

第十三届“中环杯”中小学生思维能力训练活动

六年级决赛

题型	一、填空题	二、动手动脑题					共 计
得分							

一、填空题(每小题 5 分,共 50 分):

1. 计算: $\frac{2}{5} \times \frac{4}{3} + 1.4 \times 1.\dot{3} + 1\frac{4}{5} \times \frac{1}{3} = ( \quad )$ 。

2. 定义  $n! = n \times (n-1) \times \cdots \times 2 \times 1$ , 比如  $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ , 则  $15! - 13!$  的最大素因数是( )。

3. 在 9,8,7,6,5,4,3,2,1,0 这 10 个数字之间加入 +, -,  $\times$ ,  $\div$  以及括号, 使得最后的结果是 2013, 请写出一个你所得到的式子

9 8 7 6 5 4 3 2 1 0 =2013。

4. 一个篮子里有红、橙、黄、绿四种颜色的球。甲、乙、丙三人开始数这些球, 并把他们数到的结果记在了下表中。很不幸的是, 每人都数错了两种颜色球的数量, 数对了另两种颜色球的数量。已知一个人数错了红、橙两色的球, 另一个人数错了橙、黄两色的球, 第三个人数错了黄、绿两色的球的数量。那么, 篮子中一共有( )个球。

	红	橙	黄	绿
甲	2	5	7	9
乙	2	4	9	8
丙	4	2	8	9

5. 一个老师正在统计班级的数学平均分。已知卷子满分是 100 分, 老师每统计到一个同学, 就重新计算一次当前的平均分。当他统计到小明的分数时, 平均分上升了 1 分; 当他统计到小红的分数时, 平均分又上升了 1 分; 已知小明的分数是 91 分, 那么小红的分数是( )分。

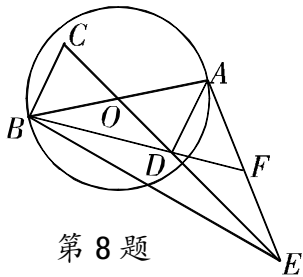
6. 已知  $n$  位( $n$  为正整数)自然数  $N = \overline{a_1 a_2 \cdots a_n}$ ,

满足  $\overline{2a_1 a_2 \cdots a_n 1} : \overline{1a_1 a_2 \cdots a_n 2} = 21 : 12$ , 则  $N = ( \quad )$ 。

7. 若  $x$  满足  $\frac{x+4}{1 \times 3 \times 5} + \frac{x+6}{3 \times 5 \times 7} + \frac{x+8}{5 \times 7 \times 9} + \cdots +$

$\frac{x+2012}{2009 \times 2011 \times 2013} = \frac{1005}{2011}$ , 则  $x = ( \quad )$ 。

8. 如图, 在圆  $O$  中,  $AB$  为直径,  $C$  为圆内一点。作  $AD \parallel BC$  与  $CO$  的延长线交于  $D$  点。延长  $OD$  至  $E$  点, 使得  $DE = 2CO$ 。联结  $AE$ 、 $BE$ 、 $BD$ , 延长  $BD$  交  $AE$  于



第 8 题

点  $F$ , 则  $AF:FE = ( \quad )$ 。

9. 已知有理数  $x$ 、 $y$  满足  $|x-1| + |x+y| = 6$ ,  $|y-1| + |x+y+1| = 4$ , 则  $x$ 、 $y$  分别为( )。

10. 如图, 五个圆圈连接起来, 每个圆圈内写上一个正整数数字。如果一个圆圈内的数字等于与其相邻的圆圈内的数码和, 那么这个圆圈就称为“和谐”的。比如图中的第 2 个圆圈是“和谐”的, 因为  $23 = 1 + 8 + 5 + 9$ ; 而第一个圆圈不是“和谐”的, 因为  $18 \neq 2 + 3$ 。如果五个圆圈都是“和谐”的, 那么这个图形就称为“和谐”图形。要使得“和谐”图形中的五个圆圈内的数字之和最小(注意, 不是数码和, 例子中的数字和为  $18 + 23 + 59 + 21 + 33$ ), 所有不同的写法有( )种。



二、动手动脑题(共 50 分):

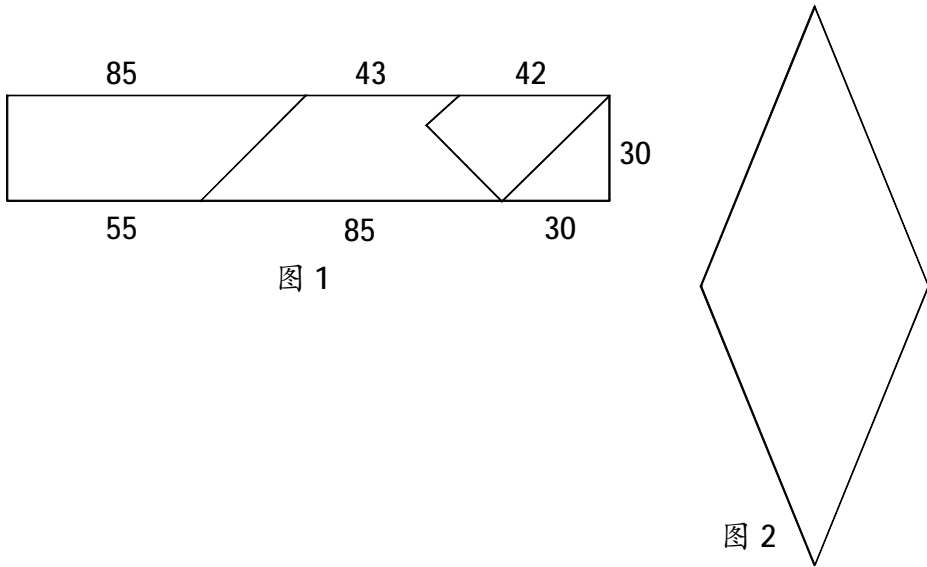
1. 甲厂和乙厂是相邻的两家服装厂, 它们生产同一规格的成衣, 且每家厂的人员和设备都能全力进行上衣和裤子的生产。但是由于各厂的特长不同, 甲厂每月用于生产上衣和裤子的时间比是 3:2, 每月正好能生产 8000 套成衣; 乙厂每月用于生产上衣和裤子的时间比是 4:3, 每月正好能生产 10000 套成衣。现在两厂联合起来生产, 尽量发挥各自的特长多生产成衣, 那么现在比过去每月能多生产成衣多少套? (本题 8 分)

2. 有这样的一些两位数: 其除以某数字得到的值等于该除数乘以这个两位数的十位数码加个位数码, 比如  $21 \div 3 = 3 \times 2 + 1$ 。请写出所有满足条件的两位数。(本题 10 分)

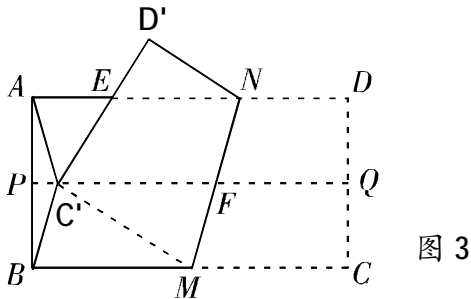
3. 有多少种方法可以将  $2^{2012}$  表示成四个正整数的完全平方和?请证明你的结论。(本题 10 分)

4. 将一个圆圈上的 2013 个学生顺次编为  $1,2,3,\cdots,2013$  号。老师按下述规则传递手帕:设某一次手帕传到第  $i$  号,则下一次手帕就要传递给第  $i$  号后面的第  $i$  个学生(比如本次手帕传递到第 3 号学生,则下次就要传递到第 6 号学生)。证明:不论第一次手帕交到哪个同学手上,在传递过程中至少有一个学生永远拿不到手帕。(本题 10 分)

5. (本题 12 分)  
(1) 用提供给你的卡纸,按图 1 尺寸(单位毫米),制作一套四拼板,然后用这四块拼板拼搭出图 2 的图形。用粗线条将拼法直接画在图 2 上。



(2) 记图 1 中的矩形为  $ABCD$ ,如图 3,将其对折,得折痕  $PQ$ ,再沿  $MN$  翻折,使  $C$  点恰好落在  $PQ$  折痕上的点  $C'$  处, $D$  点落在  $D'$  处,其中  $M$  是  $BC$  的中点。联结  $AC'$ 、 $BC'$ ,设  $\angle BAC'=\alpha(0^\circ<\alpha<90^\circ)$ 。



① 当  $\alpha$  满足什么条件时,图中有且仅有三个等腰三角形(三边都有线连接,无所谓是实线还是虚线,都可以算为一个三角形)?

② 当  $\alpha$  满足什么条件时,图中有且仅四个等腰三角形(三边都有线连接,无所谓是实线还是虚线,都可以算为一个三角形)?

③ 当  $\alpha$  满足什么条件时,图中有且仅五个等腰三角形(三边都有线连接,无所谓是实线还是虚线,都可以算为一个三角形)?

线  
封  
图