

# 2017-2018-2 青竹湖湘一中考三模

## 九年级 数学试卷

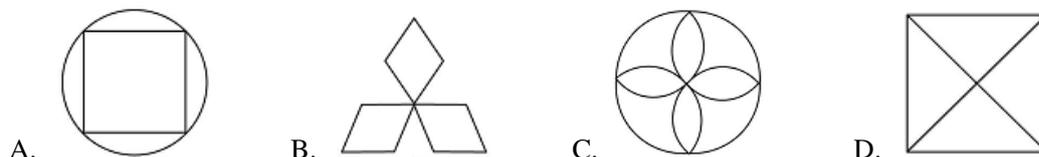
时量：120 分钟 满分：120 分

### 一、选择题（本题共 12 小题，每题 3 分，共 36 分）

1.  $\frac{1}{2018}$  的倒数是（ ）

- A.  $\frac{1}{2018}$                       B. 2018                      C. -2018                      D.  $-\frac{1}{2018}$

2. 下列图形中，是轴对称图形，但不是中心对称图形的是（ ）



3. 下列计算正确的是（ ）

- A.  $a^2 \cdot a^3 = a^6$                       B.  $2a + 3a = 6a$   
C.  $a^2 + a^2 + a^2 = 3a^2$                       D.  $a^2 + a^2 + a^2 = a^6$

4. 下列调查中，最适合采用抽样调查的是（ ）

- A. 对某地区现有的16名百岁老人睡眠时间的调查  
B. 对“神舟十一号”运载火箭发射前零部件质量情况的调查  
C. 对某校九年级三班学生视力情况的调查  
D. 对市场上某一品牌电脑使用寿命的调查

5. 估计  $2\sqrt{5} + 1$  的值应在（ ）

- A. 3 和 4 之间                      B. 4 和 5 之间                      C. 5 和 6 之间                      D. 6 和 7 之间

6. 若  $x = -3$ ， $y = 1$ ，则代数式  $2x - 3y + 1$  的值为（ ）

- A. -10                      B. -8                      C. 4                      D. 10

7. 要使分式  $\frac{4}{x-3}$  有意义， $x$  应满足的条件是（ ）

- A.  $x > 3$                       B.  $x = 3$                       C.  $x < 3$                       D.  $x \neq 3$

8. 若将点  $A(1,3)$  向左平移 2 个单位, 再向下平移 4 个单位得到点  $B$ , 则点  $B$  的坐标为 ( )

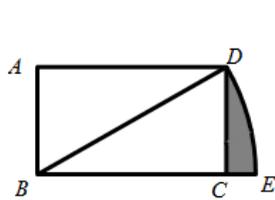
- A.  $(-2,-1)$       B.  $(-1,0)$       C.  $(-1,-1)$       D.  $(-2,0)$

9. 若  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ , 相似比为  $3:2$ , 则对应边的中线比为 ( )

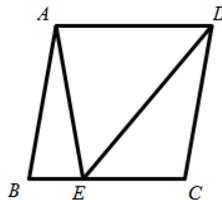
- A.  $3:2$       B.  $3:5$       C.  $9:4$       D.  $4:9$

10. 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $CD=1$ ,  $\angle DBC=30^\circ$ , 若将  $BD$  绕点  $B$  旋转后, 点  $D$  落在  $BC$  延长线上的点  $E$  处, 点  $D$  经过的路径  $DE$ , 则图中阴影部分的面积是 ( )

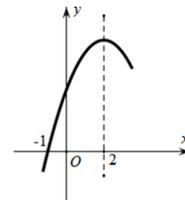
- A.  $\frac{\pi}{3} - \sqrt{3}$       B.  $\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$       C.  $\frac{\pi}{2} - \sqrt{3}$       D.  $\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$



第 10 题图



第 11 题图



第 12 题图

11. 如图, 已知  $E$  是菱形  $ABCD$  的边  $BC$  上一点, 且  $\angle DAE = \angle B = 80^\circ$ , 那么  $\angle CDE$  的度数为 ( )

- A.  $20^\circ$       B.  $25^\circ$       C.  $30^\circ$       D.  $35^\circ$

12. 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的部分图象如图所示, 图象经过点  $(-1,0)$ , 对称轴为直线  $x=2$ , 下

列结论: ①  $4a + b = 0$ ; ②  $9a + c > 3b$ ; ③  $8a + 7b + 2c > 0$ ; ④ 若点  $A(-3, y_1)$ 、点  $B(-\frac{1}{2}, y_2)$ 、点

$C(\frac{7}{2}, y_3)$  在该函数图象上, 则  $y_1 < y_3 < y_2$ ; ⑤ 若方程  $a(x+1)(x-5) = -3$  的两根为  $x_1$  和  $x_2$ , 且  $x_1 < x_2$ ,

则  $x_1 < -1 < 5 < x_2$ . 其中正确的结论有 ( )

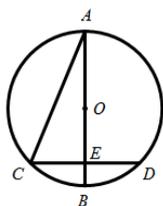
- A. 2 个      B. 3 个      C. 4 个      D. 5 个

## 二、填空题 (每小题 3 分, 共 18 分)

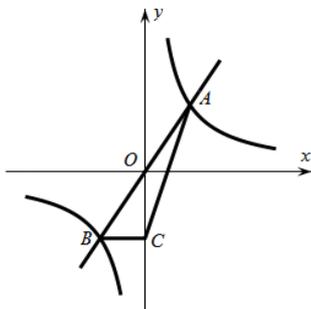
13. 由中国发起创立的“亚洲基础设施投资银行”的法定资本金为 100000000000 美元, 用科学记数法表示为 \_\_\_\_\_ 美元.

14. 扇形  $OAB$  的圆心角为  $120^\circ$ , 半径为 3, 则该扇形的弧长为 \_\_\_\_\_ (结果保留  $\pi$ ).

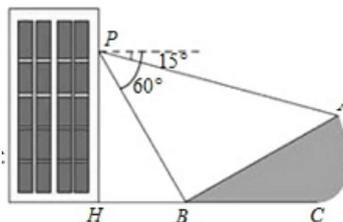
15.如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 弦  $CD \perp AB$ , 垂足为  $E$ , 若  $\angle CAB = 22.5^\circ$ ,  $CD = 8\text{cm}$ , 则  $\odot O$  的半径为\_\_\_\_\_  $\text{cm}$ .



第 15 题图



第 16 题图



第 18 题图

16.如图, 直线  $y = kx$  与双曲线  $y = \frac{2}{x}$  交于  $A$ 、 $B$  两点,  $BC \perp y$  轴于点  $C$ , 则  $\triangle ABC$  的面积为\_\_\_\_\_.

17.点  $(-1, y_1)$ 、 $(2, y_2)$  是直线  $y = 2x + 1$  上的两点, 则  $y_1$  \_\_\_\_\_  $y_2$  (填“>”“=”或“<”).

18.如图, 小明在大楼 30 米高即 ( $PH = 30$  米) 的窗口  $P$  处进行观测, 测得山坡上  $A$  处的俯角为  $15^\circ$ , 山脚  $B$  处的俯角为  $60^\circ$ , 已知该山坡的坡度  $i$  (即  $\tan \angle ABC$ ) 为  $1:\sqrt{3}$ , 点  $P$ ,  $H$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $A$  在同一平面上, 点  $H$ 、 $B$ 、 $C$  在同一条直线上, 且  $PH \perp HC$ , 则  $A$  到  $BC$  的距离为\_\_\_\_\_米.

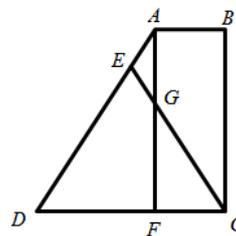
三、解答题:

19.计算:  $\sqrt{12} + |-5| - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - 2 \tan 60^\circ$ .

20.解不等式组  $\begin{cases} 2x + 7 \geq 1 - x, & \text{①} \\ 6 - 3(1 - x) > 5x, & \text{②} \end{cases}$ , 并求出所有整数解的和.

21.如图，四边形  $ABCD$  中， $AB \parallel DC$ ， $\angle B = 90^\circ$ ， $F$  为  $DC$  上一点，且  $FC = AB$ ， $E$  为  $AD$  上一点， $EC$  交  $AF$  于点  $G$ 。

- (1) 求证：四边形  $ABCF$  是矩形；
- (2) 若  $ED = EC$ ，求证： $EA = EG$ 。



22.某数学兴趣小组在全校范围内随即抽取了 50 名同学进行“舌尖上的长沙——我最喜爱的长沙小吃”调查活动，将调查问卷整理后绘制成如图所示的不完整条形统计图。

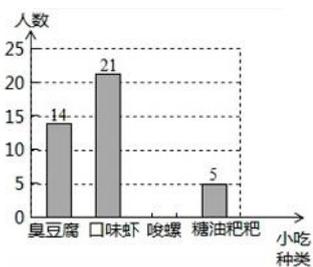
请根据所给信息解答以下问题：

- (1) 请补全条形统计图；
- (2) 若全校有 2000 名同学，请估计全校同学中最喜爱“臭豆腐”的同学有多少人？
- (3) 在一个不透明的口袋中有四个完全相同的小球，把它们分别标号为四种小吃的序号  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ ，随机地摸出一个小球然后放回，再随机地摸出一个小球，请用列表或画树形图的方法，求出恰好两次都摸到“ $A$ ”的概率。

调查问卷

在下面四种长沙小吃中，你最喜爱的是 ( ) (单选)

A、臭豆腐    B、口味虾  
C、唆螺      D、糖油粑粑



23.“铁路建设助推经济发展”，近年来我国政府十分重视铁路建设，渝利铁路通车后，从重庆到上海比原铁路全程缩短了320千米，列车设计运行时速比原铁路设计运行时速提高了120千米/小时，全程设计运行时间只需8小时，比原铁路设计运行时间少用16小时.

(1) 渝利铁路通车后，重庆到上海的列车设计运行里程是多少千米？

(2) 专家建议：从安全的角度考虑，实际运行时时速减少  $m\%$ ，以便于有充分时间应对突发事件，这样，从重庆到上海的实际运行时间将增加  $\frac{m}{10}$  小时，求  $m$  的值.

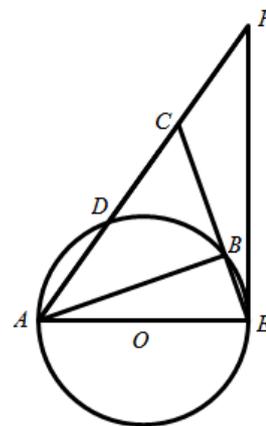
24.如图，在  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $D$  是  $AC$  的中点， $\odot O$  经过  $A$ 、 $B$ 、 $D$  三点， $CB$  的延长线交  $\odot O$  于点  $E$ .

(1) 求证： $AE = CE$ ；

(2)  $EF$  与  $\odot O$  相切于点  $E$ ，交  $AC$  的延长线于点  $F$ ，若

$CD = CF = 2\text{cm}$ ，求  $\odot O$  的直径；

(3) 若  $\frac{CF}{CD} = n (n > 0)$ ，求  $\sin \angle CAB$ .



25.定义：若在某区间内某函数的图象均在  $x$  轴上或  $x$  轴的上方，则该区间称为这个函数的正能量区间. 如当  $x \geq \frac{1}{2}$  时，函数  $y = 2x - 1$  的图象均在  $x$  轴上或  $x$  轴的上方，则  $x \geq \frac{1}{2}$  叫做函数  $y = 2x - 1$  的正能量区间.

(1) 求反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的正能量区间；

(2) 经过点  $(2, 3)$  的一次函数的正能量区间为  $x \geq 1$ ，求一次函数的解析式；

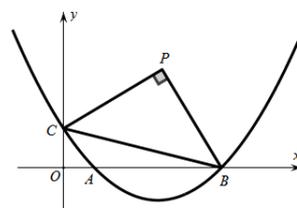
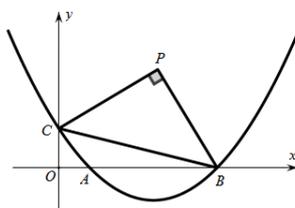
(3) 如果抛物线  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  与  $x$  轴交于点  $A(x_1, 0)$  和点  $B(x_2, 0)$ ，那么我们把  $A$ 、 $B$  两点之间的距离叫作抛物线在  $x$  轴上的“截距”，设  $m, n$  为正整数，且  $m \neq 2$ ，抛物线  $y = x^2 + (3 - mt)x - 3mt$  在  $x$  轴上的“截距”为  $d_1$ ，抛物线  $y = -x^2 + (2t - n)x + 2nt$  在  $x$  轴上的“截距”为  $d_2$ ， $s = d_1^2 - d_2^2$ ，试表示出  $s$  与  $t$  之间的函数关系式，若全体实数为该函数的正能量区间，求  $m, n$  的值.

26.如图,已知抛物线  $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}(b+1)x + \frac{b}{4}$  ( $b$  是实数且  $b > 2$ ) 与  $x$  轴的正半轴分别交于点  $A$ 、 $B$  (点  $A$  位于点  $B$  的左侧), 与  $y$  轴的正半轴交于点  $C$ .

(1) 点  $B$  的坐标为 \_\_\_\_\_, 点  $C$  的坐标为 \_\_\_\_\_ (用含  $b$  的代数式表示);

(2) 若点  $P$  在第一象限内, 且使得  $\triangle PBC$  是以点  $P$  为直角顶点的等腰直角三角形, 求直线  $OP$  的解析式;

(3) 请你进一步探索在第一象限内是否存在点  $Q$ , 使得  $\triangle QCO$ ,  $\triangle QOA$  和  $\triangle QAB$  中的任意两个三角形均相似 (全等可作相似的特殊情况)? 如果存在, 求出点  $Q$  的坐标; 如果不存在, 请说明理由.



## 2017-2018-2 青竹湖湘一中考三模

### 答案与解析

一、单项选择题（本大题共 12 个小题，每小题 3 分，共 36 分）

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	B	C	D	C	B	D	C	A	B	C	B

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分）

13、 $1 \times 10^{11}$

14、 $2\pi$

15、 $4\sqrt{2}$

16、 $\underline{2}$

17、 $<$

18、 $10\sqrt{3}$

三、解答题

19、原式=3

20、解①得  $x \geq -2$ ，解②得  $x < \frac{3}{2}$ ， $\therefore$  不等式组的解为： $-2 \leq x < \frac{3}{2}$

所有的整数解为  $-2, -1, 0, 1$ ；它们的和为  $-2 + (-1) + 0 + 1 = -2$

21、（1）证明：在四边形  $ABCD$  中， $\because AB \parallel CD$ ， $\therefore AB \parallel CF$

又  $\because AB = CF$ ， $\therefore$  四边形  $ABCF$  是平行四边形

又  $\because \angle B = 90^\circ$ ， $\therefore$  四边形  $ABCF$  是矩形

（2）证明：由（1）有  $\angle AFC = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle DAF = 90^\circ - \angle D, \quad \angle CGF = 90^\circ - \angle ECD$$

$$\because ED = EC, \therefore \angle D = \angle ECD, \therefore \angle DAF = \angle CGF$$

$$\because \angle EGA = \angle CGF, \therefore \angle EGA = \angle EAG, \therefore EA = EG$$

22、（1）喜欢嗦螺的人数为： $50 - (14 + 21 + 5) = 10$ （人）

（2）由样本知最喜爱臭豆腐的同学的比例为： $\frac{14}{50} = 0.28$ ，根据样本估计总体

$$\therefore \text{全校同学最喜爱臭豆腐的人数为：} 2000 \times 0.28 = 560 \text{（人）}$$

(3) 列表如图:

	A	B	C	D
A	(A, A)	(B, A)	(C, A)	(D, A)
B	(A, B)	(B, B)	(C, B)	(D, B)
C	(A, C)	(B, C)	(C, C)	(D, C)
D	(A, D)	(B, D)	(C, D)	(D, D)

∴恰好两次都摸到 A 的概率:  $P = \frac{1}{16}$

23、(1) 设原时速为  $x \text{ km/h}$ , 通车后重庆到上海的设计运行里程为  $y \text{ km/h}$ ,

依题意有: 
$$\begin{cases} 8(120+x) = y \\ (8+16)x = 320+y \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x = 80 \\ y = 1600 \end{cases}$$

答: 通车后, 重庆到上海的列车设计运行里程是  $1600 \text{ km}$

(2) 依题意有:  $(80+120)(1-m\%)\left(8+\frac{1}{10}m\right) = 1600$

解得  $m_1 = 20$ ,  $m_2 = 0$  (不合题意, 舍去)

答:  $m$  的值为 20

24、(1) 证明: 连结 DE

∵  $\angle ABC = 90^\circ$ , ∴  $\angle ABE = 90^\circ$ , ∴ AE 是  $\odot O$  的直径

∴  $\angle ADE = 90^\circ$ , 所以  $DE \perp AC$ , 又 D 为 AC 中点

∴ DE 是 AC 的中垂线, ∴  $AE = CE$

(2) 解: 在  $\triangle ADE$  和  $\triangle EFA$  中, 
$$\begin{cases} \angle ADE = \angle AEF = 90^\circ \\ \angle DAE = \angle FAE \end{cases}, \therefore \triangle ADE \sim \triangle AEF$$

∴  $\frac{AE}{AF} = \frac{AD}{AE}$ , 即  $\frac{AE}{6} = \frac{2}{AE}$ , ∴  $AE = 2\sqrt{3} \text{ cm}$

(3) 解: ∵ AE 为  $\odot O$  的直径, EF 为  $\odot O$  的切线

∴  $\angle ADE = \angle AEF = 90^\circ$ , ∴  $\text{Rt}\triangle ADE \sim \text{Rt}\triangle EDF$ , ∴  $\frac{AD}{ED} = \frac{DE}{DF}$

∴  $\frac{CF}{CD} = n$ , ∴  $CF = nCD$ , ∴  $DF = CD + CF = (1+n)CD$

$\text{Rt}\triangle CDE$  中,  $CE^2 = CD^2 + DE^2 = CD^2 + (\sqrt{1+n}CD)^2 = (n+2)CD^2$

$$\therefore CE = \sqrt{n+2}CD$$

$$\therefore \angle CAB = \angle DEC$$

$$\therefore \sin \angle CAB = \sin \angle DEC = \frac{CD}{CE} = \frac{CD}{\sqrt{n+2}CD} = \frac{1}{\sqrt{n+2}} = \frac{\sqrt{n+2}}{n+2}$$

$$\therefore \sin \angle CAB = \frac{\sqrt{n+2}}{n+2}$$

25、(1) ①  $k > 0$  时,  $y = \frac{k}{x}$  的正能量区间为:  $x > 0$

②  $k > 0$  时,  $y = \frac{k}{x}$  的正能量区间为:  $x < 0$

(2) 令一次函数的解析式为:  $y = kx + b$ , 将 (2, 3) 代入解析式, 有:  $b = 3 - 2k$

则函数式为:  $y = kx + 3 - 2k$

当  $x \geq 1$  时, 恒有  $y \geq 0$ , 即  $kx \geq 2k - 3$ , 依题意有:

$$\begin{cases} k > 0 \\ \frac{2k-3}{k} = 1 \end{cases}, \text{ 解得 } k = 3, \therefore b = -3,$$

$\therefore$  一次函数解析式为:  $y = 3x - 3$

(3) 依题意有:  $y = x^2 + (3 - mt)x - 3mt$ ,

$$\therefore x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = mt - 3, \quad x_1 x_2 = -3mt$$

$\therefore m^2 - 4 \neq 0$ ,  $\therefore$  要全体实数为该函数的正能量区间, 即有

$$\begin{cases} m^2 - 4 > 0 \\ \Delta = (6m - 4n)^2 - 4(m^2 - 4)(9 - n^2) \leq 0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} m^2 > 4 \\ (mn - 6)^2 \leq 0 \end{cases}$$

又  $m, n$  为正整数, 且  $m \neq 2$ ,  $\therefore \begin{cases} m > 2 \\ mn = 6 \end{cases}$

$$\therefore \begin{cases} m = 3 \\ n = 2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} m = 6 \\ n = 1 \end{cases}$$

26、(1) 令  $y=0$ ，即  $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}(b+1)x + \frac{b}{4} = 0$

化简得： $x^2 - (b+1)x + b = 0$ ，

解得： $x=1$  或  $x=b$

$\because b$  是实数且  $b > 2$ ，点  $A$  位于点  $B$  的左侧，

$\therefore$  点  $B$  的坐标为  $(b, 0)$

令  $x=0$  代入函数式，解得： $y = \frac{b}{4}$ ，

$\therefore$  点  $C$  的坐标为  $(0, \frac{b}{4})$

(2) 设点  $P$  的坐标  $(x, y)$

过  $P$  作  $PD \perp x$  轴于  $D$ ，作  $PE \perp y$  轴于  $E$ ，则  $PE = x$ ， $PD = y$

在  $\triangle PEC$  和  $\triangle PDB$  中：
$$\begin{cases} \angle EPC = \angle DBP \\ \angle PEC = \angle PDB, \\ PC = PB \end{cases}$$

$\therefore \triangle PEC \cong \triangle PDB$  (AAS)

$\therefore PE = PD$ ，即  $x = y$

$\therefore$  直线  $OP$  的解析式为： $y = x$

(3) 存在这样的点  $Q$ ，使得  $\triangle QCO$ ， $\triangle QOA$ ， $\triangle QAB$  两两相似。

假设点  $Q$  存在，

$\because \angle QAB = \angle AOQ + \angle AQO$ ，所以  $\angle QAB > \angle AOQ$ ， $\angle QAB > \angle AQO$

$\therefore$  要使  $\triangle QOA$  与  $\triangle QAB$  相似，只能  $\angle QAO = \angle BAQ = 90^\circ$ ，即  $QA \perp x$  轴

$\because b > 2$ ， $\therefore AB > OA$ ，

$\therefore \angle QOA > \angle ABQ$ ，只能  $\angle AOQ = \angle AQB$

此时  $\angle OQB = 90^\circ$ ，由  $QA \perp x$  轴知  $QA \parallel y$  轴，

$\therefore \angle COQ = \angle OQA$

$\therefore$  要使  $\triangle QOA$  与  $\triangle OQC$  相似，只能  $\angle QCO = 90^\circ$  或  $\angle OQC = 90^\circ$

(I) 当  $\angle QCO = 90^\circ$  时,  $\triangle CQO \cong \triangle AOQ$ ,

$$\therefore AQ = CO = \frac{b}{4}$$

由  $AQ^2 = OA \cdot OB$ , 得:  $\left(\frac{b}{4}\right)^2 = b - 1$ , 解得:  $b = 8 \pm 4\sqrt{3}$

$$\because b > 2, \therefore b = 8 + 4\sqrt{3},$$

$$\therefore \text{点 } Q \text{ 的坐标是 } (1, 2 + \sqrt{3})$$

(II) 当  $\angle OQC = 90^\circ$  时,  $\triangle CQO \sim \triangle OAQ$ ,

$$\therefore \frac{OQ}{CO} = \frac{AQ}{QO}, \text{ 即 } OQ^2 = OC \cdot AQ, \text{ 又 } OQ^2 = OA \cdot OB$$

$$\therefore OC \cdot AQ = OA \cdot OB, \text{ 即 } \frac{b}{4} \cdot AQ = 1 \times b$$

解得:  $AQ = 4$ , 此时  $b = 17 > 2$ , 符合题意

$$\therefore \text{点 } Q \text{ 的坐标是 } (1, 4)$$

综上, 存在点  $Q(1, 2 + \sqrt{3})$  或  $Q(1, 4)$ , 使得  $\triangle QCO$ ,  $\triangle QOA$ ,  $\triangle QAB$  中的任意两个三角形均相似.