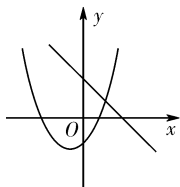


3.3 二次函数

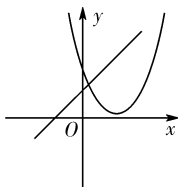
班级_____ 姓名_____

一、选择题

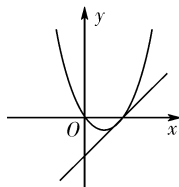
1. 抛物线 $y=x^2+4$ 的顶点坐标是().
A. $(4,0)$ B. $(-4,0)$
C. $(0,-4)$ D. $(0,4)$
2. 函数 $y=-2x^2+2x-3$ 的对称轴方程是().
A. $x=1$ B. $x=-1$
C. $x=\frac{1}{2}$ D. $x=-\frac{1}{2}$
3. 当 $-\frac{3\sqrt{3}+10}{2}\leq x\leq \frac{1}{2}$ 时, 二次函数 $y=x^2-2x-3$ 的最小值为().
A. -4 B. $-\frac{15}{4}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$
4. 把抛物线 $y=x^2+bx+4$ 的图象向右平移 3 个单位, 再向上平移 2 个单位, 所得到的图象的解析式为 $y=x^2-2x+3$, 则 b 的值为().
A. 2 B. 4 C. 6 D. 8
5. 已知抛物线的解析式为 $y=(x-2)^2+1$, 则这条抛物线的顶点坐标是().
A. $(-2,1)$ B. $(2,1)$
C. $(2,-1)$ D. $(1,2)$
6. 给出下列四个命题:
①若点 A 在 $y=2x-3$ 上, 且点 A 到两坐标轴的距离相等, 则点 A 在第一或第四象限;
②若点 $A(a,m), B(a-1,n) (a>0)$ 在同一个反比例函数的图象上, 则 $m<n$;
③一次函数 $y=-2x-3$ 的图象不经过第三象限;
④二次函数 $y=-2x^2-8x+1$ 的最大值是 9.
其中正确命题的个数是().
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
7. 函数 $y=ax+b$ 和 $y=ax^2+bx+c$ 在同一直角坐标系内的图象大致是().



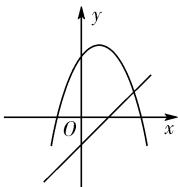
A



B

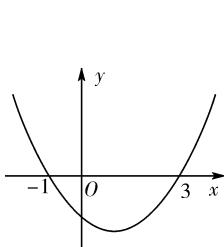


C

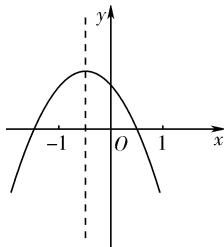


D

8. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c (a\neq 0)$ 的图象如图所示, 当 $y<0$ 时, x 的取值范围是().
A. $-1< x < 3$ B. $x>3$
C. $x<-1$ D. $x>3$ 或 $x<-1$



(第8题)



(第9题)

9. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示,则下列关系式中不正确的是().

- A. $a<0$ B. $abc>0$ C. $a+b+c>0$ D. $b^2-4ac>0$

10. 若 $y=ax^2+bx+c$,则由表格中的信息可知 y 与 x 之间的函数关系式是().

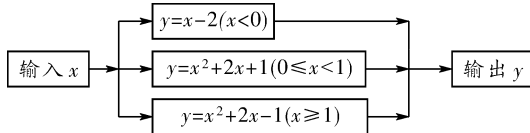
x	-1	0	1
ax^2			1
ax^2+bx+c	8	3	

- A. $y=x^2-4x+3$ B. $y=x^2-3x+4$ C. $y=x^2-3x+3$ D. $y=x^2-4x+8$

二、填空题

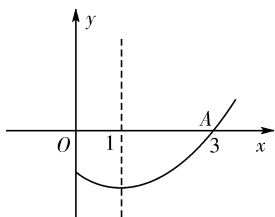
11. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$,其中 a, b, c 满足 $a+b+c=0$ 和 $9a-3b+c=0$,则该二次函数图象的对称轴是直线_____.

12. 如图,根据下面的运算程序,输入 $x=1-\sqrt{3}$ 时,输出的结果 $y=$ _____.

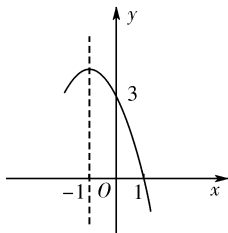


(第12题)

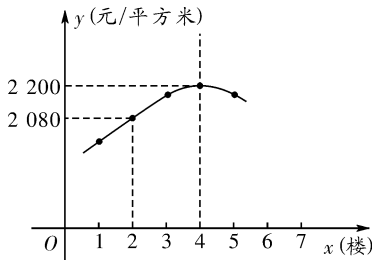
13. 如图是抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的一部分,抛物线的对称轴为直线 $x=1$,它与 x 轴的一个交点为 $A(3,0)$,则由图象可知,不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集是_____.



(第13题)



(第14题)



(第15题)

14. 抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 的部分图象如图所示,若 $y>0$,则 x 的取值范围是_____.

15. 兰州市“安居工程”新建成的一批楼房都是8层高,房子的价格 y (元/平方米)随楼层数 x (楼)的变化而变化($x=1,2,3,4,5,6,7,8$);已知点 (x, y) 都在一个二次函数的图象上(如图),则6楼房子的价格为_____元/平方米.

16. 在同一直角坐标系中,下列四个函数:① $y=2(x+1)^2-1$;② $y=2x^2+3$;③ $y=-2x^2-1$;④ $y=\frac{1}{2}x^2-1$.其中图象不可能由函数 $y=2x^2+1$ 的图象通过平移变换、轴对称变换得到的函数是_____.(填序号)

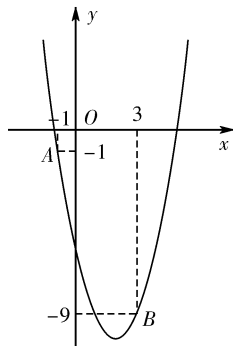
三、解答题

17. 如图,二次函数 $y=ax^2-4x+c$ 的图象经过点 A 、 B .

(1)求该二次函数的表达式;

(2)写出该抛物线的对称轴及顶点坐标;

(3)点 $P(m,m)$ 与点 Q 均在该函数图象上(其中 $m>0$),且这两点关于抛物线的对称轴对称,求 m 的值及点 Q 到 x 轴的距离.



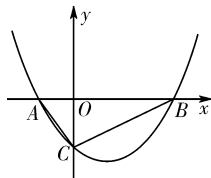
(第 17 题)

18. 如图,抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2-x+a$ 与 x 轴交于点 A 、 B ,与 y 轴交于点 C ,其顶点在直线 $y=-2x$ 上.

(1)求 a 的值;

(2)求 A 、 B 两点的坐标;

(3)以 AC 、 CB 为一组邻边作 $\square ACBD$,则点 D 关于 x 轴的对称点 D' 是否在该抛物线上? 请说明理由.



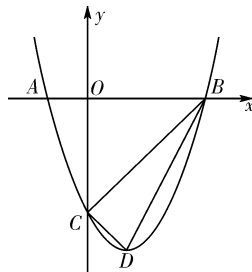
(第 18 题)

19. 如图,抛物线与 x 轴交于 $A(-1,0)$ 、 $B(3,0)$ 两点,与 y 轴交于点 $C(0,-3)$,设抛物线的顶点为 D .

(1)求该抛物线的解析式与顶点 D 的坐标;

(2)以 B 、 C 、 D 为顶点的三角形是直角三角形吗? 为什么?

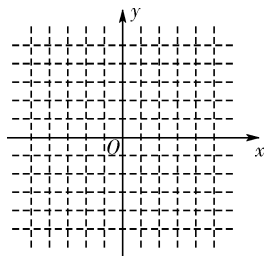
(3)探究坐标轴上是否存在点 P ,使得以点 P 、 A 、 C 为顶点的三角形与 $\triangle BCD$ 相似? 若存在,请指出符合条件的点 P 的位置,并直接写出点 P 的坐标;若不存在,请说明理由.



(第 19 题)

20. 已知二次函数 $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{3}{2}$.

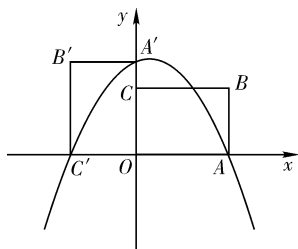
- (1) 在给定的直角坐标系中, 画出这个函数的图象;
- (2) 根据图象, 写出当 $y < 0$ 时, x 的取值范围;
- (3) 若将此图象沿 x 轴向右平移 3 个单位, 请写出平移后图象所对应的函数关系式.



(第 20 题)

21. 在平面直角坐标系中, 矩形 $OABC$ 如图所示放置, 点 A 在 x 轴上, 点 B 的坐标为 $(m, 1)$ ($m > 0$), 将此矩形绕点 O 逆时针旋转 90° , 得到矩形 $OA'B'C'$.

- (1) 写出点 A 、 A' 、 C' 的坐标;
- (2) 设过点 A 、 A' 、 C' 的抛物线解析式为 $y = ax^2 + bx + c$, 求此抛物线的解析式; (a, b, c 可用含 m 的式子表示)
- (3) 试探究: 当 m 的值改变时, 点 B 关于点 O 的对称点 D 是否可能落在 (2) 中的抛物线上? 若能, 求出此时 m 的值; 若不能, 请说明理由.



(第 21 题)

3.3 二次函数

1. D 2. C 3. B 4. B 5. B 6. B 7. C 8. A 9. C 10. A

11. $x=-1$ 12. $-1-\sqrt{3}$ 13. $x<-1$ 或 $x>3$

14. $-3<x<1$ 15. 2 080 16. ④

17. (1) 将 $(-1, -1), (3, -9)$ 分别代入 $y=ax^2-4x+c$,

$$\begin{cases} -1=a \times (-1)^2 - 4 \times (-1) + c, \\ -9=a \times 3^2 - 4 \times 3 + c, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a=1, \\ c=-6. \end{cases}$$

故二次函数的表达式为 $y=x^2-4x-6$.

(2) 对称轴为直线 $x=2$, 顶点坐标为 $(2, -10)$.

(3) 将 (m, m) 代入 $y=x^2-4x-6$,

$$\text{得 } m=m^2-4m-6.$$

解得 $m_1=-1, m_2=6$.

$$\therefore m>0,$$

$$\therefore m=6.$$

$\therefore$ 点 P 与点 Q 关于对称轴 $x=2$ 对称,

$\therefore$ 点 Q 到 x 轴的距离为 6.

18. (1) 抛物线顶点 $(1, a-\frac{1}{2})$ 代入 $y=-2x$, 得 $a=\frac{-3}{2}$.

(2) $A(-1, 0), B(3, 0)$.

(3) $\because$ 四边形 $ACBD$ 是平行四边形,

$\therefore$ 点 C, D 关于对角线交点 $(1, 0)$ 对称.

又 D' 是点 D 关于 x 轴的对称点, 点 C, D' 关于抛物线的对称轴对称,

$\therefore$ 点 D' 在抛物线上.

19. (1) 设抛物线的解析式为 $y=ax^2+bx+c$.

由抛物线与 y 轴交于点 $C(0, -3)$, 可知 $c=-3$.

把点 $A(-1, 0), B(3, 0)$ 代入,

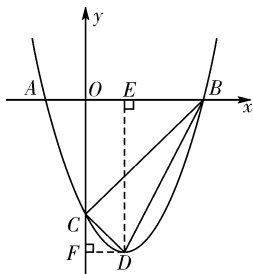
$$\begin{cases} a-b-3=0, \\ 9a+3b-3=0, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} a=1, \\ b=-2. \end{cases}$$

故抛物线的解析式为 $y=x^2-2x-3$.

顶点 D 的坐标为 $(1, -4)$.

(2) 以 B, C, D 为顶点的三角形是直角三角形. 理由如下:

如图(1), 过点 D 分别作 x 轴、 y 轴的垂线, 垂足分别为 E, F .



(第 19 题(1))

在 $\text{Rt}\triangle BOC$ 中, $OB=3, OC=3$,

$$\therefore BC^2=18.$$

在 $\text{Rt}\triangle CDF$ 中, $DF=1, CF=OF-OC=4-3=1$,

$$\therefore CD^2=2.$$

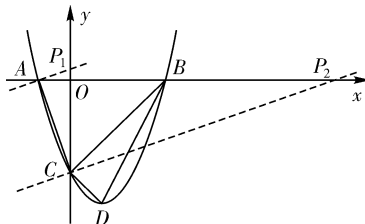
在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中, $DE=4, BE=OB-OE=3-1=2$,

$$\therefore BD^2=20.$$

$$\therefore BC^2+CD^2=BD^2.$$

故 $\triangle BCD$ 为直角三角形.

(3) 如图, 连接 AC , 可知 $\triangle COA \cap \triangle BCD$, 得符合条件的点为 $O(0, 0)$.



(第 19 题(2))

过点 A 作 $AP_1 \perp AC$, 交 y 轴正半轴于点 P_1 .

可知 $\text{Rt}\triangle CAP_1 \cap \text{Rt}\triangle COA \cap \text{Rt}\triangle BCD$, 求得符合条件的

点为 $P_1(0, \frac{1}{3})$.

过点 C 作 $CP_2 \perp AC$, 交 x 轴正半轴于点 P_2 .

可知 $\text{Rt}\triangle P_2CA \cap \text{Rt}\triangle COA \cap \text{Rt}\triangle BCD$, 求得符合条件的

点为 $P_2(9, 0)$.

综上, 符合条件的点有三个: $O(0, 0), P_1(0, \frac{1}{3}), P_2(9, 0)$.

20. (1) 图略.

(2) $y<0$ 时, x 的取值范围是 $x<-3$ 或 $x>1$.

(3) 平移后图象所对应的函数关系为 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x$.

21. (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形, 点 B 的坐标为 $(m, 1) (m>0)$,

$$\therefore A(m, 0), C(0, 1).$$

∴ 矩形 $OA'B'C'$ 由矩形 $OABC$ 旋转 90° 而成,

∴ $A'(0, m), C'(-1, 0)$.

(2) 设过点 A, A', C' 的抛物线解析式为 $y = ax^2 + bx + c$.

∴ $A(m, 0), A'(0, m), C'(-1, 0)$,

$$\therefore \begin{cases} am^2 + bm + c = 0, \\ c = m, \\ a - b + c = 0, \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} a = -1, \\ b = m - 1, \\ c = m. \end{cases}$$

∴ 此抛物线的解析式为 $y = -x^2 + (m-1)x + m$.

(3) ∴ 点 B 与点 D 关于原点对称, $B(m, 1)$,

∴ 点 D 的坐标为 $(-m, -1)$.

假设点 $D(-m, -1)$ 在(2)中的抛物线上,

$$\therefore 0 = -(-m)^2 + (m-1) \times (-m) + m = 1,$$

$$\text{即 } 2m^2 - 2m + 1 = 0.$$

$$\therefore \Delta = (-2)^2 - 4 \times 2 \times 1 = -4 < 0.$$

∴ 此方程无解.

∴ 点 D 不在(2)中的抛物线上.