

3月2日更新题目：

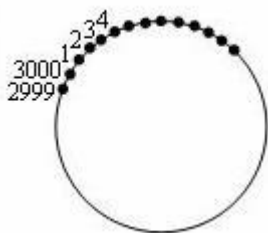
圣诞老人有 36 个同样的礼物，分别装在 8 个袋子中，已知 8 个袋子中礼物的个数至少为 1 且各不相同，现要从中选出一些袋子，将选出的袋子中的所有礼物平均分给 8 个小朋友，恰好分完（每个小朋友至少分得一个礼物），那么，共有多少种不同的选择？

3月1日更新题目答案：

下图的圆周上放置有 3000 枚棋子，按顺时针依次编号为 1, 2, 3, ..., 2999, 3000。首先取走 3 号棋子，然后按顺时针方向，每隔 2 枚棋子就取走 1 枚棋子，..., 直到 1 号棋子被取走为止。问：此时，

(1) 圆周上还有多少枚棋子？

(2) 在圆周上剩下的棋子中，从编号最小一枚棋子开始数，第 181 枚棋子的编号是多少？



解析：此题属于“猫吃老鼠”类型题，题目考查的是童鞋们对于倍数应用的掌握情况以及推理分析找规律的能力，题目较难，需要同学们严格的做好每一步的分析环节。

解：

(1) 第一圈刚好把能被 3 整除的取走，即第一圈最后取走编号为 3000 的，共取走 1000 枚，剩下 2000 枚，此时 1 号仍为第一个。再从这 2000 枚棋子中隔 2 隔取走 1 个，第二圈最后取走的是 2000 枚中的第 1998 枚，共取走 666 枚，第 1999、2000 枚没有取走。再取就是第 1 号了，取走第 1 号时 $1000 + 666 + 1 = 1667$ 枚棋子，还剩下 1333 枚棋子。

(2) 原编号为 1 的棋子被取走后，余下的棋子做三次编号：原编号最小的棋子编号为 1，然后按照顺时针方向依次编号 1、2、3、4.....1332、1333。设第三次编号为 181 的棋子的第二次编号为 x ，则第二圈取走的编号小于 x 的有 $[\frac{x}{3}]$ 个，因此，

$$182 = x - [\frac{x}{3}] = x - \frac{x}{3} + \{\frac{x}{3}\} = \frac{2x}{3} + \{\frac{x}{3}\}$$

$$182 < 182 - \{\frac{x}{3}\} = \frac{2x}{3} \leq \frac{2x}{3} + \{\frac{x}{3}\} = 182$$

解得 $271.5 < x \leq 273$

所以 $x=272$ 或 $x=273$ 。因为按第二次编号取棋子时，也是从第二次编号为 3 的棋子开始，所以，第二次编号为 273 的棋子已经被取走，因此 $x=272$ 。

设第二次编号为 272 的棋子第一次的编号为 Y ，则第一圈取走编号小于 Y 的 $[\frac{Y}{3}]$ 个，因此，有

$$272 = Y - [\frac{Y}{3}] = Y - \frac{Y}{3} + \{\frac{Y}{3}\} = \frac{2Y}{3} + \{\frac{Y}{3}\}$$

$$271 < 272 - \{\frac{Y}{3}\} = \frac{2Y}{3} \leq \frac{2Y}{3} + \{\frac{Y}{3}\} = 272$$

则 $406.5 < Y \leq 408$

所以 $Y=407$ 或 408 。由于 408 是 3 的倍数，原编号为 408 的棋子在第一圈被取走了。因此，第 181 枚棋子的编号是 407。