

2.2 分式方程

班级_____ 姓名_____

一、选择题

1. 若分式 $\frac{x-1}{x+2}$ 的值为零,则 x 的值是().
A. 0
B. 1
C. -1
D. -2
2. 分式方程 $\frac{x}{x-3}=\frac{x+1}{x-1}$ 的解为().
A. $x=1$
B. $x=-1$
C. $x=3$
D. $x=-3$
3. 方程 $\frac{2x}{x+1}-1=\frac{1}{x+1}$ 的解是().
A. -1
B. 2
C. 1
D. 0
4. 货车行驶 25 千米与小车行驶 35 千米所用的时间相同,已知小车每小时比货车多行驶 20 千米,则两车的速度各为多少? 设货车的速度为 x 千米/小时,依题意列方程正确的是().
A. $\frac{25}{x}=\frac{35}{x-20}$
B. $\frac{25}{x-20}=\frac{35}{x}$
C. $\frac{25}{x}=\frac{35}{x+20}$
D. $\frac{25}{x+20}=\frac{35}{x}$

二、填空题

5. 新定义: $[a,b]$ 为一次函数 $y=ax+b(a\neq 0, a, b$ 为实数)的“关联数”. 若“关联数” $[1, m-2]$ 的一次函数是正比例函数,则关于 x 的方程 $\frac{1}{x-1}+\frac{1}{m}=1$ 的解为_____.
6. 若方程 $\frac{5+m}{x-2}+1=\frac{1}{x-2}$ 无解,则 $m=$ _____.
7. 若方程 $\frac{2x+a}{x-1}=1$ 的解是非负数,则 a 的取值范围是_____.
8. 轮船顺水航行 40 km 所需的时间和逆水航行 30 km 所需的时间相同. 已知水流速度为 3 km/h,设轮船在静水中的速度为 x km/h,则可列方程为_____.
9. 某市为治理污水,需要铺设一段全长为 300 m 的污水排放管道. 铺设 120 m 后,为了尽量减少施工对城市交通所造成的影响,后来每天的工效比原计划增加 20%,结果共用 30 天完成这一任务,求原计划每天铺设管道的长度. 如果设原计划每天铺设 x m 管道,那么根据题意,可得方程_____.
10. 在 5 月汛期,重庆某沿江村庄因洪水而沦为孤岛. 当时洪水流速为 10 千米/时,张师傅奉命用冲锋舟去救援,他发现沿洪水以最大速度顺流航行 2 千米所用时间,与以最大速度逆流航行 1.2 千米所用时间相等. 请你计算出该冲锋舟在静水中的最大航速为_____.

三、计算题

11. 解方程： $\frac{2}{x+2} = \frac{3}{x-2}$.

12. 解方程： $\frac{2-x}{3+x} = \frac{1}{2} + \frac{1}{x+3}$.

13. 解方程： $\frac{x}{x-2} - 1 = \frac{8}{x^2-4}$.

14. 解方程： $\frac{2(x+1)^2}{x^2} + \frac{x+1}{x} - 6 = 0$.

15. 解方程： $\frac{1}{x-2} = \frac{3}{x}$.

四、解答题

16. 甲、乙两人从学校出发,前往距学校 12 km 的新华书店. 甲每小时比乙多走 2 km,乙比甲提前 1 小时出发,结果两人同时到达. 求甲、乙两人每小时各走多少千米.

17. 甲、乙两组工人合作某项工作,10 天以后,因甲组另有任务,乙组再单独干 2 天,才能完成. 如果单独完成这项工作,甲组比乙组快 4 天. 若设乙组单独完成工作需要 x 天.

(1)甲组单独完成工作需要_____天;(用含 x 的式子表示)

(2)甲、乙两组工人每天的工作效率分别为_____;(用含 x 的式子表示)

(3)根据题意列方程,求乙组单独完成任务需要多少天.

18. 随着合肥市大建设大发展的推进,金寨路修建起了高架桥.某工程队承担了铺设其中一段长3 400 m高架桥的任务,铺设了1 800 m后,该工程队改进技术,平均每天比原来多铺设10 m,结果共用了100天完成任务.试问:该工程队改进技术后平均每天铺设道路多少米?
19. A、B两种机器人都被用来搬运化工原料,A型机器人比B型机器人每小时多搬运20 kg,A型机器人搬运1 000 kg所用的时间与B型机器人搬运800 kg所用的时间相等,试问:A、B两种机器人每小时分别搬运多少化工原料?
20. 在社区全民健身活动中,父子俩参加跳绳比赛,相同时间内父亲跳了180个,儿子跳了210个,已知儿子每分钟比父亲多跳20个.父亲、儿子每分钟各跳多少个?
21. 铭润超市用5 000元购进一批新品种的苹果进行试销,由于销售状况良好,超市又调拨11 000元资金购进该品种苹果,但这次的进货价比试销时每千克多了0.5元,购进苹果数量是试销时的2倍.
- (1)试销时该品种苹果的进货价是每千克多少元?
- (2)如果超市将该品种苹果按每千克7元的定价出售,当大部分苹果售出后,余下的400 kg按定价的七折(“七折”即定价的70%)售完,那么超市在这两次苹果销售中共盈利多少元?

22. 某服装厂设计了一款新式夏装,想尽快制作 8 800 件投入市场,服装厂有 A、B 两个制衣车间,A 车间每天加工的数量是 B 车间的 1.2 倍,A、B 两车间共同完成一半后,A 车间出现故障停产,剩下全部由 B 车间单独完成,结果前后共用 20 天完成,问:A、B 两车间每天分别能加工多少件?

23. “五一”期间,九(1)班同学从学校出发,去距学校 6 km 的本溪水洞游玩,同学们分为步行和骑自行车两组,在去水洞的全过程中,骑自行车的同学比步行的同学少用 40 分钟,已知骑自行车的速度是步行速度的 3 倍.

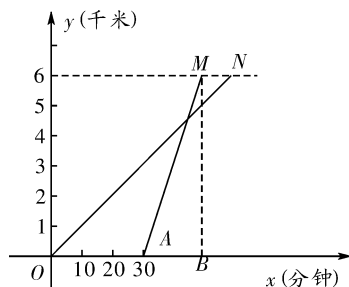
(1)求步行的同学每分钟走多少千米;

(2)如图是两组同学前往水洞时所行走的路程 y (km)与时间 x (分钟)的函数图象.

完成下列填空:

①表示骑自行车同学的函数图象是线段_____;

②已知点 A 的坐标为(30,0),则点 B 的坐标为_____.



(第 23 题)

24. 某镇道路改造工程,由甲、乙两工程队合做 20 天可完成.甲工程队单独施工比乙工程队单独施工多用 30 天可完成此项工程.

(1)求甲、乙两工程队单独完成此项工程各需要多少天?

(2)若甲工程队单独做 a 天后,则再由甲、乙两工程队合做_____天可完成此项工程;(用含 a 的代数式表示)

(3)如果甲工程队施工每天需付施工费 1 万元,乙工程队施工每天需付施工费 2.5 万元,甲工程队至少要单独施工多少天后,再由甲、乙两工程队合作完成剩下的工程,才能使施工费不超过 64 万元?

2.2 分式方程

1. B 2. D 3. B 4. C

5. $x=3$ 6. -4

7. $a \leq -1$ 且 $a \neq -2$ 8. $\frac{40}{x+3} = \frac{30}{x-3}$

9. $\frac{120}{x} + \frac{300-120}{(1+20\%)x} = 30$ 或 $\frac{120}{x} + \frac{180}{1.2x} = 30$

10. 40 千米/时

11. 方程两边同乘 $(x+2)(x-2)$, 解得 $x=-10$.

12. 经检验 $\frac{1}{3}x = -10$ 是原方程的解.

13. 原方程即: $\frac{x}{x-2} - 1 = \frac{8}{(x+2)(x-2)}$, 方程两边同时乘以 $(x+2)(x-2)$, 得 $x(x+2) - (x+2)(x-2) = 8$, 化简, 得 $2x+4=8$, 解得 $x=2$.

检验: $x=2$ 时, $(x+2)(x-2)=0$, 所以 $x=2$ 不是原分式方程的解.

故原分式方程无解.

14. 设 $\frac{x+1}{x} = y$, 则原方程可化为 $2y^2 + y - 6 = 0$, 解得 $y_1 = \frac{3}{2}$,

$y_2 = -2$, 即 $\frac{x+1}{x} = \frac{3}{2}$ 或 $\frac{x+1}{x} = -2$, 解得 $x_1 = 2, x_2 = -\frac{1}{3}$.

经检验, $x_1 = 2, x_2 = -\frac{1}{3}$ 是原方程的解.

15. 方程两边同乘 $x(x-2)$, 得 $x=3(x-2)$.

解得 $x=3$.

检验: 当 $x=3$ 时, $x(x-2) \neq 0$.

所以 $x=3$ 是原方程的解.

16. 设甲每小时走 x km. 根据题意, 得 $\frac{12}{x} = \frac{12}{x-2} - 1$.

整理, 得 $x^2 - 2x - 24 = 0$.

解得 $x_1 = 6, x_2 = -4$ (舍去).

经检验, $x_1 = 6$ 是原方程的解. 所以 $x-2=4$.

故甲每小时走 6 km, 乙每小时走 4 km.

17. (1) $x-4$ (2) $\frac{1}{x-4} \cdot \frac{1}{x}$

(3) 根据题意, 得 $10 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-4} \right) + \frac{2}{x} = 1$.

解得 $x_1 = 2, x_2 = 24$.

经检验, $x_1 = 2, x_2 = 24$ 都是方程的解, 但这里 $x=2$ 不合题意, 故舍去.

则 $x=24$.

故乙组单独完成任务需要 24 天.

18. 设该工程队改进技术后平均每天铺设道路 x m.

根据题意, 得 $\frac{1800}{x-10} + \frac{3400-1800}{x} = 100$.

解得 $x_1 = 4, x_2 = 40$.

经检验, $x_1 = 4, x_2 = 40$ 都是原方程的解, 但 $x_1 = 4$ 不合题意, 舍去.

故该工程队改进技术后平均每天铺设道路 40 米.

19. 设 A 型机器人每小时搬运化工原料 x kg, 则 B 型机器人每小时搬运 $(x-20)$ kg.

依题意, 得 $\frac{1000}{x} = \frac{800}{x-20}$.

解得 $x=100$.

经检验, $x=100$ 是方程的解, 所以 $x-20=80$.

故 A、B 两种机器人每小时分别搬运化工原料 100 kg 和 80 kg.

20. 设父亲每分钟跳 x 个, 则儿子每分钟跳 $(x+20)$ 个.

由题设, 得 $\frac{180}{x} = \frac{210}{x+20}$.

解得 $x=120$, 检验知 $x=120$ 是方程的解.

故父亲每分钟跳 120 个, 儿子每分钟跳 140 个.

21. (1) 设试销时该品种苹果的进货价是每千克 x 元.

依题意, 得 $\frac{11000}{x+0.5} = \frac{5000}{x} \times 2$.

解得 $x=5$.

经检验, $x=5$ 是原方程的解.

故试销时该品种苹果的进货价是每千克 5 元.

(2) 试销时购进苹果的数量为 $\frac{5000}{5} = 1000$ (kg),

第二次购进苹果的数量为 $2 \times 1000 = 2000$ (kg),

两次一共盈利: $2600 \times 7 + 400 \times 7 \times 0.7 - 5000 - 11000 = 4160$ (元).

故超市在这两次苹果销售中共盈利 4160 元.

22. 设 B 车间每天能加工 x 件, 则 A 车间每天能加工 $1.2x$ 件. 由题意, 得

$\frac{4400}{x+1.2x} + \frac{4400}{x} = 20$, 解得 $x=320$.

经检验 $x=320$ 是原分式方程的解.

故 B 车间每天能加工 320 件, A 车间每天能加工 $1.2 \times 320 = 384$.

23. (1) 设步行的同学每分钟走 x km, 则骑自行车的同学每分钟走 $3x$ km.

根据题意, 得 $\frac{6}{x} = \frac{6}{3x} + 40$.

解得 $x = \frac{1}{10}$.

经检验, $x = \frac{1}{10}$ 是原方程的解.

故步行的同学每分钟走 $\frac{1}{10}$ km.

(2) ①MA ②(50, 0)

24. (1) 设乙独做 x 天完成此项工程, 则甲独做 $(x+30)$ 天完成此项工程.

根据题意, 得 $20\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+30}\right) = 1$.

解得 $x_1 = 30, x_2 = -20$.

经检验, $x_1 = 30, x_2 = -20$ 都是原方程的解, 但 $x_2 = -20$

不符合题意, 舍去.

$\therefore x + 30 = 60$.

故甲、乙两工程队单独完成此项工程分别需要 60 天、30 天.

(2) $20 - \frac{a}{3}$

(3) 根据题意, 得 $1 \times a + (1 + 2.5)\left(20 - \frac{a}{3}\right) \leq 64$.

解得 $a \geq 36$.

故甲工程队至少要独做 36 天后, 再由甲、乙两工程队合作完成剩下的此项工程, 才能使施工费不超过 64 万元.