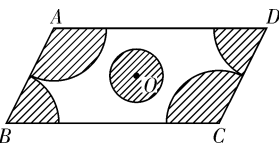


4.4 多边形与平行四边形

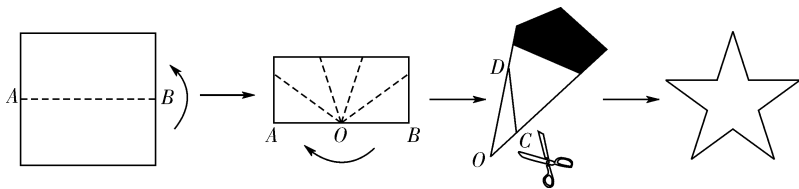
班级_____ 姓名_____

一、选择题

1. 五边形的内角和是().
A. 180° B. 360° C. 540° D. 720°
2. 一居民小区计划将小区内的一块平行四边形 $ABCD$ 场地进行绿化,如图所示的阴影部分为绿化地,以 A 、 B 、 C 、 D 为圆心且半径均为 3 m 的四个扇形的半径等于图中 $\odot O$ 的直径,已测得 $AB=6$ m,则绿化地的面积为().
A. $18\pi \text{ m}^2$ B. $36\pi \text{ m}^2$
C. $\frac{45}{4}\pi \text{ m}^2$ D. $\frac{9}{2}\pi \text{ m}^2$
3. 如图,一张长方形纸沿 AB 对折,以 AB 的中点 O 为顶点将平角 B 五等分,并沿五等分的折线折叠,再沿 CD 剪开,使展开后为正五角星(正五边形对角线所构成的图形),则 $\angle OCD$ 等于().

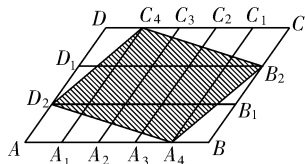


(第2题)

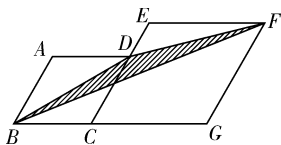


(第3题)

- A. 108° B. 144° C. 126° D. 129°
4. 正方形内有一点 A ,到各边的距离从小到大依次是 1,2,3,4,则正方形的周长是().
A. 10 B. 20 C. 24 D. 25
5. 下列命题:①若 $a>0, b>0$,则 $ab>0$;②平行四边形的对角线互相垂直平分;③若 $|x|=2$,则 $x=2$;④圆的切线垂直于经过切点的直径,其中真命题是().
A. ①④ B. ①③ C. ②④ D. ①②
6. 如图,在平行四边形 $ABCD$ 中,点 A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4 和 C_1 、 C_2 、 C_3 、 C_4 分别是边 AB 和 CD 的五等分点,点 B_1 、 B_2 和 D_1 、 D_2 分别是边 BC 和 DA 的三等分点.已知四边形 $A_4B_2C_4D_2$ 的面积为 1,则平行四边形 $ABCD$ 的面积为().



(第6题)



(第7题)

7. 如图,菱形 $ABCD$ 和菱形 $ECGF$ 的边长分别为 2 和 3, $\angle A=120^\circ$,则图中阴影部分的面积

积是().

A. $\sqrt{3}$

B. 2

C. 3

D. $\sqrt{2}$

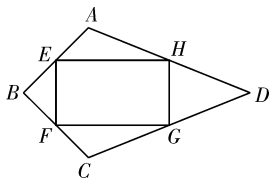
8. 如图, E, F, G, H 分别是四边形 $ABCD$ 各边的中点, 则四边形 $EFGH$ 的形状一定是().

A. 平行四边形

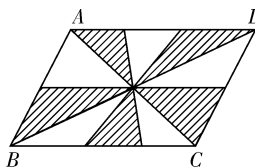
B. 矩形

C. 正方形

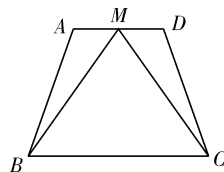
D. 菱形



(第 8 题)



(第 9 题)



(第 10 题)

9. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, AC, BD 为对角线, $BC=6$, 边 BC 上的高为 4, 则阴影部分的面积为().

A. 3

B. 6

C. 12

D. 24

10. 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 点 M 是 AD 的中点, 且 $MB=MC$, 若 $AD=4, AB=6, BC=8$, 则梯形 $ABCD$ 的周长为().

A. 22

B. 24

C. 26

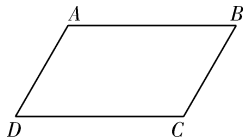
D. 28

二、填空题

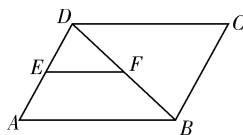
11. 七边形的内角和为 _____, 外角和为 _____.

12. 已知命题“如果一个平行四边形的两条对角线互相垂直, 那么这个平行四边形是菱形”, 它的逆命题为 _____.

13. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $\angle A=120^\circ$, 则 $\angle D=$ _____.



(第 13 题)

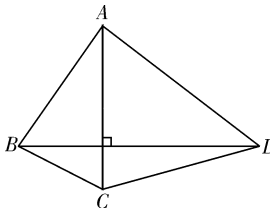


(第 14 题)

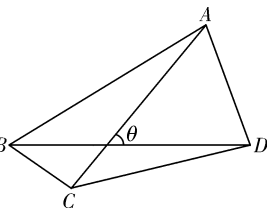
14. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, BD 为对角线, E, F 分别是 AD, BD 的中点, 连接 EF . 若 $EF=3$, 则 CD 的长为 _____.

15. 若一个凸多边形的内角和与外角和相等, 则它是 _____ 边形.

16. 四边形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 的长分别为 m, n , 可以证明当 $AC \perp BD$ 时(如图(1)), 四边形 $ABCD$ 的面积 $S = \frac{1}{2}mn$, 那么当 AC, BD 所夹的锐角为 θ 时(如图(2)), 四边形 $ABCD$ 的面积 $S =$ _____.(用含 m, n, θ 的式子表示)

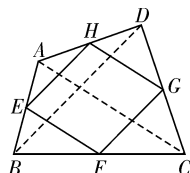


(1)



(2)

(第 16 题)



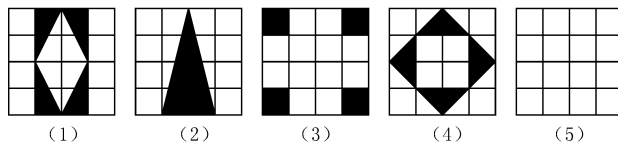
(第 18 题)

17. 等腰梯形两组对边中点连成线段的平方和为 8, 则这个等腰梯形的对角线长为 _____.

18. 如图,在四边形 $ABCD$ 中, E 、 F 、 G 、 H 分别是边 AB 、 BC 、 CD 、 DA 的中点. 请你添加一个条件,使四边形 $EFGH$ 为矩形,应添加的条件是_____.

三、解答题

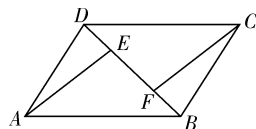
19. (1)观察图中阴影部分构成的图案,请写出这四个图案都具有的两个特征;
(2)借助图中的网格,请设计一个新的图案,使该图案同时具有你在解答(1)中所写的两个共同特征.(注意:新图案不能与已知图案相同)



(第 19 题)

20. 如图,已知在平行四边形 $ABCD$ 中, $BE=DF$.

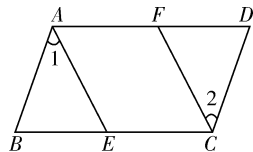
求证: $\angle DAE = \angle BCF$.



(第 20 题)

21. 如图,四边形 $ABCD$ 是平行四边形, E 、 F 分别是边 BC 、 AD 上的点, $\angle 1 = \angle 2$.

求证: $\triangle ABE \cong \triangle CDF$.

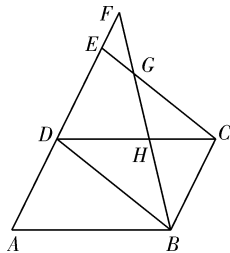


(第 21 题)

22. 如图,在平行四边形 $ABCD$ 的边 AD 的延长线上截取 $DE=AD$, F 是 AE 延长线上的一点,连接 BD 、 CE 、 BF , BF 分别交 CE 、 CD 于点 G 、 H . 求证:

(1) $\triangle ABD \cong \triangle DCE$;

(2) $CE : CG = DF : AD$.

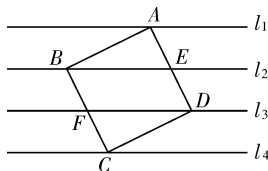


(第 22 题)

23. 如图, l_1, l_2, l_3, l_4 是同一平面内的四条平行直线, 且相邻的两条平行直线间的距离为 h , 正方形 $ABCD$ 的四个顶点分别在这四条直线上, 且正方形 $ABCD$ 的面积是 25.

(1) 连接 EF , 证明: $\triangle ABE$ 、 $\triangle FBE$ 、 $\triangle EDF$ 、 $\triangle CDF$ 的面积相等;

(2) 求 h 的值.



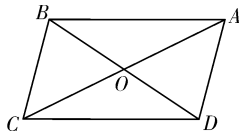
(第 23 题)

24. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 和 BD 相交于点 O , $AC=10$, $BD=8$.

(1) 若 $AC \perp BD$, 试求四边形 $ABCD$ 的面积;

(2) 若 AC 与 BD 的夹角 $\angle AOD = 60^\circ$, 求四边形 $ABCD$ 的面积;

(3) 试讨论: 若把题目中“平行四边形 $ABCD$ ”改为“四边形 $ABCD$ ”, 且 $\angle AOD = \theta$, $AC=a$, $BD=b$, 试求四边形 $ABCD$ 的面积. (用含 θ, a, b 的代数式表示)



(第 24 题)

4.4 多边形与平行四边形

1. C 2. C 3. C 4. B 5. A 6. C 7. A 8. A 9. C 10. B
11. 900° 360° 12. 菱形的两条对角线互相垂直
13. 60° 14. 6 15. 四 16. $\frac{1}{2}mn\sin\theta$

17. $2\sqrt{2}$

18. 答案不唯一, 如 $AC \perp BD$.

19. (1) 答案不唯一, 例如: ①都是轴对称图形; ②面积都等于四个小正方形的面积之和.

(2) 略

20. $\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$$\therefore AD \parallel BC, \text{ 且 } AD = BC.$$

$$\therefore \angle ADE = \angle BCF.$$

$$\text{又 } BE = DF,$$

$$\therefore BF = DE.$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBF (\text{SAS}).$$

$$\therefore \angle DAE = \angle BCF.$$

21. $\because$ $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AB = CD, \angle B = \angle D.$$

$$\text{又 } \angle 1 = \angle 2,$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF.$$

22. (1) 先证四边形 $DBCE$ 为平行四边形, 则 CE 平行且等于 DB , 且 $\angle ADB = \angle DEC$, $AD = BC = DE$. 所以 $\triangle ABD \cong \triangle DCE$.

$$(2) \text{ 由 } \triangle DBF \cong \triangle CGB, \text{ 可得 } \frac{DB}{DF} = \frac{CG}{CB}.$$

$$\text{又 因为 } CE = DB, CB = AD, \text{ 所以 } \frac{EC}{DF} = \frac{CG}{AD}.$$

$$\text{即 } CE : CG = DF : AD.$$

23. 如图, 连接 EF .

$$\because l_1 \parallel l_2 \parallel l_3 \parallel l_4, \text{ 且 四边形 } ABCD \text{ 是正方形,}$$

$$\therefore BE \parallel FD, BF \parallel ED.$$

$$\therefore \text{ 四边形 } EBF D \text{ 为平行四边形.}$$

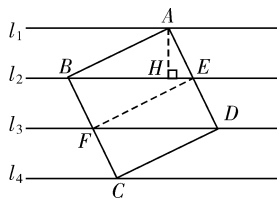
$$\therefore BE = FD.$$

$$\text{又 相邻两条平行线之间的距离为 } h,$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} BE \cdot h, S_{\triangle FBE} = \frac{1}{2} BE \cdot h,$$

$$S_{\triangle EDF} = \frac{1}{2} FD \cdot h, S_{\triangle CDF} = \frac{1}{2} FD \cdot h.$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = S_{\triangle FBE} = S_{\triangle EDF} = S_{\triangle CDF}.$$



(第 23 题)

- (2) 如图, 过点 A 作 $AH \perp BE$, 垂足为 H .

$$\text{方法一: } \because S_{\triangle ABE} = S_{\triangle FBE} = S_{\triangle EDF} = S_{\triangle CDF},$$

$$\text{又 正方形 } ABCD \text{ 的面积是 } 25,$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = \frac{25}{4}, \text{ 且 } AB = AD = 5.$$

$$\text{又 } l_1 \parallel l_2 \parallel l_3 \parallel l_4,$$

$$\therefore E, F \text{ 分别是 } AD \text{ 与 } BC \text{ 的中点.}$$

$$\therefore AE = \frac{1}{2} AD = \frac{5}{2}.$$

$$\therefore \text{ 在 } \text{Rt} \triangle ABE \text{ 中, } BE = \sqrt{AB^2 + AE^2} = \frac{5\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{又 } AB \cdot AE = BE \cdot AH,$$

$$\therefore AH = \frac{AB \cdot AE}{BE} = \frac{5 \times \frac{5}{2}}{\frac{5\sqrt{5}}{2}} = \sqrt{5}.$$

方法二: 不妨设 $BE = FD = x (x > 0)$,

$$\text{则 } S_{\triangle ABE} = S_{\triangle FBE} = S_{\triangle EDF} = S_{\triangle CDF} = \frac{xh}{2}.$$

$$\text{又 正方形 } ABCD \text{ 的面积是 } 25,$$

$$\therefore S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} xh = \frac{25}{4}, \text{ 且 } AB = 5.$$

$$\text{则 } xh = \frac{25}{2}.$$

①

$$\text{又 在 } \text{Rt} \triangle ABE \text{ 中, } AE = \sqrt{BE^2 - AB^2} = \sqrt{x^2 - 5^2},$$

$$\text{又 } \angle BAE = 90^\circ, AH \perp BE,$$

$$\therefore \text{Rt} \triangle ABE \sim \text{Rt} \triangle HAE.$$

$$\therefore \frac{AH}{BA} = \frac{AE}{BE}, \text{ 即 } \frac{h}{5} = \frac{\sqrt{x^2 - 5^2}}{x}.$$

$$\text{变形, 得 } (hx)^2 = 25(x^2 - 5^2).$$

②

$$\text{把 ① 两边平方后代入 ②, 得 } \frac{25^2}{4} = 25(x^2 - 5^2).$$

$$\text{解得 } x = \frac{5\sqrt{5}}{2} (x = -\frac{5\sqrt{5}}{2} \text{ 舍去}).$$

把 $x = \frac{5\sqrt{5}}{2}$ 代入①, 得 $h = \sqrt{5}$.

24. (1) $\because AC \perp BD$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40$.

(2) 过点 A 作 $AE \perp BD$, 垂足为 E .

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$\therefore AO = CO = \frac{1}{2}AC = 5, BO = DO = \frac{1}{2}BD = 4$.

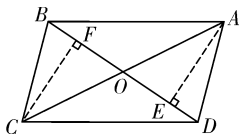
在 $\text{Rt}\triangle AOE$ 中, $\sin \angle AOE = \frac{AE}{AO}$,

$\therefore AE = AO \cdot \sin \angle AOE = AO \times \sin 60^\circ = 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.

$\therefore S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2}OD \cdot AE = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{5\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$.

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 的面积 $S = 4S_{\triangle AOD} = 20\sqrt{3}$.

(3) 如图, 过点 A, C 分别作 $AE \perp BD, CF \perp BD$, 垂足为 E, F .



(第 24 题)

在 $\text{Rt}\triangle AOE$ 中, $\sin \angle AOE = \frac{AE}{AO}$,

则 $AE = AO \cdot \sin \angle AOE = AO \cdot \sin \theta$.

同理可得 $CF = CO \cdot \sin \angle COF = CO \times \sin \theta$.

$$S = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2}BD \cdot AE + \frac{1}{2}BD \cdot CF$$

$$= \frac{1}{2}BD \sin \theta (AO + CO)$$

$$= \frac{1}{2}BD \cdot AC \sin \theta$$

$$= \frac{1}{2}ab \sin \theta.$$

故四边形 $ABCD$ 的面积为 $\frac{1}{2}ab \sin \theta$.