

第十一届小学“希望杯”全国数学邀请赛 六年级 第1试试题详解

1. 计算：

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{3}{10} \div \frac{7}{5} \times \frac{7+3}{21} \\ &= \frac{3}{10} \times \frac{5}{7} \times \frac{10}{21} \\ &= \frac{5}{49} \end{aligned}$$

2. 计算：

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 101 + 1001 + 10001 + \frac{4+6+7}{8} \\ &= 11103 + 2\frac{1}{8} \\ &= 11105\frac{1}{8} \end{aligned}$$

3. 设原来的工作效率为 x ，工作总量为单位“1”。

$$\text{由题意可得：} \frac{1}{x} + \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{5} \times x \times (1+20\%)} = 185$$

$$\text{解得：} \frac{1}{x} = 180$$

答：按原定速度需要 180 天。

4. 蛋壳占 $1-32\%-53\%=15\%$ ； $32 \div 60=53.33\%$ ，所以蛋白最接近这个重量。

5. $S_1-S_2=(S_1+\text{阴影部分})-(S_2+\text{阴影部分})=\text{圆的面积}-\text{正方形的面积}=\pi \times (16 \div 2)^2-12^2=48$

$$6. \text{原式} = \frac{\frac{7}{3} - \frac{1}{3}}{1} = 2$$

7. 设绳长为 x 米，井深为 y 米

由题意可得：

$$\begin{cases} \frac{x}{2} - y = 9 \\ \frac{x}{3} - y = 2 \end{cases}$$

解得： $x=42$, $y=12$

答：绳长为 42 米，井深为 12 米

8. 设李阿姨月工资为 x 元，则张阿姨每月存入银行 $30\% \times x$ 元，消费 $70\% \times x$ 元；李阿姨每月消费 $70\% \times x \times (1+10\%) = 77\% \times x$ ，每月存款 $x - 77\%x = 23\% \times x$

由题意可得： $(30\% \times x - 23\% \times x) \times 12 = 5880$

解得： $x = 7000$

答：李阿姨月工资为 7000 元。

9. 在等底等高的情况下，圆锥的体积为圆柱体积的三分之一。

$$\text{所以高度} = \frac{20}{3} + 5 = \frac{35}{3} \text{ cm}$$

10. 一个两位数中间加上一个小数点，即变为原数的十分之一

设原数为 x ，由题意可得： $x + \frac{x}{10} = 86.9$

解得： $x = 79$

答：原数为 79.

11. 设 A 校男生 $8x$ 人，女生 $7x$ 人，共 $15x$ 人；B 校男生 $30y$ 人，女生 $31y$ 人，共 $61y$ 人

所以两校共有男生 $(8x+30y)$ 人，女生 $(7x+31y)$ 人。

由题意可得： $(8x+30y) : (7x+31y) = 27:26$

解得： $x = 3y$

所以合并前两校人数之比= $15x:61y=45y:61y=45:61$

答：两校合并前人数之比为 45:61.

12. 奇数

每道题不管是答对，不答还是答错都会改变得分的奇偶性，总共 20 道题则每人总分的

奇偶性和基础分相同，都为奇数，2013 个奇数的和也为奇数。

13. $16\frac{4}{11}$; 12点 $49\frac{1}{11}$ 分

分针每分钟走 6° ，时针每分钟走 0.5°

第一次经过时间： $90 \div (6-0.5) = 16\frac{4}{11}$ 分钟

第二次经过时间： $270 \div (6-0.5) = 49\frac{1}{11}$ 分钟，所以时刻为12点 $49\frac{1}{11}$ 分

14. 1

注水排水问题可以转化为行程问题中的追及问题，速度差 \times 追及时间 = 追及距离

设一个抽水机抽水速度为 x ，涌出速度为 y

$$(10x - y) \times 8 = (9x - y) \times 9$$

$$x = y$$

所以一个抽水机的抽水速度用涌出速度相同，向外抽水只需要一台。

15.

分成的分数共有以下 1006 个：

$$\frac{1006}{1007}, \frac{1005}{1008}, \frac{1004}{1009}, \frac{1003}{1010}, \dots, \frac{11}{2002}, \frac{10}{2003}, \frac{9}{2004}, \frac{8}{2005}, \frac{7}{2006}, \frac{6}{2007}, \frac{5}{2008}, \frac{4}{2009}, \frac{3}{2010}, \frac{2}{2011}, \frac{1}{2012}$$

观察这个数列可以发现： $\frac{11}{2002}, \frac{9}{2004}, \frac{6}{2007}, \frac{3}{2010}$ 等数不是最简真分数；他们的分子分别是 11, 9, 6, 3，是 11 或者 3 的倍数。

2013 分解质因数可得： $2013 = 3 \times 11 \times 61$.

当分子是 3、11 或者 61 的倍数时，此数不是最简真分数。

在 $1 \sim 1006$ 之间，共有 335 个 3 的倍数；91 个 11 的倍数；16 个 61 的倍数。

$$[3, 11] = 33, [3, 61] = 183, [11, 61] = 671$$

在 $1 \sim 1006$ 之间，共有 30 个 33 的倍数，5 个 183 的倍数，1 个 671 的倍数。

所以最简真分数的个数 = $1006 - (335+91+16) + (30+5+1) = 600$ 个

16. 64

设高为 x ，则宽为 $2x$ ，长为 $4x$ 。

$$(x + 2x + 4x) \times 4 = 56$$

$$x = 2$$

所以体积为： $2 \times 4 \times 8 = 64$

17. 13,7

$$\begin{aligned} \text{阴影周长} &= \text{弧}DE + \text{弧}DF + BE + BF \\ &= 2\pi \times AE \div 4 + 2\pi \times CF \div 4 + BE + BF \\ &= 2 \times 3 \times 4 \div 4 + 2 \times 3 \times 2 \div 4 + 2 + 2 \\ &= 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{\text{阴影}} &= S_{\text{扇形}ADE} + S_{\text{扇形}CDF} - S_{\text{长方形}ABCD} \\ &= \pi \times AE^2 \div 4 + \pi \times CF^2 \div 4 - 4 \times 2 \\ &= 3 \times 4 \times 4 \div 4 + 3 \times 2 \times 2 \div 4 - 4 \times 2 \\ &= 12 + 3 - 8 \\ &= 7 \end{aligned}$$

18. 乙

因为甲和丙的说法矛盾，所以必有一真一假。

若甲说的是真话，则乙也是真话，不符合题意；

所以甲和乙是假话，丙是真话，可知获奖的是乙。

19. 77

设男生有 x 人

$$\begin{aligned} 152 - 5 &= x + \left(1 - \frac{1}{11}\right)x \\ x &= 77 \end{aligned}$$

20. 90

甲乙两人速度比是 4:5，所以相遇时两人走的路程比是 5:4，设两地距离为 9 份；

改变速度之后，甲乙的速度比为 1:2，则乙走完剩下的 4 份时，甲只走了 2 份；

所以甲总共走了 $4+2=6$ 份，此时距离 B 地 30km 占全程的 3 份，所以两地距离 90km。

附加题

1. 如果全是 5 分的，则仅需 $60 \div 5 = 12$ 枚

而题目中要求共 25 枚硬币。

将一枚 5 分的硬币用 5 枚 1 分的代替，可以增加 $5-1=4$ 枚；

将一枚 5 分的硬币用 3 枚 1 分和 1 枚 2 分的代替，可以增加 $4-1=3$ 枚；

将一枚 5 分的硬币用 1 枚 1 分和 2 枚 2 分的代替，可以增加 $3-1=2$ 枚。

$25-12=13$ 枚，还少 13 枚； $13=2\times 4+1\times 3+1\times 2$ ，替换 4 枚 5 分的硬币，替换方式如下：

将 2 枚 5 分的硬币换成 10 枚 1 分的，用了 10 枚硬币，价值 0.10 元；

将 1 枚 5 分的硬币换成 3 枚 1 分的和 1 枚 2 分的，用了 4 枚硬币，价值 0.05 元；

将一枚 5 分的硬币用 1 枚 1 分和 2 枚 2 分的，用了 3 枚硬币，价值 0.05 元；

还有 8 枚 5 分的硬币，价值 0.40 元。

则共有 $10+4+3+8=25$ 枚硬币，价值 $0.10+0.05+0.05+0.40=0.60$ 元

则还剩下 8 枚 5 分的硬币。

2. 此题可以采用倒推法。

在 D 箱分球之后，A、B、C 三个箱子的球变为分球之前的 2 倍，变成了 16 个，则分球之前 A、B、C、D 四个箱子中的球的个数分别为 8、8、8、 $8+8+8+16=40$ ；

在 C 箱分球之后，A、B、D 三个箱子的球变为分球之前的 2 倍，分别变成了 8、8、40 个，则分球之前 A、B、C、D 四个箱子中的球的个数分别为 4、4、 $4+4+8+20=36$ 、20；

在 B 箱分球之后，A、C、D 三个箱子的球变为分球之前的 2 倍，分别变成了 4、36、20 个，则分球之前 A、B、C、D 四个箱子中的球的个数分别为 2、 $2+4+18+10=34$ 、18、10；

在 A 箱分球之后，B、C、D 三个箱子的球变为分球之前的 2 倍，分别变成了 34、18、10 个，则分球之前 A、B、C、D 四个箱子中的球的个数分别为 $2+17+9+5=34$ 、17、9、5；

我们列表说明每次分球各箱中球的个数：

	A 箱	B 箱	C 箱	D 箱
初始状态	33	17	9	5
A 箱分球后	2	34	18	10
B 箱分球后	4	4	36	20
C 箱分球后	8	8	8	40
D 箱分球后	16	16	16	16