

# 黑龙江省齐齐哈尔市2021年中考数学模拟试卷

## 一、选择题（每小题3分，满分30分）

1.  $-4$  的绝对值是 ( )

- A.  $-4$       B.  $4$       C.  $-\frac{1}{4}$       D.  $\frac{1}{4}$

2. 下列无人机矢量图标图片中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是 ( )



3. 计算  $2x^2 \cdot (-3x^3)$  的结果是 ( )

- A.  $-6x^5$       B.  $6x^5$       C.  $-6x^6$       D.  $6x^6$

4. 若反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象经过点  $(5, -1)$ ，则实数  $k$  的值是 ( )

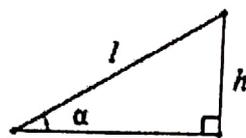
- A.  $-\frac{1}{5}$       B.  $\frac{1}{5}$       C.  $5$       D.  $-5$

5. 在“庆祝建党 100 周年的红歌传唱活动”比赛中，七位评委给某参赛队打的分数为：92、86、88、87、92、94、86，则去掉一个最高分和一个最低分后，所剩五个分数的平均数和中位数是 ( )

- A. 89, 92      B. 87, 88      C. 89, 88      D. 88, 92

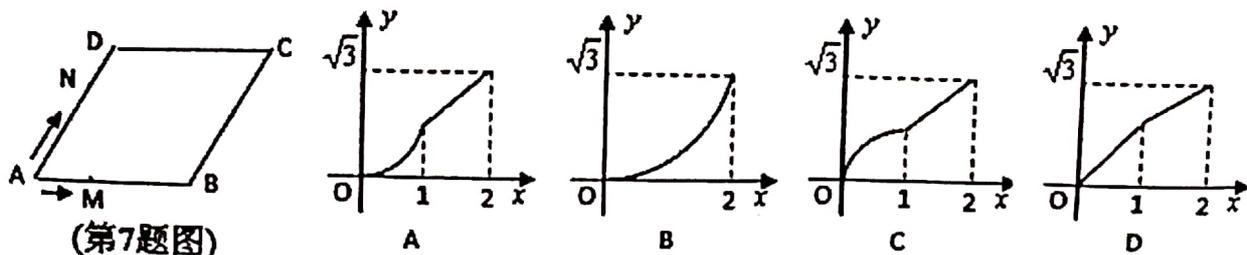
6. 如图，某游乐场一山顶滑梯的高为  $h$ ，滑梯的坡角为  $\alpha$ ，那么滑梯长  $l$  为 ( )

- A.  $h \cdot \sin \alpha$       B.  $\frac{h}{\tan \alpha}$       C.  $\frac{h}{\cos \alpha}$       D.  $\frac{h}{\sin \alpha}$



(第6题图)

7. 如图，已知菱形  $ABCD$  的边长为  $2\text{ cm}$ ， $\angle A = 60^\circ$ ，点  $M$  从点  $A$  出发，以  $1\text{ cm/s}$  的速度向点  $B$  运动，点  $N$  从点  $A$  同时出发，以  $2\text{ cm/s}$  的速度经过点  $D$  向点  $C$  运动，当其中一个动点到达端点时，另一个动点也随之停止运动。则  $\triangle AMN$  的面积



(第7题图)



$y(\text{cm}^2)$  与点 M 运动的时间  $x(\text{s})$  的函数的图像大致是

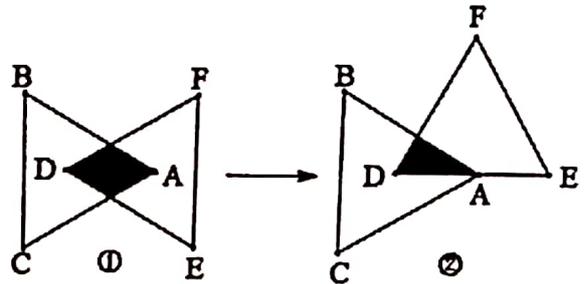
( )

8. 商品原价 289 元, 经连续两次降价后售价为 256 元, 设平均每降价的百分率为  $x$ , 则下面所列方程正确的是

( )

- A.  $289(1-x)^2 = 256$       B.  $256(1-x)^2 = 289$   
 C.  $289(1-2x) = 256$       D.  $256(1-2x) = 289$

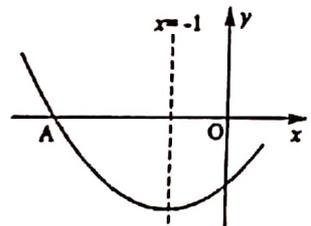
9. 如图①, 有两全等的正三角形 ABC、DEF, 且 D 为  $\triangle ABC$  三条角平分线的交点, 点 A 为  $\triangle DEF$  三条角平分线的交点. 如果固定 D 点, 将  $\triangle DEF$  逆时针旋转, 使得点 A 落在 DE 边上 (如图②所示), 那么图①与图②中, 两个三角形重叠部分的面积比为



(第9题图)

- A. 5:4      B. 4:3      C. 3:2      D. 2:1

10. 如图是二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  图象的一部分, 其对称轴为直线  $x = -1$ , 且过点  $(-3, 0)$ . 下列说法: ①  $abc < 0$ ; ②  $b = -2a$ ; ③  $4b + c > 0$  ④若  $(-5, y_1)$ ,  $(2, y_2)$  是抛物线上的两点, 则  $y_1 > y_2$ . 其中正确的个数为 ( )



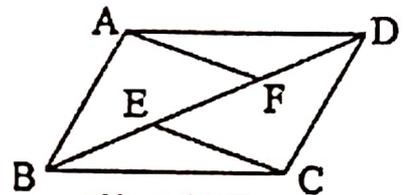
(第10题图)

- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

二、填空题 (每小题 3 分, 满分 21 分)

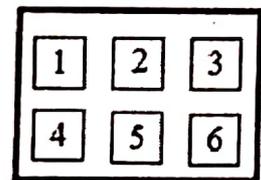
11. 废旧电池对环境的危害十分巨大, 一粒纽扣电池能污染 600 立方米的水 (相当于一个人一生的饮水量). 某班有 50 名学生, 如果每名学生一年丢弃一粒纽扣电池, 且都没有被回收, 那么被该班学生一年丢弃的纽扣电池能污染的水用科学计数法表示为\_\_\_\_\_立方米.

12. 如图所示, 在  $\square ABCD$  中, E、F 是对角线 BD 上的两点, 要使  $\triangle ADF \cong \triangle CBE$ , 还需添加一个条件为\_\_\_\_\_ (只需添加一个即可)



(第12题图)

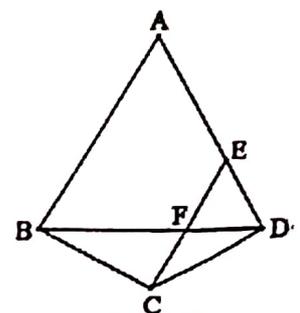
13. 如图, 每一个标有数字的方块均是可以翻动的木牌, 其中只有两块木牌的背面贴有中奖标志, 则随机翻动一块木牌中奖的概率为\_\_\_\_\_.



(第13题图)

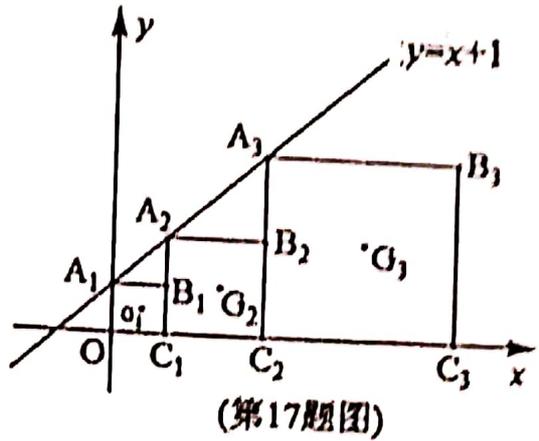
14. 当  $m =$ \_\_\_\_\_ 时, 关于  $x$  的分式方程  $\frac{2}{x-2} + \frac{mx}{x^2-4} = \frac{3}{x+2}$  无解.

15. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC = 5\text{cm}$ ,  $BC = 8\text{cm}$ , D 为 BC 的中点, 动点 P 从 B 点出发, 以每秒 1 cm 的速度沿  $B \rightarrow A \rightarrow C$  的方向运动. 设运动时间为  $t$ , 如果过 D、P 两点的直线将  $\triangle ABC$  的面积分成两个部分, 使其中一部分是另一部分的 2 倍, 那么  $t =$ \_\_\_\_\_ 秒.



16. 如图, 四边形 ABCD 中,  $AB = AD = 4$ ,  $BC = CD = \frac{4}{3}\sqrt{3}$ , 点 E 是 AD 边上一点,  $CE \parallel AB$ , 连接 BD、CE 交于点 F, 若  $\angle ABD = 60^\circ$ , 则线段 AE 的长为\_\_\_\_\_.

17. 如图, 在平面直角坐标系中, 点  $A_1, A_2, A_3, \dots$  在直线  $y = x + 1$  上, 以  $OA_1$  为边作第一个正方形  $OA_1B_1C_1$ , 使点  $C_1$  在  $x$  轴的正半轴上, 得到正方形  $OA_1B_1C_1$  的对角线的交点  $G_1$ ; 以  $C_1A_2$  为边作第二个正方形  $C_1A_2B_2C_2$ , 使点  $C_2$  在  $x$  轴的正半轴上, 得到正方形  $C_1A_2B_2C_2$  的对角线的交点  $G_2$ ; ... 依次作下去, 则第  $n$  个正方形  $C_{n-1}A_nB_nC_n$  的对角线的交点  $G_n$  的坐标是\_\_\_\_\_.



三、解答题 (本题共 7 道大题, 共 69 分)

18. (第 1 小题 6 分, 第 2 小题 4 分, 共 10 分)

(1) 计算:  $|-1| - \frac{1}{2}\sqrt{8} - (5-\pi)^0 + 4\cos 45^\circ$

(2) 分解因式:  $9x^3 - 6x^2 + x$

19. (本题 5 分)

解方程:  $x(x+8) = -6$

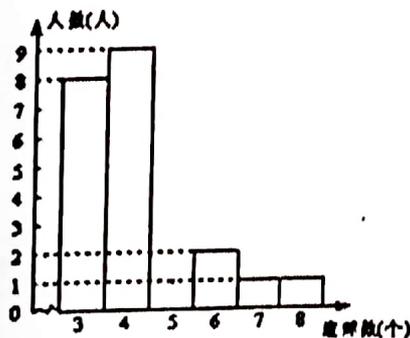
20. (本题 8 分)

某班同学积极响应“阳光体育工程”的号召, 利用课外活动时间积极参加体育锻炼, 每位同学从长跑、篮球、铅球、立定跳远中选一项进行训练, 训练前后都进行了测试. 现将项目选择情况及训练后篮球定时定点投篮测试成绩整理后作出如下统计图表.

项目选择情况统计图:



训练前篮球定时定点投篮测试进球数统计图:



训练后篮球定时定点投篮测试进球数统计表:

进球数(个)	8	7	6	5	4	3
人数	2	1	4	7	8	2

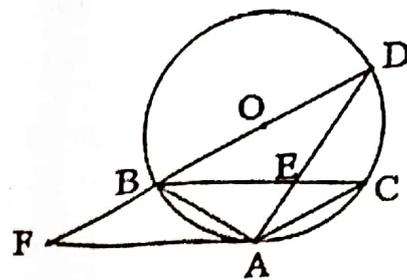
请你根据图表中的信息回答下列问题:

- 选择长跑训练的人数占全班人数的百分比是\_\_\_\_\_, 该班共有同学\_\_\_\_\_人;
- 补全“训练前篮球定时定点投篮测试进球数统计图”;
- 训练后篮球定时定点投篮人均进球数\_\_\_\_\_.



21. (本题 10 分)

如图,  $BD$  为  $\odot O$  的直径,  $AB=AC$ ,  $AD$  交  $BC$  于点  $E$ ,  $AE=2$ ,  $ED=4$ .

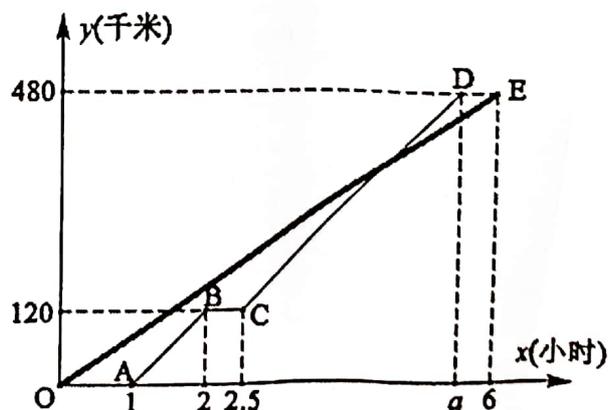


- (1) 求  $AB$  的长;
- (2) 延长  $DB$  到  $F$ , 使得  $BF=BO$ , 连接  $FA$ , 试判断直线  $FA$  与  $\odot O$  的位置关系, 并说明理由.

22. (本题 10 分)

甲、乙两地相距 480km, 一辆货车和一辆轿车先后从甲地出发驶向乙地 (两车速度均保持不变). 如图, 折线  $ABCD$  表示轿车离甲地的距离  $y$  (千米) 与时间  $x$  (小时) 之间的函数关系, 线段  $OE$  表示货车离甲地的距离  $y$  (千米) 与时间  $x$  (小时) 之间的函数关系, 请你根据图象信息, 解答下列问题:

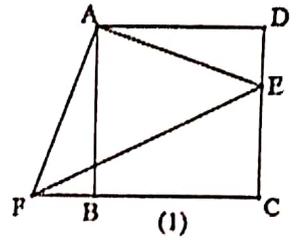
- (1) 线段  $BC$  表示轿车在途中停留了 \_\_\_\_\_ 小时,  $a =$  \_\_\_\_\_;
- (2) 求线段  $CD$  对应的函数解析式;
- (3) 轿车从甲地出发后经过多长时间追上货车?
- (4) 请你直接写出两车何时相距 30 千米 (两车均在行驶)? 答: \_\_\_\_\_.



23.综合与实践(本题 12 分)

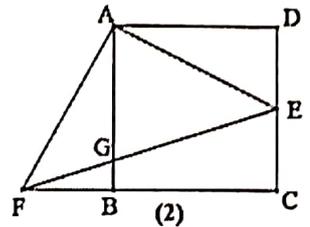
动手实践：一次数学兴趣活动，张老师将等腰  $Rt\triangle AEF$  的直角顶点  $A$  与正方形  $ABCD$  的顶点  $A$  重合 ( $AE > AD$ )，按如图 (1) 所示重叠在一起，使点  $E$  在  $CD$  边上，连接  $BF$ 。

则可证： $\triangle ADE \cong \triangle$  \_\_\_\_\_， \_\_\_\_\_ 三点共线；

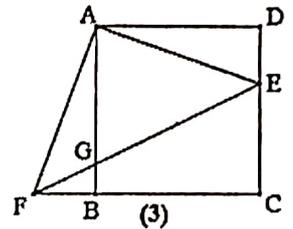


发现问题：(1) 如图 (2)，已知正方形  $ABCD$ ， $E$  为  $DC$  边上一动点， $DC = nDE$ ， $AF \perp AE$  交  $CB$  的延长线于  $F$ ，连结  $EF$  交  $AB$  于点  $G$ 。

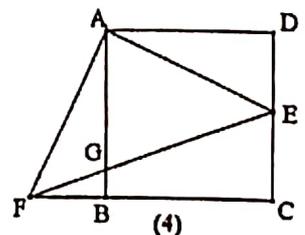
若  $n=2$ ，则  $\frac{AG}{BG} =$  \_\_\_\_\_，  $\frac{S_{\triangle AGE}}{S_{\triangle BGF}} =$  \_\_\_\_\_；



尝试探究：(2) 如图 (3)，在 (1) 的条件下，若  $n=3$ ，求证： $AG=5GB$ ；



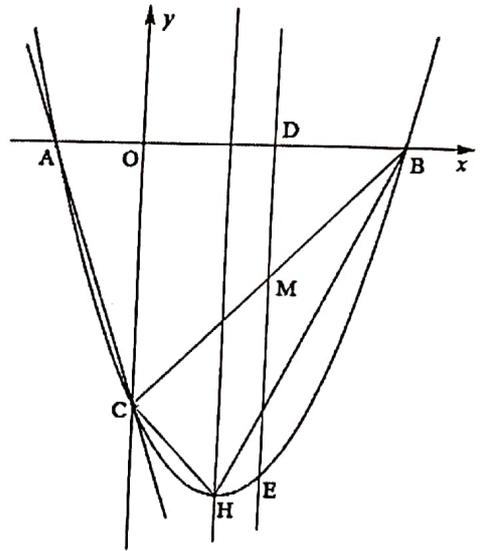
拓展延伸：(3) 如图 (4)，在 (1) 的条件下，当  $n =$  \_\_\_\_\_ 时， $AG$  为  $GB$  的 6 倍 (直接写结果，不要求证明)。



24.综合与探究 (本题 14 分)

如图, 在平面直角坐标系中, 直线  $y = -3x - 3$  与  $x$  轴交于点 A, 与  $y$  轴交于点 C. 抛物线  $y = x^2 + bx + c$  经过 A、C 两点, 且与  $x$  轴交于另一点 B(点 B 在点 A 右侧).

- (1) 求抛物线的解析式及点 B 坐标;
- (2) 设该抛物线的顶点为点 H, 则  $S_{\triangle BCH} =$  \_\_\_\_\_;
- (3) 若点 M 是线段 BC 上一动点, 过点 M 的直线 ED 平行  $y$  轴交  $x$  轴于点 D, 交抛物线于点 E. 求 ME 长的最大值及点 M 的坐标;
- (4) 在 (3) 的条件下: 当 ME 取得最大值时, 在  $x$  轴上是否存在这样的点 P, 使得以点 M、点 B、点 P 为顶点的三角形是等腰三角形? 若存在, 请直接写出所有点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



# 参考答案

## 一、选择题 (每小题 3 分, 满分 30 分)

1.B 2.C 3.A 4.D 5.C 6.D 7.A 8.A 9.B 10.C

## 二、填空题 (每小题 3 分, 满分 21 分)

11.  $3 \times 10^4$  12. DF=BE 或 DE=BF 或  $\angle DAF = \angle BCE$  或 AF//CE 等

13.  $\frac{1}{3}$  14. 6 或 -4 或 1 15.  $\frac{10}{3}$  或  $\frac{20}{3}$  16.  $\frac{8}{3}$

17.  $(3 \times 2^{n-2} - 1, 2^{n-2})$

## 三、解答题 (本题共 8 道大题, 共 69 分) (部分试题解法不唯一, 酌情给分)

18. (本题满分 10 分, 第 1 小题 6 分, 第 2 小题 4 分)

$$\begin{aligned} (1) \quad & |-1| - \frac{1}{2}\sqrt{8} - (5-\pi)^0 + 4\cos 45^\circ \\ & = 1 - \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} - 1 + 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{----- 每个式子计算正确各 1 分, 共 4 分} \\ & = \sqrt{2} \quad \text{----- 2 分} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & 9x^3 - 6x^2 + x = x(9x^2 - 6x + 1) \quad \text{----- 2 分} \\ & = x(3x-1)^2 \quad \text{----- 2 分} \end{aligned}$$

19. (本题满分 5 分)

$$x^2 + 8x + 6 = 0 \quad \text{----- 3 分}$$

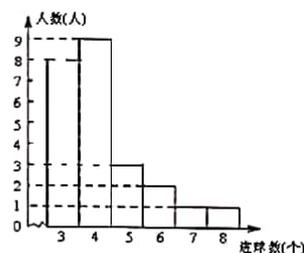
$$x_1 = -4 + \sqrt{10}, x_2 = -4 - \sqrt{10} \quad \text{----- 2 分}$$

20. (本题满分 8 分)

答案: (1) 10%, 40 ----- 4 分

(2) 如图, ----- 2 分

(3) 5 ----- 2 分



21. (1) 解:  $\because AB=AC, \therefore \angle ABC = \angle C$

$\because \angle C = \angle D, \therefore \angle ABC = \angle D, \text{----- 1 分}$

又  $\because \angle BAE = \angle EAB, \therefore \triangle ABE \sim \triangle ADB \text{----- 1 分} \quad \therefore \frac{AB}{AD} = \frac{AE}{AB} \text{----- 1 分}$

$\therefore AB^2 = AD \cdot AE = (AE + ED) \cdot AE = (2 + 4) \times 2 = 12. \therefore AB = 2\sqrt{3} \text{----- 2 分}$

(2) 直线 FA 与  $\odot O$  相切 ----- 1 分

理由如下: 连接 OA,  $\because BD$  为  $\odot O$  的直径,  $\therefore \angle BAD = 90^\circ,$

$$\therefore BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{12 + (2 + 4)^2} = 4\sqrt{3} \quad \text{----- 1 分}$$



$BF=BO=\frac{1}{2}BD=2\sqrt{3}$ ,  $\therefore AB=2\sqrt{3}$ ,  $\therefore BF=BO=AB$ , 可证  $\angle OAF=90^\circ$ -----2分

$\therefore OA \perp FA$ , 又  $\because OA$  为  $\odot O$  半径  $\therefore$  直线  $FA$  与  $\odot O$  相切 -----2分

22. (1) 0.5, 5.5 -----2分

(2) 设  $CD$  的解析式为  $y=kx+b$ , 过  $C(2.5, 120)$ 、 $D(5.5, 480)$  两点,

$\therefore \begin{cases} 120=2.5k+b \\ 480=5.5k+b \end{cases}$ , 解得  $\begin{cases} k=120 \\ b=-180 \end{cases}$ , -----2分

$\therefore CD$  的解析式为  $y=120x-180$  ( $2.5 \leq x \leq 5.5$ ) -----2分

(3)  $80x=120x-180$ ,  $x=4.5$ ,  $4.5-1=3.5$

$\therefore$  轿车从甲地出发后 3.5 小时追上货车 -----2分

(4)  $3\frac{3}{4}$  小时,  $5\frac{1}{4}$  小时 -----2分

23. 综合与实践 (本题满分 12 分)

动手实践:  $ABF$ ,  $F$ 、 $B$ 、 $C$  -----2分 (1) 5, 10 -----2分

(2) 证明: 设  $DE=BF=x$ , 则  $DC=3x$ ,  $EC=2x$  -----1分

$\because$  正方形  $ABCD$  中,  $AB \parallel DC$   $\therefore \triangle FGB \sim \triangle FEC$ , -----1分

$\therefore \frac{GB}{EC} = \frac{FB}{FC} \therefore \frac{GB}{2x} = \frac{x}{4x} \therefore GB = \frac{1}{2}x \therefore GA = 3x - \frac{1}{2}x = \frac{5}{2}x \therefore \frac{AG}{GB} = \frac{\frac{5}{2}x}{\frac{1}{2}x} = 5$  -----3分

即  $AG=5GB$  -----1分

(3)  $3 \pm \sqrt{2}$  -----2分

24. 综合与探究 (本题满分 14 分)

解: (1) 当  $y=0$  时,  $-3x-3=0$   $x=-1$   $\therefore A(-1, 0)$

当  $x=0$  时,  $y=-3$   $\therefore C(0, -3)$  -----1分

$\therefore \begin{cases} 1-b+c=0 \\ c=-3 \end{cases} \therefore \begin{cases} b=-2 \\ c=-3 \end{cases}$  抛物线的解析式是:  $y=x^2-2x-3$  -----2分

当  $y=0$  时,  $x^2-2x-3=0$  解得:  $x_1=-1$   $x_2=3$   $\therefore B(3, 0)$  -----1分

(2) 3 -----2分

(3) 由 (1) 知  $B(3, 0)$ ,  $C(0, -3)$  直线  $BC$  的解析式是:  $y=x-3$  -----1分

设  $M(t, t-3)$  ( $0 \leq t \leq 3$ ), 则  $E(t, t^2-2t-3)$   $\therefore ME=(t-3)-(t^2-2t-3)=-t^2+3t=-(t-\frac{3}{2})^2+\frac{9}{4}$

当  $t=\frac{3}{2}$  时,  $ME$  的最大值  $=\frac{9}{4}$  -----2分

$\therefore$  点  $M$  的坐标为  $M(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$  -----1分

(4) 存在,  $P_1(0, 0)$ ;  $P_2(3-\frac{3}{2}\sqrt{2}, 0)$ ;  $P_3(3+\frac{3}{2}\sqrt{2}, 0)$ ;  $P_4(\frac{3}{2}, 0)$  -----4分

