} = \frac{DE}{DF}$$

$$\therefore \frac{CF}{CD} = n, \therefore CF = nCD, \therefore DF = CD + CF = (1+n)CD$$

$$\text{Rt}\triangle CDE \text{ 中, } CE^2 = CD^2 + DE^2 = CD^2 + (\sqrt{1+n}CD)^2 = (n+2)CD^2$$

$$\therefore CE = \sqrt{n+2}CD$$

$$\because \angle CAB = \angle DEC$$

$$\therefore \sin \angle CAB = \sin \angle DEC = \frac{CD}{CE} = \frac{CD}{\sqrt{n+2}CD} = \frac{1}{\sqrt{n+2}} = \frac{\sqrt{n+2}}{n+2}$$

$$\therefore \sin \angle CAB = \frac{\sqrt{n+2}}{n+2}$$

25、(1) ① $k > 0$ 时, $y = \frac{k}{x}$ 的正能量区间为: $x > 0$

② $k > 0$ 时, $y = \frac{k}{x}$ 的正能量区间为: $x < 0$

(2) 令一次函数的解析式为: $y = kx + b$, 将 (2, 3) 代入解析式, 有: $b = 3 - 2k$

则函数式为: $y = kx + 3 - 2k$

当 $x \geq 1$ 时, 恒有 $y \geq 0$, 即 $kx \geq 2k - 3$, 依题意有:

$$\begin{cases} k > 0 \\ \frac{2k-3}{k} = 1 \end{cases}, \text{解得 } k = 3, \therefore b = -3,$$

\therefore 一次函数解析式为: $y = 3x - 3$

(3) 依题意有: $y = x^2 + (3 - mt)x - 3mt$,

$$\therefore x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = mt - 3, \quad x_1 x_2 = -3mt$$

$\because m^2 - 4 \neq 0$, \therefore 要全体实数为该函数的正能量区间, 即有

$$\begin{cases} m^2 - 4 > 0 \\ \Delta = (6m - 4n)^2 - 4(m^2 - 4)(9 - n^2) \leq 0 \end{cases}, \text{解得 } \begin{cases} m^2 > 4 \\ (mn - 6)^2 \leq 0 \end{cases}$$

又 m, n 为正整数, 且 $m \neq 2$, $\therefore \begin{cases} m > 2 \\ mn = 6 \end{cases}$

$$\therefore \begin{cases} m = 3 \\ n = 2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} m = 6 \\ n = 1 \end{cases}$$

26、(1) 令 $y=0$ ，即 $y=\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{4}(b+1)x+\frac{b}{4}=0$

化简得： $x^2-(b+1)x+b=0$ ，

解得： $x=1$ 或 $x=b$

$\because b$ 是实数且 $b>2$ ，点 A 位于点 B 的左侧，

\therefore 点 B 的坐标为 $(b, 0)$

令 $x=0$ 代入函数式，解得： $y=\frac{b}{4}$ ，

\therefore 点 C 的坐标为 $(0, \frac{b}{4})$

(2) 设点 P 的坐标 (x, y)

过 P 作 $PD \perp x$ 轴于 D ，作 $PE \perp y$ 轴于 E ，则 $PE=x$ ， $PD=y$

在 $\triangle PEC$ 和 $\triangle PDB$ 中：
$$\begin{cases} \angle EPC = \angle DBP \\ \angle PEC = \angle PDB, \\ PC = PB \end{cases}$$

$\therefore \triangle PEC \cong \triangle PDB$ (AAS)

$\therefore PE = PD$ ，即 $x = y$

\therefore 直线 OP 的解析式为： $y = x$

(3) 存在这样的点 Q ，使得 $\triangle QCO$ ， $\triangle QOA$ ， $\triangle QAB$ 两两相似。

假设点 Q 存在，

$\because \angle QAB = \angle AOQ + \angle AQO$ ，所以 $\angle QAB > \angle AOQ$ ， $\angle QAB > \angle AQO$

\therefore 要使 $\triangle QOA$ 与 $\triangle QAB$ 相似，只能 $\angle QAO = \angle BAQ = 90^\circ$ ，即 $QA \perp x$ 轴

$\because b > 2$ ， $\therefore AB > OA$ ，

$\therefore \angle QOA > \angle ABQ$ ，只能 $\angle AOQ = \angle AQB$

此时 $\angle OQB = 90^\circ$ ，由 $QA \perp x$ 轴知 $QA \parallel y$ 轴，

$\therefore \angle COQ = \angle OQA$

\therefore 要使 $\triangle QOA$ 与 $\triangle OQC$ 相似，只能 $\angle QCO = 90^\circ$ 或 $\angle OQC = 90^\circ$

(I) 当 $\angle QCO = 90^\circ$ 时, $\triangle CQO \cong \triangle AOQ$,

$$\therefore AQ = CO = \frac{b}{4}$$

$$\text{由 } AQ^2 = OA \cdot OB, \text{ 得: } \left(\frac{b}{4}\right)^2 = b - 1, \text{ 解得: } b = 8 \pm 4\sqrt{3}$$

$$\because b > 2, \therefore b = 8 + 4\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{点 } Q \text{ 的坐标是 } (1, 2 + \sqrt{3})$$

(II) 当 $\angle OQC = 90^\circ$ 时, $\triangle CQO \sim \triangle OAQ$,

$$\therefore \frac{OQ}{CO} = \frac{AQ}{QO}, \text{ 即 } OQ^2 = OC \cdot AQ, \text{ 又 } OQ^2 = OA \cdot OB$$

$$\therefore OC \cdot AQ = OA \cdot OB, \text{ 即 } \frac{b}{4} \cdot AQ = 1 \times b$$

解得: $AQ = 4$, 此时 $b = 17 > 2$, 符合题意

$$\therefore \text{点 } Q \text{ 的坐标是 } (1, 4)$$

综上, 存在点 $Q(1, 2 + \sqrt{3})$ 或 $Q(1, 4)$, 使得 $\triangle QCO$, $\triangle QOA$, $\triangle QAB$ 中的任意两个三角形均相似.