

## 计算部分第五讲 裂项 (2) -1

分数裂项引入：

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{1} - \frac{1}{2} &= \frac{1}{2} = \frac{1}{1 \times 2} \\
 \frac{1}{2} - \frac{1}{3} &= \frac{1}{6} = \frac{1}{2 \times 3} \\
 \frac{1}{3} - \frac{1}{4} &= \frac{1}{12} = \frac{1}{3 \times 4} \\
 \frac{1}{4} - \frac{1}{5} &= \frac{1}{20} = \frac{1}{4 \times 5}
 \end{aligned}$$

观察上述紫色部分，发现规律，并计算以下问题：

例：

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{19 \times 20} \\
 &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{18} - \frac{1}{19} + \frac{1}{19} - \frac{1}{20} \\
 &= 1 - \frac{1}{20} \\
 &= \frac{19}{20}
 \end{aligned}$$

课后练习：

$$\frac{1}{99 \times 100} =$$

$$\frac{1}{98} - \frac{1}{100} = \frac{\square}{98 \times 100}$$

$$\frac{1}{7} - \frac{1}{9} = \frac{\square}{7 \times 9}$$

$$\frac{1}{7 \times 9} = \left( \frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) \times \square$$

问题 1：第二个和第三个式子的分子究竟等不等于 1？

为什么？

问题 2： $\frac{1}{7 \times 9}$  的裂项展开和  $\frac{1}{8 \times 9}$  的一样吗？如果不一样，是哪儿产生了不同？（可用通分说明）