

九年级 数学试题卷

(本卷共四个大题, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟)

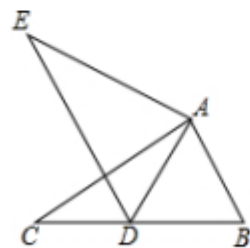
考生注意:

1. 试题的答案书写在答题卡上, 不得在试题卷上直接作答;
2. 答题前认真阅读答题卡上的注意事项;
3. 作图(包括作辅助线)请一律用黑色 2B 铅笔完成;
4. 考试结束, 由监考人员将试题卷和答题卡一并收回.

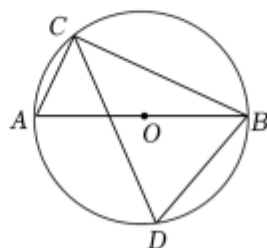
参考公式: 抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$, 对称轴为 $x = -\frac{b}{2a}$.

一、选择题:(本大题 10 个小题, 每小题 4 分, 共 40 分) 在每个小题的下面, 都给出了代号为 A, B, C, D 的四个答案, 其中只有一个是正确的, 请将答题卡上题号右侧正确答案所对应的方框涂黑。

1. 抛物线 $y = -(x - 6)^2 - 8$ 的顶点坐标是 ()
A. $(-6, -8)$ B. $(6, -8)$ C. $(-6, 8)$ D. $(6, 8)$
2. 小明在一个不透明的袋子中装入 4 个红球、2 个白球, 每个球除颜色外都相同, 他从中任意摸出 3 个球, 下列事件为必然事件的是 ()
A. 至少有 2 个球是白球 B. 至少有 1 个球是白球
C. 至少有 1 个球是红球 D. 至少有 2 个球是红球
3. 反比例函数 $y = -\frac{15}{x}$ 的图象一定经过的点是 ()
A. $(-5, 3)$ B. $(5, 3)$ C. $(1, 15)$ D. $(-1, -15)$
4. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 4, BC = 7$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 60° 得到 $\triangle ADE$, 此时点 B 的对应点 D 恰好落在 BC 边上, 则 CD 的长为 ()
A. 1.5 B. 2 C. 2.5 D. 3



4 题图



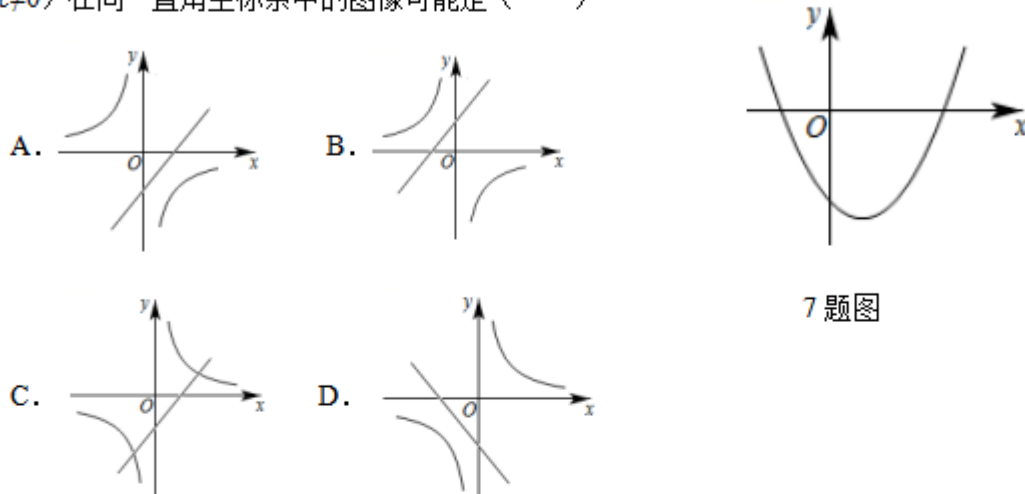
5 题图

5. 如图, C, D 是 $\odot O$ 上直径 AB 两侧的两点, 设 $\angle ABC = 32^\circ$, 则 $\angle BDC =$ ()
A. 64° B. 62° C. 60° D. 58°
6. 在一个口袋中有 5 个完全相同的小球, 它们的标号分别为 1, 2, 3, 4, 5, 同时

从中随机摸出两个小球，则摸出的两个小球的标号之和为 6 的概率是 ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{4}{25}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$

7. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图像如图所示，则一次函数 $y=ax+b$ 和反比例函数 $y = \frac{c}{x}$ ($c \neq 0$) 在同一直角坐标系中的图像可能是 ()



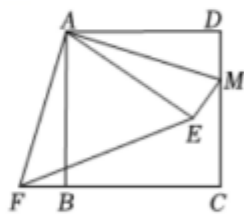
7 题图

8. 幼儿园的甲乙两个小朋友做“搬家”游戏，小朋友甲拿着木条进屋，过长方形门框时，横拿竖拿都拿不进去，横着比门框宽 2 尺，竖着比门框高 1.5 尺。小朋友乙叫他沿着门的两个对角斜着拿木条，小朋友甲按照小朋友乙的方法一试，不多不少刚好进去了，你知道木条有多长吗？若设木条的长为 x 尺，则下列方程符合题意的是 ()

- A. $(x-2)^2 + (x-1.5)^2 = x^2$ B. $x^2 + (x-1.5)^2 = (x+2)^2$
C. $(x-2)^2 + x^2 = (x+1.5)^2$ D. $x^2 + (x+1.5)^2 = (x+2)^2$

9. 如图，在正方形 $ABCD$ 中， $AB = 6$ ，点 M 在 CD 的边上，且 $DM = 1.5$ ， $\triangle AEM$ 与 $\triangle ADM$ 关于 AM 所在的直线对称，将 $\triangle ADM$ 按顺时针方向绕点 A 旋转 90° 得到 $\triangle ABF$ ，连接 EF ，则线段 EF 的长为 ()

- A. $\frac{9}{2}$ B. $\frac{3\sqrt{15}}{2}$ C. $\frac{15}{2}$ D. $\frac{3\sqrt{17}}{2}$



9 题图

10. 对于多项式： $2x-6, 3x-2, 4x-1, 5x+3$ ，我们用任意两个多项式求差后所得的结果，再与剩余两个多项式的差作减法运算，并算出结果，称之为“双减操作”例如：

$$2x-6-(4x-1)=-2x-5, \quad 3x-2-(-2x-5)=5x+3,$$

$$5x+3-(3x-2)=2x+5, \quad -2x-5-(2x+5)=-4x-10,$$

给出下列说法：

- ① x 为任意整数时，所有“双减操作”的结果都能被 2 整除；
②至少存在一种“双减操作”，使其结果为 $2x-8$ ；
③所有的“双减操作”共有 5 种不同的结果。

以上说法中正确的有 ()

A. 3 个

B. 2 个

C. 1 个

D. 0 个

二、填空题: (本大题 8 个小题, 每小题 4 分, 共 32 分) 请将每小题的答案直接填在答题卡中对应的横线上.

11. 在平面直角坐标系中把抛物线 $y = x^2$ 向下平移两个单位长度所得的抛物线解析式为_____.

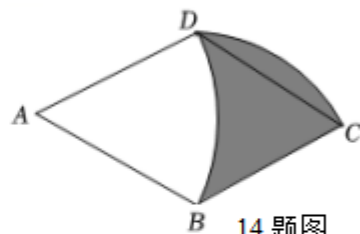
12. 如图是出租车司机王师傅的收费二维码示意图, 用黑白打印机打印于边长为 8cm 的正方形区域内, 王师傅的儿子小王为了估计图中黑色部分的总面积, 在正方形区域内随机掷点, 经过大量重复试验, 发现点落入黑色部分的频率稳定在 0.6 左右, 据此可以估计黑色部分的总面积约为_____ cm^2 .



12 题图

13. 关于 x 的一元二次方程 $-x^2 + (2a - 5)x - a^2 + 1 = 0$ 有两个实数根, 则 a 的最大整数解是_____.

14. 如图, 菱形 $ABCD$ 的边长为 6, $\angle A = 60^\circ$, \widehat{BD} 是以点 A 为圆心, AB 长为半径的弧, \widehat{CD} 是以点 B 为圆心, BC 长为半径的弧, 则阴影部分的面积为_____. (结果保留根号)



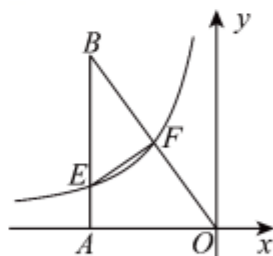
14 题图

15. 已知函数 $y = 2x^2 - 4x - 3$, 当 $0 \leq x \leq 3$ 时, 该函数的最小值是_____, 最大值是_____.

16. 若整数 m 既能使关于 x 的不等式组 $\begin{cases} \frac{2x-1}{3} - \frac{5x+1}{2} \geq 1 \\ x+3 > m \end{cases}$ 有解, 也能使关于 y 的分式方程

$\frac{my-2}{y-3} + \frac{1}{3-y} = 2$ 有整数解, 则整数 m 的值为_____.

17. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 B 在第二象限, 过点 B 作 $BA \perp x$ 轴于点 A , AB , OB 与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 图象交于点 E , F , 连接 EF , 若 F 为 OB 的中点, 四边形 $OAEF$ 面积为 11, 则 k 的值为_____.



17 题图

18. 俗话说: “好事成双”; “双” 在中国传统文化里有吉利、繁荣和团聚的意义; 被认为是幸福和好运的象征。规定: 一个各个数位上的数字均不为 0 的四位正整数, 若千位上的数字与个位上的数字之和是百位上的数字与十位上的数字之和的 2 倍, 则称这个四位数为 “逢双数”, 对于 “逢双数” m , 任意去掉一个数位上的数字, 得到四个三位数, 这四个三位数的和记为 $F(m)$, 则 $F(5211) =$ _____; 若 “逢双数” m 千位上的数字与个位上的数字之和为 8, 且 $\frac{F(m)+24}{11}$ 能被 7 整除, 则所有满足条件的 “逢双数” 中的最大数与最小数的差为_____.

三、解答题: (本大题 8 个小题, 第 19 题 8 分, 其余每题各 10 分, 共 78 分) 解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤, 画出必要的图形 (包括辅助线), 请将解答过程

书写在答题卡中对应的位置上.

19. 用适当方法解下列方程:

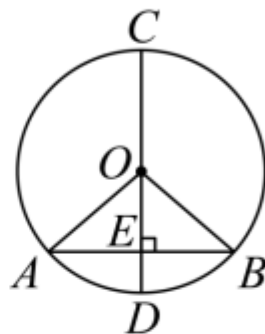
(1) $x^2 - 6x - 3 = 0$;

(2) $2(x - 2)^2 = 3(x - 2)$.

20. 如图所示, AB 是圆 O 的一条弦, CD 是圆 O 直径, $CD \perp AB$, 垂足为 E .

(1) 若 $\angle AOD = 48^\circ$, 求 $\angle DOB$ 的度数;

(2) 若 $AB = 2\sqrt{7}$, $ED = 2$, 求圆 O 的半径长.



21. 如图, 已知矩形 $ABCD$, $AB > AD$, E 为 BC 延长线上一点, 连接 AE 交 CD 于点 F .

(1) 尺规作图: 过点 B 作 AE 的垂线交 AE 于点 G . (保留作图痕迹, 不写作法)

(2) 在 (1) 所作的图形中, 连接 BF , 若 $AF = AB$,

求证: BF 平分 $\angle GBE$.

为证明 BF 平分 $\angle GBE$, 小芳的思路是将其转化成证明三角形全等, 然后根据全等三角形的性质和角平分线的定义使问题得到解决. (请根据小芳的思路补全下面的证明过程)

证明: \because 四边形 $ABCD$ 是矩形,

\therefore ① _____,

$\therefore \angle ABF = \angle BFC$,

$\because AB = AF$,

$\therefore \angle ABF = \angle AFB$,

$\therefore \angle BFG = \angle BFC$,

\because ② _____,

$\therefore \angle BGF = 90^\circ$,

\because 在矩形 $ABCD$ 中, $\angle BCD = 90^\circ$,

\therefore ③ _____,

又 $\because BF = BF$,

$\therefore \triangle GBF \cong \triangle CBF$ (AAS),

$\therefore \angle GBF = \angle CBF$,

∴ BF 平分 $\angle GBE$.

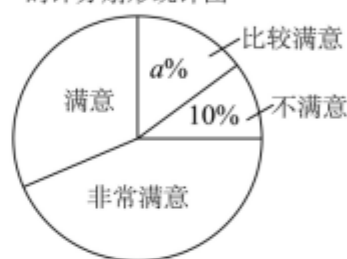
22. 近来, 由于智能聊天机器人 *ChatGPT* 的横空出世, 大型语言模型成为人工智能领域的热门话题. 国内互联网公司也推出了自己的 *AI* 聊天机器人: 百度推出了“文心一言” *AI* 聊天机器人 (以下简称 **A 款**), 抖音推出了“豆包” *AI* 聊天机器人 (以下简称 **B 款**) 有关人员开展了 **A, B** 两款 *AI* 聊天机器人的使用满意度评分测验, 并从中各随机抽取 20 份, 对数据进行整理、描述和分析 (评分分数用 x 表示, 分为四个等级: 不满意 $x < 70$, 比较满意 $70 \leq x < 80$, 满意 $80 \leq x < 90$, 非常满意 $x \geq 90$), 下面给出了部分信息: 抽取的对 **A 款** *AI* 聊天机器人的评分数据中“满意”的数据: 84, 86, 86, 87, 88, 89; 抽取的对 **B 款** *AI* 聊天机器人的评分数据: 66, 68, 69, 81, 84, 85, 86, 87, 87, 87,

88, 89, 95, 97, 98, 98, 98, 98, 99, 100.

抽取的对 **A, B** 款 *AI* 聊天机器人的评分统计表

设备	平均数	中位数	众数	“非常满意”所占百分比
A	88	b	96	45%
B	88	87	c	40%

抽取的对 **A 款** 设备的评分扇形统计图



根据以上信息, 解答下列问题:

(1) 上述图表中 $a = \underline{\hspace{1cm}}$, $b = \underline{\hspace{1cm}}$, $c = \underline{\hspace{1cm}}$;

(2) 根据以上数据, 你认为哪款 *AI* 聊天机器人更受用户喜爱? 请说明理由 (写出一条理由即可);

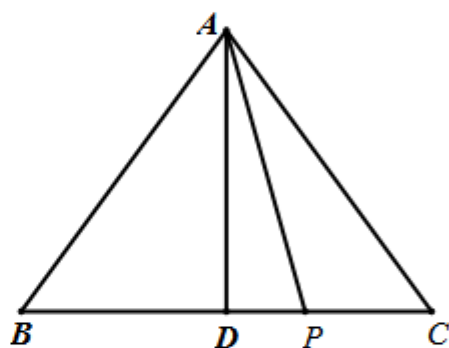
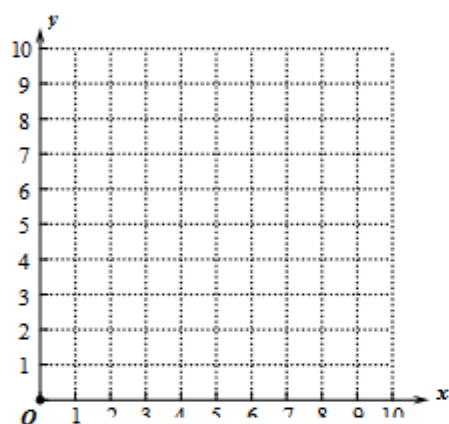
(3) 在此次测验中, 有 240 人对 **A 款** *AI* 聊天机器人进行评分、300 人对 **B 款** *AI* 聊天机器人进行评分, 请通过计算, 估计此次测验中对 *AI* 聊天机器人不满意的共有多少人?

23. 冬天来临, 气候寒冷, 市场上保暖产品热销. 綦江区某商场提前谋划, 从 10 月中旬开始销售一种每件进价为 50 元的保暖内衣, 物价部门规定每件保暖内衣售价不得高于 80 元, 商场销售部负责人通过对销售数据的分析, 发现这种保暖内衣每月的销售量 y (件) 与每件的售价 x (元) 满足函数关系: $y = -2x + 240$.

(1) 商场每月想从这种保暖内衣销售中获利 2250 元, 该如何给这种保暖内衣定价?

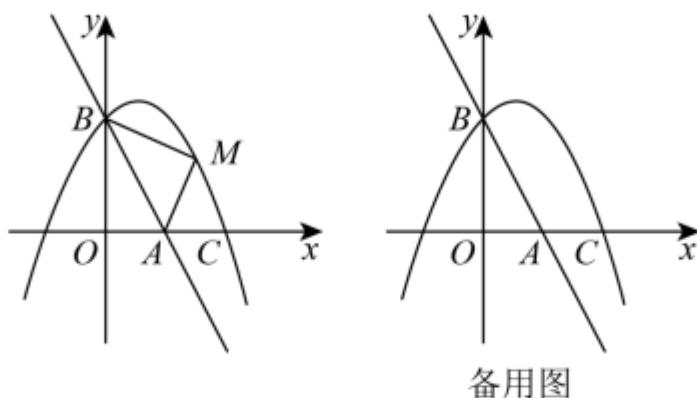
(2) 请问这种保暖内衣售价定为多少元时可获得最大月利润? 最大月利润是多少?

24. 如图，在等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 10\text{cm}$ ， $BC = 12\text{cm}$ ，点 D 为 BC 中点，点 P 从点 D 出发，沿 $D \rightarrow C \rightarrow A$ 方向以每秒 2cm 的速度匀速运动到点 A 。设点 P 的运动时间为 x 秒，线段 CP 的长度为 $y\text{cm}$ 。



- (1) 请直接写出 y 关于 x 的函数关系式并注明自变量 x 的取值范围；
- (2) 在给定的平面直角坐标系中，画出这个函数图象，并写出该函数的一条性质；
- (3) 结合函数图象，直接写出当 CP 的长度与 AD 的长度相等时 x 的值。

25. 如图:已知直线 $l: y = -2x + 4$ 与 x 轴、 y 轴分别相交于 A 、 B 两点,抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过点 B , 且与 x 轴交于点 $C(4,0)$.



- (1) 求该抛物线的解析式;
- (2) 已知点 M 是抛物线上的一个动点并且点 M 在第一象限内, 连接 AM 、 BM , 设点 M 的横坐标为 m , 四边形 $OAMB$ 的面积为 S , 求 S 与 m 的函数表达式, 并求出 S 的最大值以及此时点 M 的坐标;
- (3) 若点 P 在平面内, 点 Q 在直线 AB 上, 平面内是否存在点 P 使得以 O, B, P, Q 为顶点的四边形是菱形. 若存在, 请直接写出 P 点的坐标; 若不存在, 请说明理由.

26. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = \angle BAC = 45^\circ$, 四边形 $CDEF$ 是正方形, H 为 BF 所在的直线与 AD 的交点.

问题解决:

(1) 如图 1, 当点 F 在 AC 上时, 请判断 BF 和 AD 的关系, 并说明理由.

问题探究:

(2) 如图 2, 将正方形 $CDEF$ 绕点 C 旋转, 当点 D 在直线 AC 右侧时, 求证: $BH - AH = \sqrt{2}CH$;

问题拓展:

(3) 将正方形 $CDEF$ 绕点 C 旋转一周, 当 $\angle ADC = 45^\circ$ 时, 若 $AC = 6$, $CD = 2$, 请直接写出线段 AH 的长.

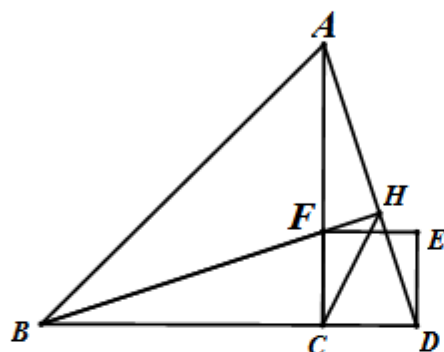


图1

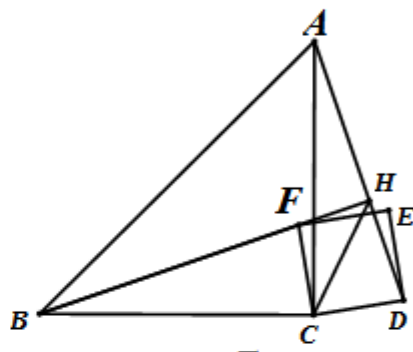
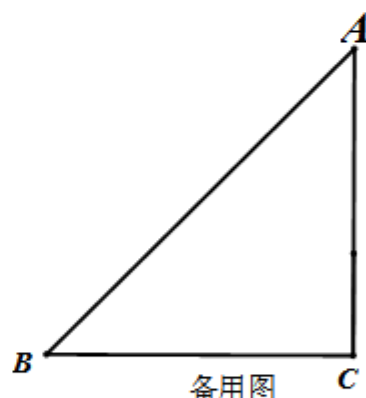


图2



备用图