

菏泽市二〇二一年初中学业水平考试(中考)

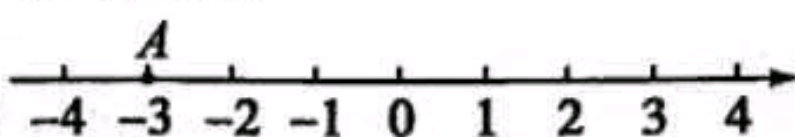
数学试题

注意事项:

1. 本试题共 24 个题, 满分 120 分, 考试时间 120 分钟.
2. 请把答案写在答题卡上, 选择题用 2B 铅笔填涂, 非选择题用 0.5 毫米黑色签字笔书写在答题卡的指定区域内, 写在其他区域不得分.

一、选择题(本大题共 8 个小题, 每小题 3 分, 共 24 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一个选项是正确的, 请把正确选项的序号涂在答题卡的相应位置.)

1. 如图, 数轴上点 A 所表示的数的倒数为



- A. -3 B. 3 C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

2. 下列等式成立的是

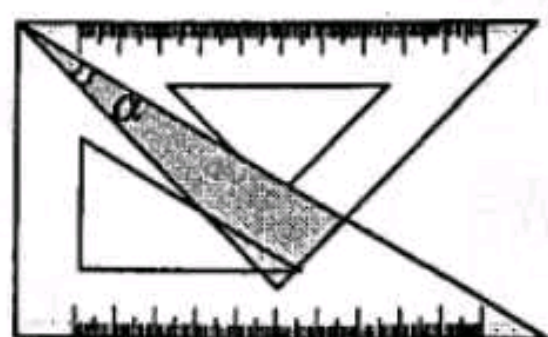
- A. $a^3 + a^3 = a^6$ B. $a \cdot a^3 = a^3$ C. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$ D. $(-2a^3)^2 = 4a^6$

3. 如果不等式组 $\begin{cases} x+5 < 4x-1 \\ x > m \end{cases}$ 的解集为 $x > 2$, 那么 m 的取值范围是

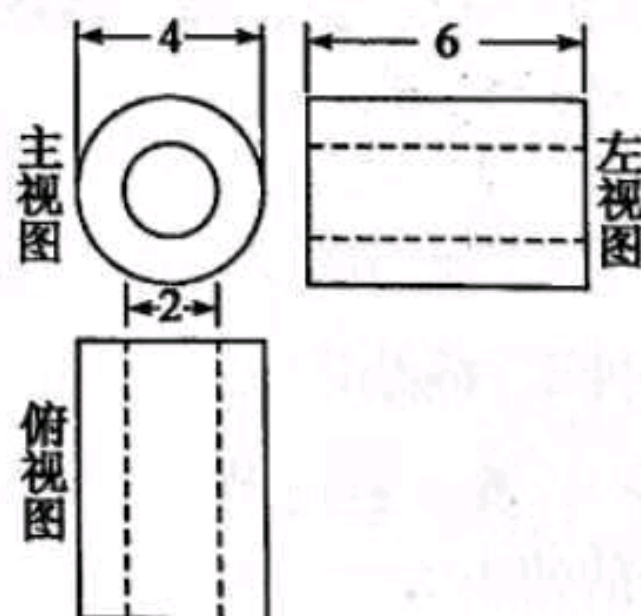
- A. $m \leq 2$ B. $m \geq 2$ C. $m > 2$ D. $m < 2$

4. 一副三角板按如图方式放置, 含 45° 角的三角板的斜边与含 30° 角的三角板的长直角边平行, 则 $\angle \alpha$ 的度数是

- A. 10° B. 15° C. 20° D. 25°



(第4题图)



(第5题图)

5. 如图是一个几何体的三视图, 根据图中标数据计算这个几何体的体积为

- A. 12π B. 18π C. 24π D. 30π

6. 在 2021 年初中毕业生体育测试中, 某校随机抽取了 10 名男生的引体向上成绩, 将这组数据整理后制成如下统计表:

成绩(次)	12	11	10	9
人数(名)	1	3	4	2

关于这组数据的结论不正确的是

- A. 中位数是 10.5 B. 平均数是 10.3 C. 众数是 10 D. 方差是 0.81

7. 关于 x 的方程 $(k-1)^2 x^2 + (2k+1)x + 1 = 0$ 有实数根, 则 k 的取值范围是

- A. $k > \frac{1}{4}$ 且 $k \neq 1$ B. $k \geq \frac{1}{4}$ 且 $k \neq 1$ C. $k > \frac{1}{4}$ D. $k \geq \frac{1}{4}$

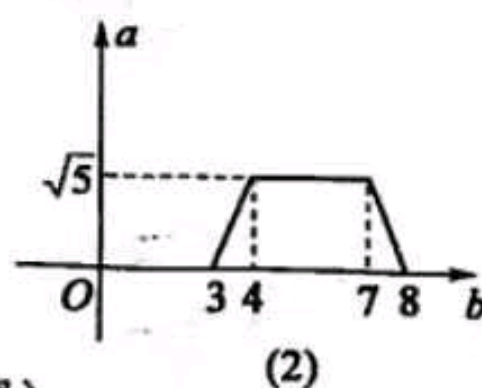
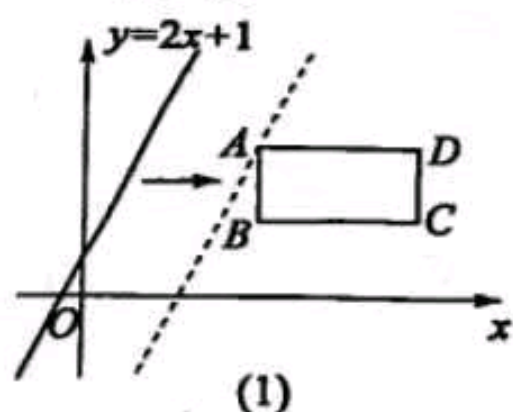
8. 如图(1),在平面直角坐标系中,矩形 $ABCD$ 在第一象限,且 $BC \parallel x$ 轴,直线 $y=2x+1$ 沿 x 轴正方向平移,在平移过程中,直线被矩形 $ABCD$ 截得的线段长为 a ,直线在 x 轴上平移的距离为 b , a 、 b 间的函数关系图象如图(2)所示,那么矩形 $ABCD$ 的面积为

A. $\sqrt{5}$

B. $2\sqrt{5}$

C. 8

D. 10



(第8题图)

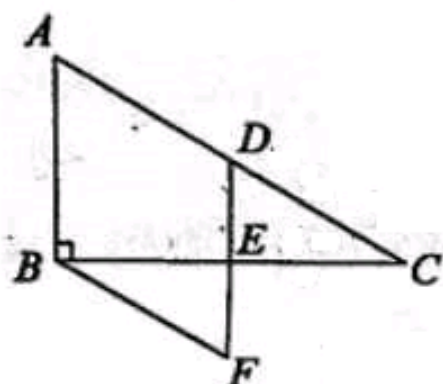
二、填空题(本大题共 6 个小题,每小题 3 分,共 18 分,只要求把最后结果填写在答题卡的相应区域内)

9. 2021 年 5 月 11 日,国家统计局、国务院第七次全国人口普查领导小组办公室对外发布:截至 2020 年 11 月 1 日零时,全国人口共约 1 410 000 000 人.数据 1 410.000.000 用科学记数法表示为_____.

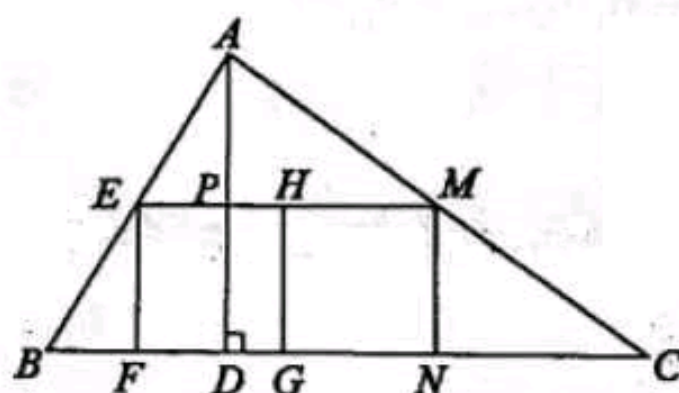
10. 因式分解: $-a^3+2a^2-a=$ _____.

$$-a(a^2-2a+1) = -a(a-1)^2$$

11. 如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=30^\circ$, D 、 E 分别为 AC 、 BC 的中点, $DE=2$,过点 B 作 $BF \parallel AC$,交 DE 的延长线于点 F ,则四边形 $ABFD$ 的面积为_____.



(第11题图)

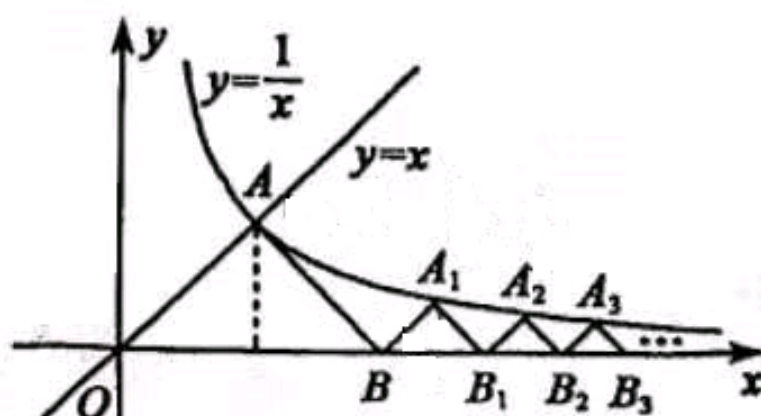


(第12题图)

12. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$,垂足为 D , $AD=5$, $BC=10$,四边形 $EFGH$ 和四边形 $HGNM$ 均为正方形,且点 E 、 F 、 G 、 N 、 M 都在 $\triangle ABC$ 的边上,那么 $\triangle AEM$ 与四边形 $BCME$ 的面积比为_____.

13. 定义: $[a, b, c]$ 为二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的特征数,下面给出特征数为 $[m, 1-m, 2-m]$ 的二次函数的一些结论:①当 $m=1$ 时,函数图象的对称轴是 y 轴;②当 $m=2$ 时,函数图象过原点;③当 $m>0$ 时,函数有最小值;④如果 $m<0$,当 $x>\frac{1}{2}$ 时, y 随 x 的增大而减小. 其中所有正确结论的序号是_____.

14. 如图,一次函数 $y=x$ 与反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ ($x>0$) 的图象交于点 A ,过点 A 作 $AB \perp OA$,交 x 轴于点 B ;作 $BA_1 \parallel OA$,交反比例函数图象于点 A_1 ;过点 A_1 作 $A_1B_1 \perp A_1B$ 交 x 轴于点 B_1 ;再作 $B_1A_2 \parallel BA_1$,交反比例函数图象于点 A_2 ,依次进行下去……,则点 A_{2021} 的横坐标为_____.



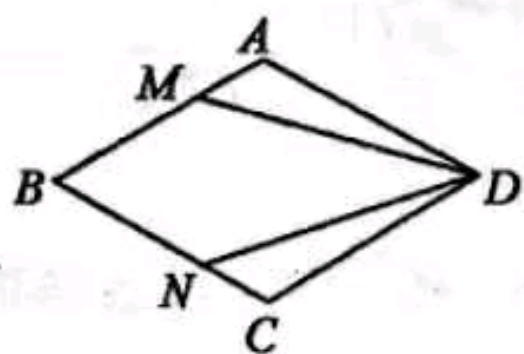
(第14题图)

三、解答题(本题共 78 分,把解答或证明过程写在答题卡的相应区域内)

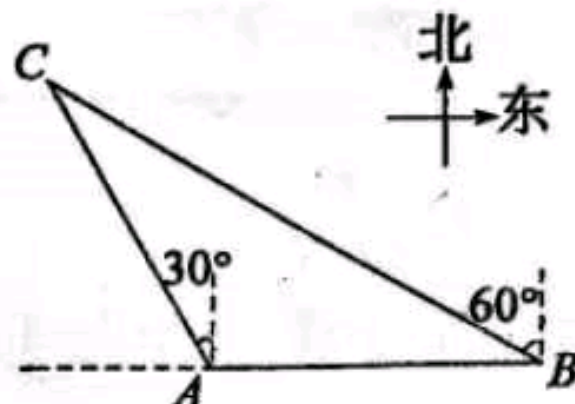
15. (本题满分 6 分)计算: $(2021-\pi)^0 - |3-\sqrt{12}| + 4\cos 30^\circ - \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$.

16. (本题满分 6 分)先化简,再求值: $1 + \frac{m-n}{m-2n} \div \frac{n^2-m^2}{m^2-4mn+4n^2}$, 其中 m, n 满足 $\frac{m}{3} = -\frac{n}{2}$.

17. (本题满分 6 分)如图,在菱形 $ABCD$ 中,点 M, N 分别在 AB, CB 上,且 $\angle ADM = \angle CDN$, 求证: $BM = BN$.



(第17题图)



(第18题图)

18. (本题满分 6 分)某天,北海舰队在中国南海例行训练,位于 A 处的济南舰突然发现北偏西 30° 方向上的 C 处有一可疑舰艇. 济南舰马上通知位于正东方向 200 海里 B 处的西安舰, 西安舰测得 C 处位于其北偏西 60° 方向上. 请问此时两舰距 C 处的距离分别是多少?

19. (本题满分 7 分)列方程(组)解应用题

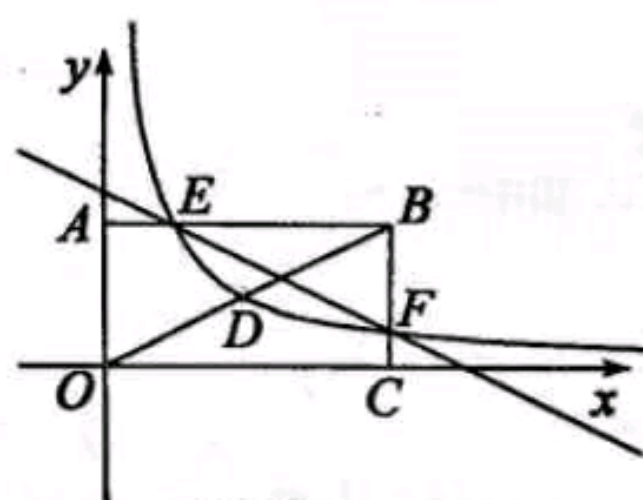
端午节期间,某水果超市调查某种水果的销售情况. 下面是调查员的对话:

小王:该水果的进价是每千克 22 元;

小李:当销售价为每千克 38 元时,每天可售出 160 千克;若每千克降低 3 元,每天的销售量将增加 120 千克.

根据他们的对话,解决下面所给问题:超市每天要获得销售利润 3640 元,又要尽可能让顾客得到实惠,求这种水果的销售价为每千克多少元?

20. (本题满分 7 分)如图,在平面直角坐标系中,矩形 $OABC$ 的两边 OC, OA 分别在坐标轴上,且 $OA=2, OC=4$, 连接 OB . 反比例函数 $y = \frac{k_1}{x} (x > 0)$ 的图象经过线段 OB 的中点 D , 并与 AB, BC 分别交于点 E, F . 一次函数 $y = k_2x + b$ 的图象经过 E, F 两点.

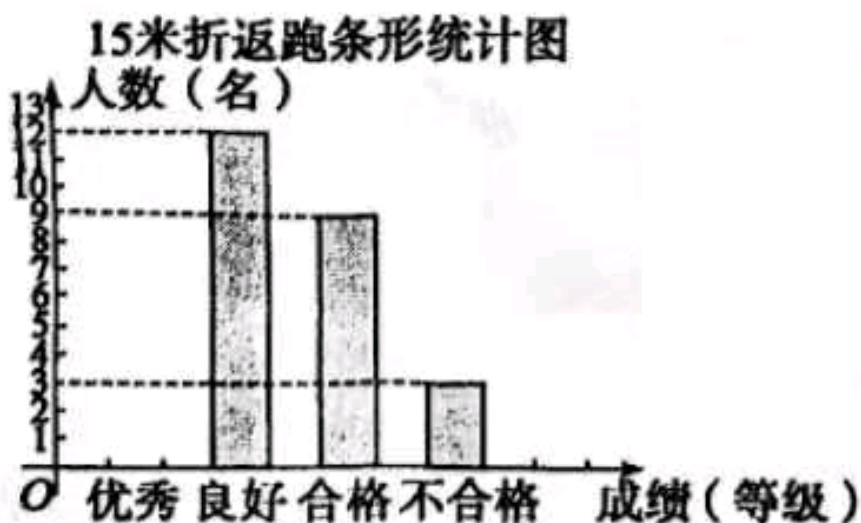


(第20题图)

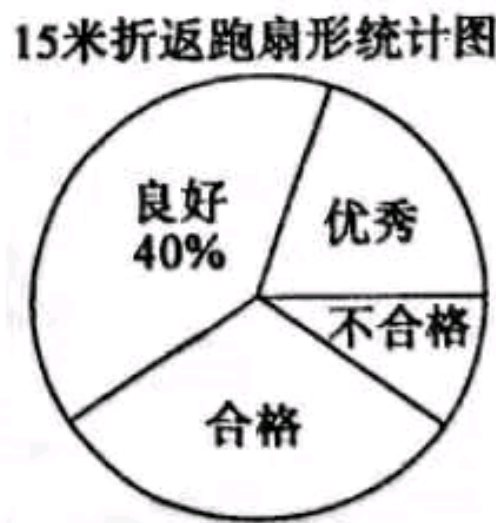
(1)分别求出一一次函数和反比例函数的表达式;

(2)点 P 是 x 轴上一动点,当 $PE + PF$ 的值最小时,点 P 的坐标为_____.

21. (本题满分 10 分)2021 年 5 月,菏泽市某中学对初二学生进行了国家义务教育质量检测,随机抽取了部分参加 15 米折返跑学生的成绩. 学生成绩划分为优秀、良好、合格与不合格四个等级,学校绘制了如下不完整的统计图. 根据图中提供的信息解答下列问题:



(第21题图)

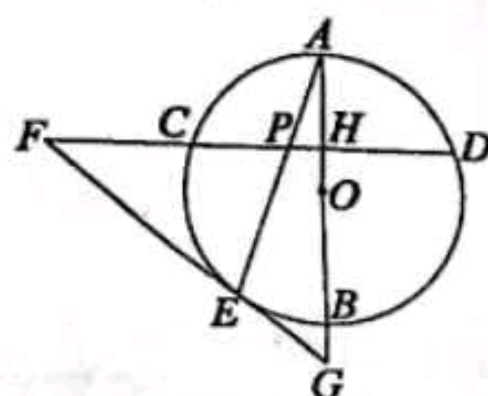


(1)请把条形统计图补充完整;

(2)合格等级所占百分比为____%;不合格等级所对应的扇形圆心角为____度;

(3)从所抽取的优秀等级的学生 A、B、C……中,随机选取两人去参加即将举办的学校运动会,请利用列表或画树状图的方法,求出恰好抽到 A、B 两位同学的概率.

22. (本题满分 10 分)如图,在 $\odot O$ 中, AB 是直径,弦 $CD \perp AB$,垂足为 H, E 为 \widehat{BC} 上一点, F 为弦 DC 延长线上一点,连接 FE 并延长交直径 AB 的延长线于点 G,连接 AE 交 CD 于点 P,若 $FE=FP$.



(第22题图)

(1)求证: FE 是 $\odot O$ 的切线;

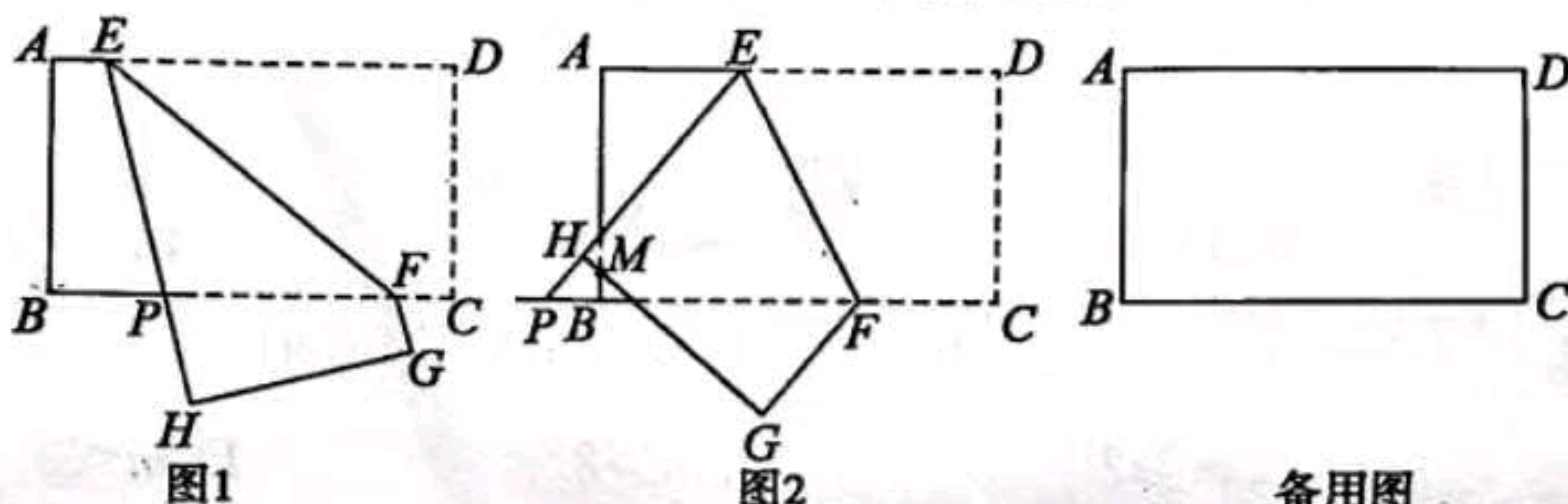
(2)若 $\odot O$ 的半径为 8, $\sin F = \frac{3}{5}$, 求 BG 的长.

23. (本题满分 10 分)在矩形 ABCD 中, $BC = \sqrt{3}CD$, 点 E、F 分别是边 AD、BC 上的动点, 且 $AE = CF$, 连接 EF, 将矩形 ABCD 沿 EF 折叠, 点 C 落在点 G 处, 点 D 落在点 H 处.

(1)如图 1, 当 EH 与线段 BC 交于点 P 时, 求证: $PE = PF$;

(2)如图 2, 当点 P 在线段 CB 的延长线上时, GH 交 AB 于点 M, 求证: 点 M 在线段 EF 的垂直平分线上;

(3)当 $AB = 5$ 时, 在点 E 由点 A 移动到 AD 中点的过程中, 计算出点 G 运动的路线长.



(第23题图)

备用图

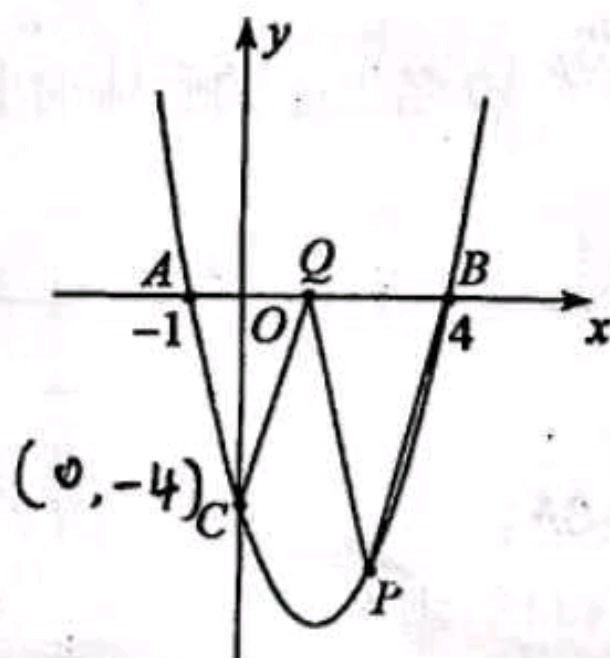
24. (本题满分 10 分)如图, 在平面直角坐标系中, 已知抛物线 $y = ax^2 + bx - 4$ 交 x 轴于 A(-1, 0)、B(4, 0) 两点, 交 y 轴于点 C.

(1)求该抛物线的表达式;

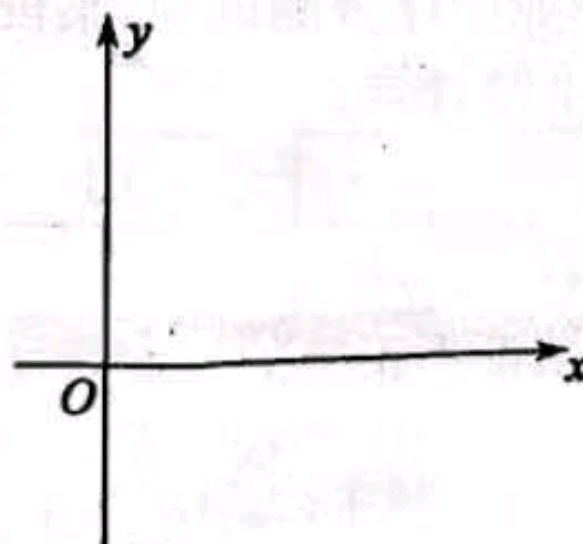
(2)点 P 为第四象限内抛物线上一点, 连接 PB, 过点 C 作 $CQ \parallel BP$ 交 x 轴于点 Q, 连接 PQ, 求 $\triangle PBQ$ 面积的最大值及此时点 P 的坐标;

(3)在(2)的条件下, 将抛物线 $y = ax^2 + bx - 4$ 向右平移经过点 $(\frac{1}{2}, 0)$ 时, 得到新抛物线 $y = a_1x^2 + b_1x + c_1$, 点 E 在新抛物线的对称轴上. 在坐标平面内是否存在一点 F, 使得以 A、P、E、F 为顶点的四边形为矩形, 若存在, 请直接写出点 F 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

参考: 若点 $P_1(x_1, y_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2)$, 则线段 P_1P_2 的中点 P_0 的坐标为 $(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$.



(第24题图)



备用图