

2023-2024 学年（上）期末考试

九年级数学 参考答案

一、选择题：（本大题 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分）

1.B 2.C 3.A 4.D 5.D 6.A 7.A 8.A 9.C 10.B

10 题解：令 $A=2x-6$ ， $B=3x-2$ ， $C=4x-1$ ， $D=5x+3$ ，所有“双减操作”的结果就是在 A、B、C、D 四个整式前面增添两个“-”号和两个“+”号，则有以下几种计算结果：

第 1 种： $A+B-C-D=(2x-6)+(3x-2)-(4x-1)-(5x+3)=-4x-10$ ，

第 2 种： $A-B+C-D=(2x-6)-(3x-2)+(4x-1)-(5x+3)=-2x-8$ ，

第 3 种： $A-B-C+D=(2x-6)-(3x-2)-(4x-1)+(5x+3)=0$ ，

第 4 种： $-A+B+C-D=-(2x-6)+(3x-2)+(4x-1)-(5x+3)=0$ ，

第 5 种： $-A+B-C+D=-(2x-6)+(3x-2)-(4x-1)+(5x+3)=2x+8$ ，

第 6 种： $-A-B+C+D=-(2x-6)-(3x-2)+(4x-1)+(5x+3)=4x+10$ ，

由上可知，所有的“双减操作”， x 为整数时，其结果均为能被 2 整除；故①说法正确；

不存在哪种“双减操作”，其结果为 $2x-8$ ；故②说法错误；

所有的“双减操作”共有 5 种不同的结果；故③说法正确。

故选：B。

二、填空题：（本大题 8 个小题，每小题 4 分，共 32 分）第 15、18 小题，填对一空得两分。

11. $y = x^2 - 2$

12. 38.4

13. 1

14. $9\sqrt{3}$

15. -5, 3

16. -1

17. $-\frac{44}{5}$

18. 1764, 4905

18 题详解：根据题意： $F(5211) = 211 + 511 + 521 + 521 = 1764$ ，

故答案为：1764；

设 m 的千位数字为 a , 百位数字为 b ,

∵“双喜数” m 千位上的数字与个位上的数字之和为 8,

∴ m 的个位数字为 $(8-a)$,

∵千位上的数字与个位上的数字之和是百位上的数字与十位上的数字之和的 2 倍,

∴百位上的数字与十位上的数字之和为 4,

∴ m 的十位数字为 $(4-b)$,

∴ $m = 1000a + 100b + 10(4-b) + (8-a)$, ($1 \leq a \leq 7, 1 \leq b \leq 3$ 且 a, b 为整数),

∴ $F(m) = 100a + 10b + (4-b) + 100a + 10b + (8-a) + 100a + 10(4-b) + (8-a) + 100b + 10(4-b) + (8-a) = 297a + 99b + 108$,

$$\therefore \frac{F(m)+24}{11} = \frac{297a+99b+108+24}{11} = \frac{11(27a+9b+12)}{11} = 27a + 9b + 12$$

$$= 7(4a+b+2) + 2b - a - 2$$

∴ $2b - a - 2$ 能被 7 整除,

∵ $1 \leq a \leq 7, 1 \leq b \leq 3$ 且 a, b 为整数,

$$\therefore -7 \leq 2b - a - 2 \leq 3,$$

$$\therefore 2b - a - 2 = -7 \text{ 或 } 0,$$

$$\therefore 2b = a - 5 \text{ 或 } 2b = a + 2,$$

当 $2b = a - 5$ 时, 由 $a - 5 > 0$,

故 $a = 7, b = 1$ 或 $a = 9, b = 2$ (舍去)

则此 $m = 7131$,

当 $2b = a + 2$ 时,

$$\therefore a = 2, b = 2 \text{ 或 } a = 4, b = 3 \text{ 或 } a = 6, b = 4 \text{ (不符合题意),}$$

$$m = 2226 \text{ 或 } 4314,$$

所有满足条件的“倍和数” m 的最大值与最小值的差为 $7131 - 2226 = 4905$,

故答案为: 4905.

三、解答题: (本大题 8 个小题, 第 19 题 8 分, 其余每题各 10 分, 共 78 分)

19. (1) $x^2 - 6x - 3 = 0$

解: $x^2 - 6x = 3$,(1 分)

$x^2 - 6x + 9 = 12$ (2 分)

$(x - 3)^2 = 12$ (3 分)

① AB // DC , (6分)

② BG ⊥ AE , (8分)

③ ∠ BGF = ∠ BCF , (10分)

22. (1) a = 15 (1分)

b = 88.5 (2分)

c = 98 (3分)

(2) A款 AI 聊天机器人更受用户喜爱, 理由如下:

因为两款的评分数据的平均数相同都是 88, 但 A 款评分数据的中位数为 88.5 分比 B 款的中位数 87 分高, 所以 A 款 AI 聊天机器人更受用户喜爱 (答案不唯一, 但是一定要有数据, 无数据根据情况扣 1 分) (6分)

(3) $240 \times 10\% + 300 \times \frac{3}{20} = 69$ 人

估计此次测验中, 对 AI 聊天机器人不满意的人有 69 人。 (10分)

23. 解: (1) 由题意可得,

$(x - 50)(-2x + 240) = 2250$, (2分)

解得 $x_1 = 75$, $x_2 = 95$ (不符题意, 舍去),

答: 商场每月想从这种商品销售中获利 2250 元, 此时这种商品的定价为 75 元; (4分)

(2) 设利润为 w 元,

由题意可得: $w = (x - 50)(-2x + 240) = -2(x - 85)^2 + 2450$, (7分)

∴ 当 $x < 85$ 时, w 随 x 的增大而增大,

∵ 物价部门规定每件售价不得高于 80 元,

∴ $x \leq 80$,

∴ 当 $x = 80$ 时, w 取得最大值, 此时 $w = 2400$,

答: 售价定为 80 元时可获得月最大利润, 最大利润是 2400 元. (10分)

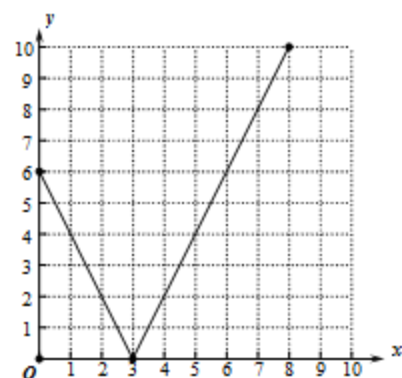
(23 题为应用题, 两个小题均需要写出答语, 未写答语的, 一处扣 0.5 分)

24. 解:

(1) $y = \begin{cases} -2x + 6 & (0 \leq x < 3) \\ 2x - 6 & (3 \leq x \leq 8) \end{cases}$ 或者 $y =$

$\begin{cases} -2x + 6 & (0 \leq x < 3) \\ 2x - 6 & (3 \leq x \leq 8) \end{cases}$ (4分)

(正确写出函数式得 2 分, 正确写出每个函数式的自变量取



值范围得 2 分，写错一处扣 1 分)

(2) 如图: (6 分)

(函数图像分两段, 画对一段函数图像得 1 分.)

函数图像性质: 函数在 $x=3$ 时取得最小值 0; 在 $x=8$ 时, 取得最大值

10. (8 分)

(答案不唯一, 正确写出一条性质就得 2 分。多写且写错的, 要根据情况扣分。)

(3) $x=7$ (10 分)

25. 解: (1) 当 $x=0$ 时, $y=-2 \times 0+4=4$,

\therefore 点 B 的坐标为 $B(0,4)$,

将 $B(0,4)$, $C(4,0)$ 代入抛物线解析式可得: $\begin{cases} c=4 \\ -16+4b+c=0 \end{cases}$,

解得: $\begin{cases} c=4 \\ b=3 \end{cases}$,

\therefore 该抛物线的解析式为: $y=-x^2+3x+4$; (2 分)

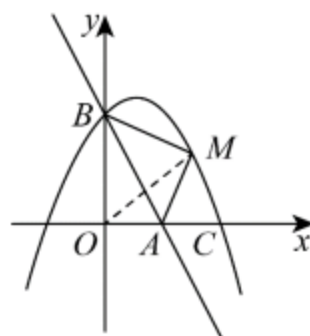
(2) 如图: 连接 OM ,

\because 点 M 的横坐标为 m ,

$\therefore M(m, -m^2+3m+4)$,

当 $y=0$ 时, $-2x+4=0$, 解得 $x=2$,

$\therefore A(2,0)$,



$\therefore S_{\text{四边形}OAMB} = S_{\triangle OBM} + S_{\triangle OAM} = \frac{1}{2} \times 2 \times (-m^2+3m+4) + \frac{1}{2} \times 4 \times m = -m^2+5m+4$, (4 分)

$\because -1 < 0$,

\therefore 当 $m = -\frac{5}{2 \times (-1)} = \frac{5}{2}$ 时, S 最大, $S_{\max} = \frac{41}{4}$; (5 分)

此时点 M 坐标为: $(\frac{5}{2}, \frac{41}{4})$ (6

分)

(3) 设点 Q 的坐标为 $(m, -2m+4)$, 而点 B 和点 O 的坐标分别为 $(0,4)$ 和 $(0,0)$,

①当 OB 是菱形的一条边时,

$$\because OB = BQ = 4, \text{ 或 } OB = OQ = 4,$$

$$\therefore 16 = (m-0)^2 + (-2m+4-4)^2, \text{ 或 } m^2 + (-2m+4)^2 = 4^2,$$

$$\therefore m = \pm \frac{4\sqrt{5}}{5} \text{ 或 } m = \frac{16}{5} \text{ 或 } m = 0 \text{ (舍)},$$

$$\therefore \text{点 } Q \text{ 的坐标为 } \left(-\frac{4\sqrt{5}}{5}, \frac{8\sqrt{5}}{5} + 4\right) \text{ 或 } \left(\frac{4\sqrt{5}}{5}, -\frac{8\sqrt{5}}{5} + 4\right) \text{ 或 } \left(\frac{16}{5}, -\frac{12}{5}\right),$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的坐标为 } \left(-\frac{4\sqrt{5}}{5}, \frac{8\sqrt{5}}{5}\right) \text{ 或 } \left(\frac{4\sqrt{5}}{5}, -\frac{8\sqrt{5}}{5}\right) \text{ 或 } \left(\frac{16}{5}, \frac{8}{5}\right);$$

②当 OB 是菱形的对角线时, PQ 必在 OB 的中垂线上,

$$\therefore y_Q = y_P = 2,$$

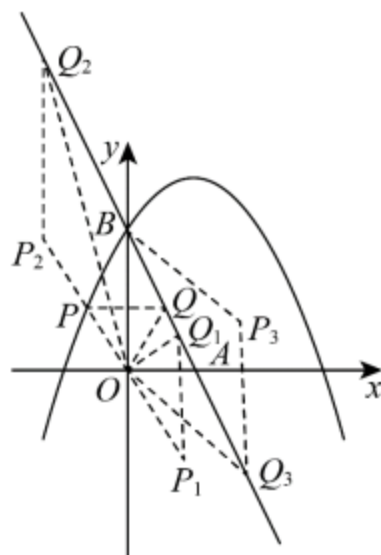
$$\therefore \text{点 } Q(1, 2),$$

$$\text{此时 } P(-1, 2),$$

综上所述, 点 P 的坐标为

$$\left(-\frac{4\sqrt{5}}{5}, \frac{8\sqrt{5}}{5}\right) \text{ 或 } \left(\frac{4\sqrt{5}}{5}, -\frac{8\sqrt{5}}{5}\right) \text{ 或 } \left(\frac{16}{5}, \frac{8}{5}\right) \text{ 或 } (-1, 2). \dots\dots\dots (10 \text{ 分})$$

(第三小题不要求写过程, 只看写出的点 P 坐标, 写对一个得一分。)



26. (1) 解: $BF=AD$ 且 $AD \perp BF$.

理由: $\because \angle ABC = \angle BAC = 45^\circ$

$$\therefore AC=BC \quad \angle ACB=90^\circ$$

\because 四边形 $CDEF$ 是正方形,

$$\therefore CD=CF, \quad \angle BCF = \angle ACD = 90^\circ, \quad \dots\dots\dots (1 \text{ 分})$$

在 $\triangle ACD$ 与 $\triangle BCF$ 中,

$$\begin{cases} AC=BC \\ \angle ACD = \angle BCF, \\ CD=CF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCF \text{ (SAS)},$$

$$\therefore BF=AD, \quad \angle DAC = \angle CBF, \quad \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

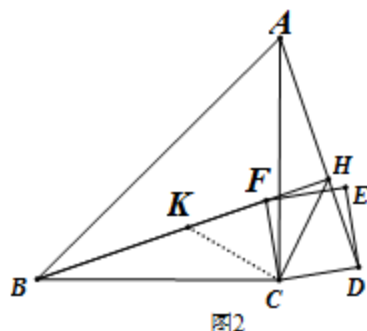
$$\because \angle CBF + \angle CFB = \angle DAC + \angle AFH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AHF = 90^\circ,$$

$\therefore AD \perp BF$;

综上: $BF=AD$ 且 $AD \perp BF$ (3分)

(2) 证明: 如图, 在线段 BF 上截取 $BK=AH$, 连接 CK .



由 (1) 可知, $\angle CBK = \angle CAH$,

在 $\triangle BCK$ 和 $\triangle ACH$ 中,

$$\begin{cases} BC = AC \\ \angle CBK = \angle CAH, \\ BK = AH \end{cases}$$

$\therefore \triangle BCK \cong \triangle ACH$ (SAS), (4分)

$\therefore CK = CH, \angle BCK = \angle ACH$,

$\therefore \angle KCH = \angle BCA = 90^\circ$,

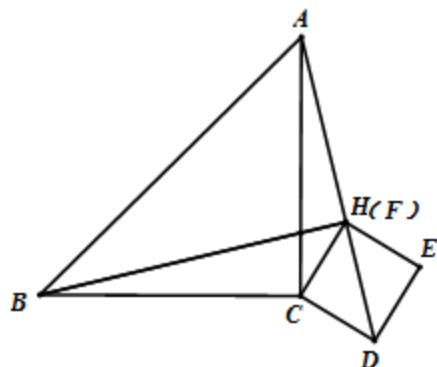
$\therefore \triangle KCH$ 是等腰直角三角形,

$\therefore HK = \sqrt{2}CH$, (5分)

$\therefore BH - AH = BH - BK = KH = \sqrt{2}CH$ (6分)

(3) 解: 线段 AH 的长为 $\sqrt{34} - \sqrt{2}$ 或 $\sqrt{34} + \sqrt{2}$.

①如图, 当 $A, H(F), D$ 三点共线时, $\angle ADC = 45^\circ$.



由 (1) 可知, $BH=AD$, 且 $CD=CF=2, FD=\sqrt{2}CF=2\sqrt{2}$,

$$\because BC=6,$$

$$\therefore AB=\sqrt{2}BC=6\sqrt{2}.$$

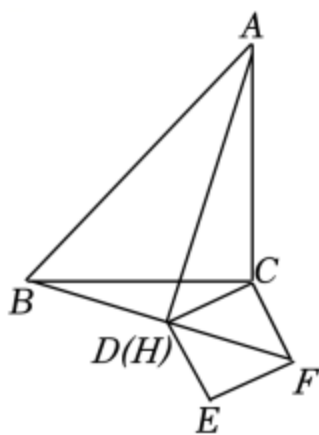
$$\text{设 } AH=x, \text{ 则 } BH=AD=x+2\sqrt{2},$$

$$\text{在 Rt}\triangle BAH \text{ 中, } BH^2 + AH^2 = AB^2$$

$$\therefore (x+2\sqrt{2})^2 + x^2 = (6\sqrt{2})^2$$

$$\text{解得 } x=\sqrt{34}-\sqrt{2} \text{ 或 } x=-\sqrt{34}-\sqrt{2} \text{ (舍去);}$$

②如图, 当 B, D(H), F 三点共线时, $\angle ADC=45^\circ$,



$$\text{设 } AH=x,$$

$$\because BF=AH,$$

$$\therefore BH=AH-HF=x-2\sqrt{2},$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABH \text{ 中, } BH^2 + AH^2 = AB^2$$

$$\therefore (x-2\sqrt{2})^2 + x^2 = (6\sqrt{2})^2,$$

$$\text{解得 } x=\sqrt{34}+\sqrt{2} \text{ 或 } x=\sqrt{2}-\sqrt{34} \text{ (舍去),}$$

综上所述, 线段 AH 的长为 $x=\sqrt{34}-\sqrt{2}$ 或 $\sqrt{34}+\sqrt{2}$ (10分)

(3 小题为直接写出结果, 不需要过程, 写对一个得 2 分。)