

3月20日更新题目:

令 $a = 0.123456789101112 \dots 998999$ ，其中的数字是由依次写下正整数1至999得到的，则小数点右边第2007位数字是多少？

3月19日更新题目答案:

以 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，设自然数 n 满足

$$\left[\frac{1}{15}\right] + \left[\frac{2}{15}\right] + \left[\frac{3}{15}\right] + \dots + \left[\frac{n-1}{15}\right] + \left[\frac{n}{15}\right] > 2000, \text{ 则 } n \text{ 的最小值是多少?}$$

解：在这个加法算式中，从第1项开始为14个0，15个1，15个2，...，则 $15 \times (1+2+3+\dots+m) > 2000$

$$15 \times \frac{m(1+m)}{2} > 2000$$

$$m(1+m) > 2000$$

$$m(1+m) > 266$$

$$m > 15$$

$$15 \times (1+2+3+\dots+15) = 1800,$$

之后的数字取整数开始为16，求需要加上几个16才能大于2000。

$$\left[\frac{2000-1800}{16}\right] + 1 = 12 + 1 = 13, \text{ } n \text{ 最小值为 } 14 + 15 \times 15 + 13 = 252.$$

故 n 最小为252。

知识点总结:

高斯记号:

$$[x] \leq x < [x] + 1, \quad x - 1 < [x] \leq x$$

$$[n+x] = n + [x], n \text{ 为整数.}$$