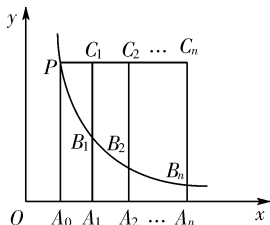


3.4 反比例函数

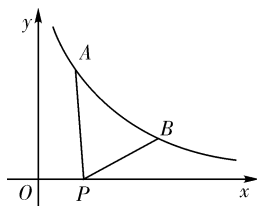
班级_____ 姓名_____

一、选择题

1. 某反比例函数图象过点 $(-1, 6)$, 则下列各点中, 此函数图象经过的是点().
A. $(-3, 2)$ B. $(3, 2)$ C. $(2, 3)$ D. $(6, 1)$
2. 函数 $y=6-x$ 与函数 $y=\frac{4}{x}(x>0)$ 的图象交于 A, B 两点, 设点 A 的坐标为 (x_1, y_1) , 则边长分别为 x_1, y_1 的矩形的面积和周长分别为().
A. 4, 12 B. 4, 6 C. 8, 12 D. 8, 6
3. 如图, 直线 $y=k$ 和双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 相交于点 P , 过点 P 作 PA_0 垂直于 x 轴, 垂足为 A_0 , x 轴上的点 $A_0, A_1, A_2, \dots, A_n$ 的横坐标是连续的整数, 过点 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 分别作 x 轴的垂线, 与双曲线 $y=\frac{k}{x}(k>0)$ 及直线 $y=k$ 分别交于点 $B_1, B_2, \dots, B_n$ 和点 $C_1, C_2, \dots, C_n$, 则 $\frac{A_n B_n}{B_n C_n}$ 的值为().
A. $\frac{1}{n+1}$ B. $\frac{1}{n-1}$ C. $\frac{1}{n}$ D. $1-\frac{1}{n}$



(第3题)



(第5题)

4. 反比例函数 $y=\frac{a-2}{x}$ 经过点 $(-1, 2)$, 则 a^{2010} 的值是().
A. 2 010 B. 0 C. 1 D. -1
5. 如图所示, 已知 $A\left(\frac{1}{2}, y_1\right), B(2, y_2)$ 为反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 图象上的两点, 动点 $P(x, 0)$ 在 x 正半轴上运动, 当线段 AP 与线段 BP 之差达最大时, 点 P 的坐标是().
A. $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ B. $(1, 0)$ C. $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ D. $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$
6. 在函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象上有三个点的坐标分别为 $(1, y_1), \left(\frac{1}{2}, y_2\right), (-3, y_3)$, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是().
A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_3 < y_2 < y_1$
C. $y_2 < y_1 < y_3$ D. $y_3 < y_1 < y_2$
7. 函数 $y=\frac{1-k}{x}$ 的图象与直线 $y=x$ 没有交点, 那么 k 的取值范围是().

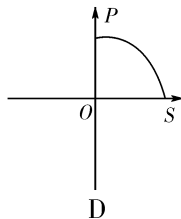
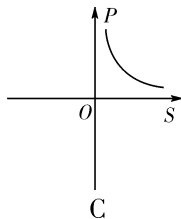
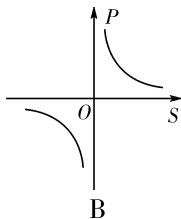
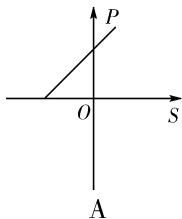
A. $k > 1$

B. $k < 1$

C. $k > -1$

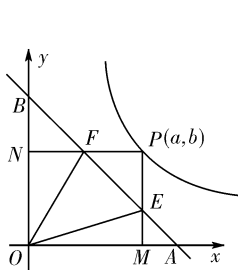
D. $k < -1$

8. 物理学知识告诉我们,一个物体所受到的压强 P 与所受压力 F 及受力面积 S 之间的计算公式为 $P = \frac{F}{S}$. 当一个物体所受压力为定值时,那么该物体所受压强 P 与受力面积 S 之间的关系用图象表示大致为().

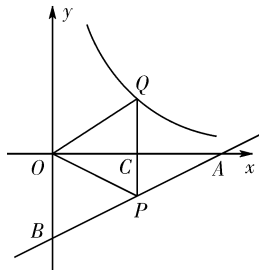


二、填空题

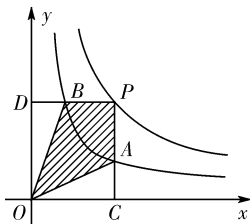
9. 如图,直角坐标系内有一条直线和一条曲线,这条直线和 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 B ,且 $OA = OB = 1$. 这条曲线是函数 $y = \frac{1}{2x}$ 的图象在第一象限内的一个分支, P 是这条曲线上任意一点,它的坐标是 (a, b) ,由点 P 分别向 x 轴、 y 轴作垂线 PM 、 PN ,垂足分别为 M 、 N ,直线 AB 分别交 PM 、 PN 于点 E 、 F ,则 $AF \cdot BE =$ _____.



(第 9 题)



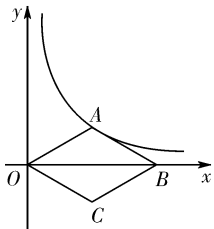
(第 10 题)



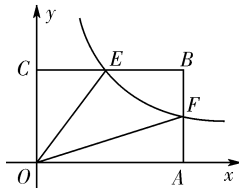
(第 11 题)

10. 如图,一次函数 $y = \frac{1}{2}x - 2$ 的图象分别交 x 轴、 y 轴于点 A 、 B , P 为 AB 上一点且 PC 为三角形 AOB 的中位线, PC 的延长线交反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象于点 Q , $S_{\triangle OPQ} = \frac{5}{2}$, 则 $k =$ _____.
11. 两个反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 和 $y = \frac{1}{x}$ 在第一象限内的图象如图所示,点 P 在函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, $PC \perp x$ 轴,垂足为 C ,交函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象于点 A , $PD \perp y$ 轴,垂足为 D ,交函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象于点 B ,当点 P 在 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上运动时,下列结论:
- ① $\triangle ODB$ 与 $\triangle OCA$ 的面积相等;
 - ② 四边形 $PAOB$ 的面积不会发生变化;
 - ③ PA 与 PB 始终相等;
 - ④ 当 A 是 PC 的中点时, B 一定是 PD 的中点.
- 其中一定正确的是 _____.(把你认为正确结论的序号都填上)

12. 如图,在平面直角坐标系中, O 为原点,菱形 $OABC$ 的对角线 OB 在 x 轴上,顶点 A 在反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象上,则菱形的面积为_____.



(第12题)



(第13题)

13. 如图,双曲线 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 过矩形 $OACB$ 的边 AB 、 BC 的中点 F 、 E ,且四边形 $OEBF$ 的面积为2,则 k =_____.
14. 设函数 $y=\frac{2}{x}$ 与 $y=x-1$ 的图象的交点坐标为 (a,b) ,则 $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$ 的值为_____.

三、解答题

15. 已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象与二次函数 $y=ax^2+x-1$ 的图象相交于点 $(2,2)$.

(1)求 a 和 k 的值;

(2)反比例函数的图象是否经过二次函数图象的顶点,为什么?

16. 已知正比例函数 $y=kx$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{5-k}{x}(k$ 为常数, $k\neq 0)$ 的图象有一个交点的横坐标是2.

(1)求两个函数图象的交点坐标;

(2)若点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 在反比例函数 $y=\frac{5-k}{x}$ 图象上,且 $x_1 < x_2$,试比较 y_1, y_2 的大小.

17. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象过第二象限内的点 $A(-2, m)$, $AB \perp x$ 轴, 垂足为 B ,

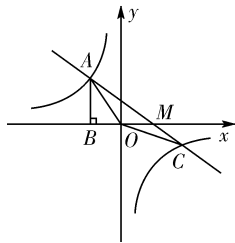
且 $\text{Rt}\triangle AOB$ 面积为 3.

(1) 求 k 和 m 的值;

(2) 若直线 $y = ax + b$ 过点 A , 且过反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上另一点 $C\left(n, -\frac{3}{2}\right)$.

① 求直线 $y = ax + b$ 的解析式;

② 设直线 $y = ax + b$ 与 x 轴交于点 M , 求 $\triangle AOC$ 的面积.



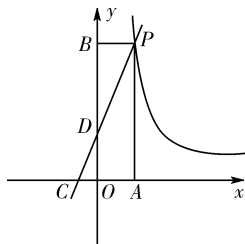
(第 17 题)

18. 如图, 一次函数 $y = kx + 2$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象交于点 P , 点 P 在第一象限. $PA \perp x$ 轴, $PB \perp y$ 轴, 垂足分别为 A, B . 一次函数的图象分别交 x 轴、 y 轴于点 C, D , 且 $S_{\triangle PBD} = 4, \frac{OC}{OA} = \frac{1}{2}$.

(1) 求点 D 的坐标;

(2) 求一次函数与反比例函数的解析式;

(3) 根据图象, 写出当 $x > 0$ 时, 一次函数的值大于反比例函数的值的 x 的取值范围.



(第 18 题)

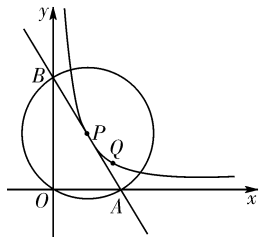
19. 如图, 在平面直角坐标系中, O 为坐标原点, P 是反比例函数 $y = \frac{6}{x} (x > 0)$ 图象上的任意一点, 以点 P 为圆心, PO 为半径的圆与 x, y 轴分别交于点 A, B .

(1) 判断点 P 是否在线段 AB 上, 说明理由;

(2) 求 $\triangle AOB$ 的面积;

(3) Q 是反比例函数 $y = \frac{6}{x} (x > 0)$ 图象上异于点 P 的另一个点, 请以 Q 为圆心, QO 为

半径画圆与 x, y 轴分别交于点 M, N , 连接 AN, MB . 求证: $AN \parallel MB$.



(第 19 题)

3.4 反比例函数

1. A 2. A 3. C 4. B 5. D 6. D 7. A 8. C

9. 1 10. 3 11. ①②④ 12. 4 13. 2 14. $-\frac{1}{2}$

15. (1) 由二次函数 $y=ax^2+x-1$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 交于

点 $(2, 2)$, 得 $2=4a+2-1$, 解得 $a=\frac{1}{4}$.

由 $2=\frac{k}{2}$, 得 $k=4$.

(2) 反比例函数的图象过二次函数图象的顶点. 理由如下:

由(1)知二次函数和反比例函数的关系式分别是 $y=$

$$\frac{1}{4}x^2+x-1 \text{ 和 } y=\frac{4}{x}.$$

$$\text{因为 } y=\frac{1}{4}x^2+x-1=\frac{1}{4}(x+2)^2-2,$$

所以二次函数图象的顶点坐标是 $(-2, -2)$.

因为当 $x=-2$ 时, $y=\frac{4}{-2}=-2$, 所以反比例函数的图象

经过二次函数图象的顶点.

16. (1) 由题意, 得 $2k=\frac{5-k}{2}$, 解得 $k=1$.

所以正比例函数的表达式为 $y=x$, 反比例函数的表达式

$$\text{为 } y=\frac{4}{x}.$$

$$\text{由 } x=\frac{4}{x}, \text{ 解得 } x=\pm 2.$$

故两函数图象的交点坐标为 $(2, 2), (-2, -2)$.

(2) 因为反比例函数 $y=\frac{4}{x}$ 的图象分别在第一、三象限

内, 且在每个象限内 y 随 x 值的增大而减小,

所以当 $x_1 < x_2 < 0$ 时, $y_1 > y_2$;

当 $0 < x_1 < x_2$ 时, $y_1 > y_2$;

当 $x_1 < 0 < x_2$ 时, $y_1 < y_2$.

17. (1) 依题意知 $S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}OB \cdot AB=3$.

$$\text{又 } OB=2,$$

$$\therefore AB=3.$$

$$\therefore m=3.$$

$$\therefore A(-2, 3).$$

$$\text{将 } A(-2, 3) \text{ 代入 } y=\frac{k}{x}, \text{ 得 } k=-6.$$

$$(2) \text{ ① 由(1)知双曲线的解析式为 } y=-\frac{6}{x}.$$

$$\text{把 } \left(n, -\frac{3}{2}\right) \text{ 代入, 得 } n=4.$$

$$\therefore C\left(4, -\frac{3}{2}\right), A(-2, 3).$$

设过点 A, C 的直线为 $y=ax+b$.

$$\text{由题意, 得 } \begin{cases} -2a+b=3, \\ 4a+b=-\frac{3}{2}, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} a=-\frac{3}{4}, \\ b=\frac{3}{2}. \end{cases}$$

$$\text{故所求直线的解析式为 } y=-\frac{3}{4}x+\frac{3}{2}.$$

$$\text{② 由 ① 知 } y=-\frac{3}{4}x+\frac{3}{2}.$$

$$\text{当 } y=0 \text{ 时, } x=2.$$

$$\therefore OM=2.$$

$$\therefore S_{\triangle AOM}=\frac{1}{2} \times 2 \times 3=3, S_{\triangle COM}=\frac{1}{2} \times 2 \times \frac{3}{2}=\frac{3}{2}.$$

$$\therefore S_{\triangle AOC}=S_{\triangle AOM}+S_{\triangle COM}=3+\frac{3}{2}=\frac{9}{2}.$$

$$\therefore \triangle AOC \text{ 的面积是 } \frac{9}{2}.$$

18. (1) 在 $y=kx+2$ 中, 令 $x=0$, 得 $y=2$,

$$\therefore \text{点 } D \text{ 的坐标为 } (0, 2).$$

$$(2) \because AP \parallel OD,$$

$$\therefore \text{Rt} \triangle PAC \sim \text{Rt} \triangle DOC.$$

$$\therefore \frac{OC}{OA}=\frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{OD}{AP}=\frac{OC}{AC}=\frac{1}{3}.$$

$$\therefore AP=6.$$

$$\text{又 } BD=6-2=4,$$

$$\therefore \text{由 } S_{\triangle PBD}=4, \text{ 可得 } BP=2.$$

$$\therefore P(2, 6).$$

把点 $P(2, 6)$ 分别代入 $y=kx+2$ 与 $y=\frac{m}{x}$, 可得一次函

数解析式为 $y=2x+2$, 反比例函数解析式为 $y=\frac{12}{x}$.

(3) x 的取值范围是 $x>2$.

19. (1) 点 P 在线段 AB 上. 理由如下:

$$\because \text{点 } O \text{ 在 } \odot P \text{ 上且 } \angle AOB=90^\circ,$$

$$\therefore AB \text{ 是 } \odot P \text{ 的直径.}$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 在线段 } AB \text{ 上.}$$

(2) 过点 P 作 $PP_1 \perp x$ 轴, $PP_2 \perp y$ 轴, PP_1, PP_2 是 $\triangle AOB$ 的中位线.

$$\therefore S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2} \cdot 2PP_1 \cdot 2PP_2=2PP_1 \cdot PP_2.$$

$$\because \text{点 } P \text{ 在 } y=\frac{6}{x}(x>0) \text{ 图象上,}$$

$$\therefore S_{\triangle AOB}=12.$$

(3) 连接 MN , 则 MN 过点 Q , 且 $S_{\triangle MON}=S_{\triangle AOB}=12$.

$$\therefore OA \cdot OB=OM \cdot ON.$$

$$\therefore \frac{OA}{OM}=\frac{ON}{OB}, \angle AON=\angle MOB.$$

$$\therefore \triangle AON \sim \triangle MOB.$$

$$\therefore \angle OAN=\angle OMB.$$

$$\therefore AN \parallel MB.$$