2015年高考全国1卷数学试卷分析

南昌新东方高中部　个性化数学组

一．整体解读

试卷紧扣考试说明，从考生熟悉的基础知识入手，宽角度、多视点、有层次地考查了学生的数学理性思维能力、对数学本质的理解能力及数学素养和潜能的区分度，达到了“考基础、考能力、考素质、考潜能”的考试目标。试卷所涉及的知识内容限定在考试大纲的范围内，几乎覆盖了高中所学知识的全部重要内容，体现了“重点知识重点考查”的原则。

1、回归教材，注重基础

2015 年新课标卷遵循了考查基础知识为主体的原则，尤其是考试说明中的大部分知识点，选择题、填空题考查了复数、三角函数、简易逻辑、概率、解析几何、向量、框图、二项式定理（理科）、线性规划等知识点，大部分属于常规题型，是学生在平时训练中常见的类型。同时，在立体几何、导数等题目上进行了一些微创新，与我国古代《九章算术》中的著名题目相联系，这些题目的设计回归教材和中学教学实际。

2、适当设置题目难度与区分度

与往年新课标卷相对比，今年的选填难度仍然设置在选择题和填空题的最后两道。尤其以选择题第 12 题和填空题第 16 道为代表。有的同学平时此类型的题目见的较少，需要在考场紧张的状态下独自解决，这考查了同学在压力状态下分析问题，解决问题的能力。对此，我们之前给出的建议是，不要在这类型的题目花费过多的时间，从而压缩了后面解答题部分的答题时间，同时也影响考试情绪。

3、布局合理，考查全面，着重数学方法和数学思想的考察

在解答题部分，文、理两科试卷均对高中数学中的重点内容时行了考查。包括数列、立体几何、概率统计、解析几何、导数五大版块和三选一问题。以知识为载体，立意于能力，让数方法和数学思统方式贯穿于整个试题的解答过程之中。

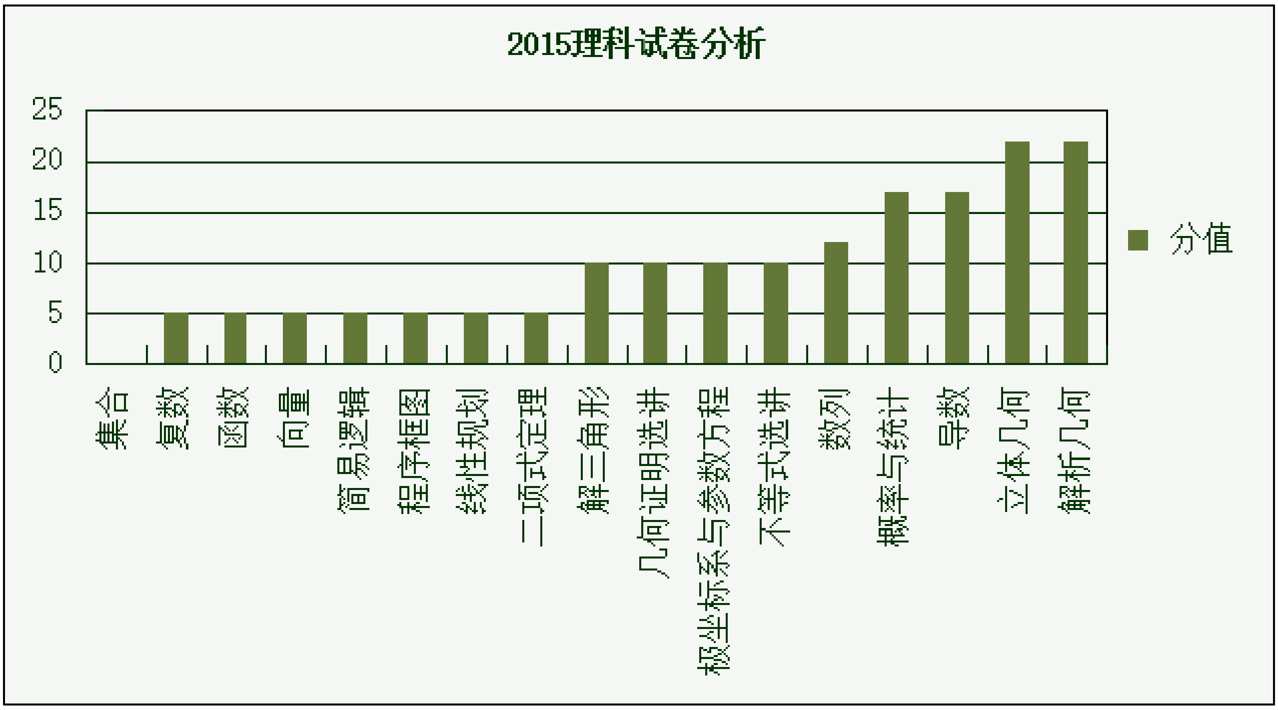
4、命题考察的沿续性

2015 年新课标卷，在力求创新基础上，也有一些不变的东西。例如 2015 年新课标 1 卷理科选择题第 7 题与 2014 年新课标 1 卷文科第 6 题的命题方式基本完全一致。

二．考点分布

1.理科

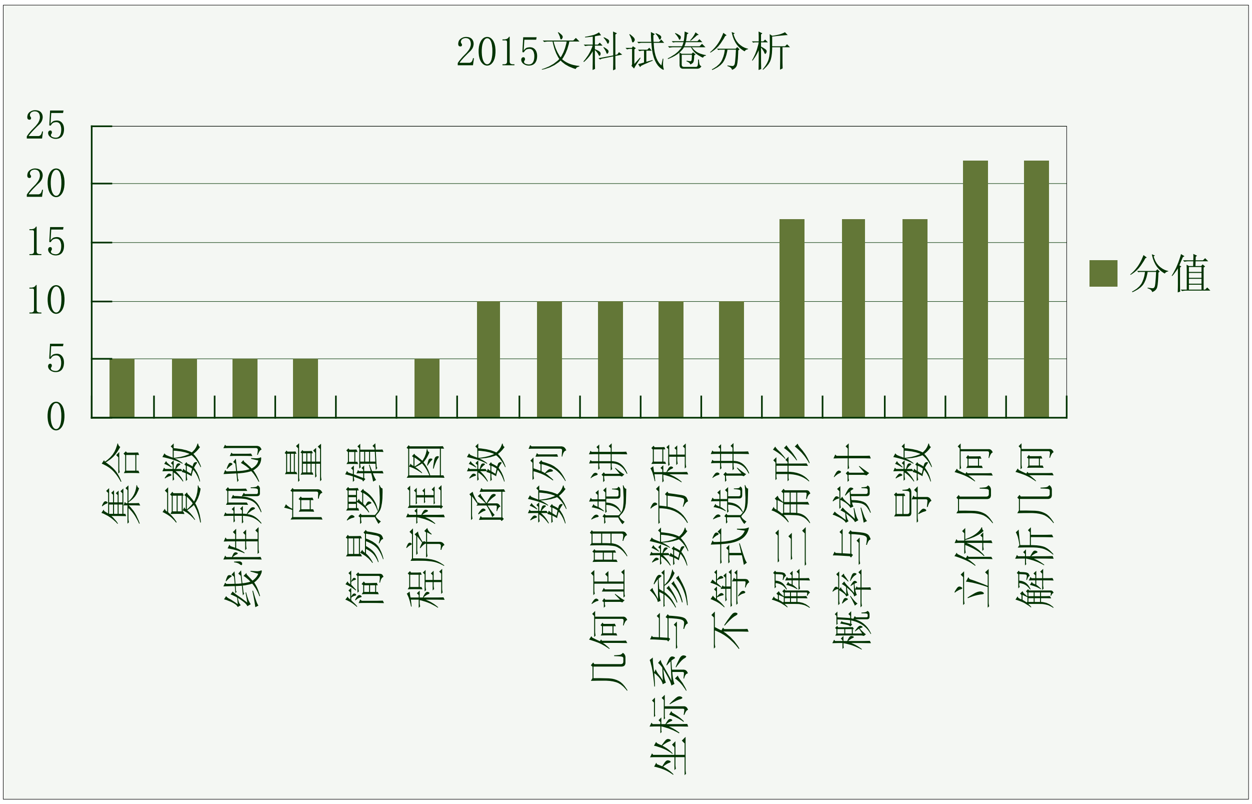
集合	0
复数	5
函数	5
向量	5
简易逻辑	5
程序框图	5
线性规划	5
二项式定理	5
解三角形	10
几何证明选讲	10
坐标系与参数方程	10
不等式选讲	10
数列	12
概率与统计	17
导数	17
立体几何	22
解析几何	22



2.文科

集合	5
复数	5
线性规划	5
向量	5
简易逻辑	5
程序框图	5

函数	10
数列	10
几何证明选讲	10
坐标系与参数方程	10
不等式选讲	10
解三角形	17
概率与统计	17
导数	17
立体几何	22
解析几何	22



三．试题及详解

文科试题

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

（1） 已知集合$A=\{x|x=3n+2,n\in N\}$, $B=\{6,8,10,12,14\}$, 则集合$A\cap B$中元素的个数为

（A）5　　　　（B）4　　　　（C）3　　　　（D）2

（2）已知点$A(0,1)$，$B(3,2)$，向量$\overrightarrow{AC}=(-4,-3)$，则向量$\overrightarrow{BC}=$

（A）(-7，-4)　　　（B）(7,4)　　　（C）(-1,4)　　　（D）(1,4)

（3）已知复数z满足$(z-1)i=1+i$，则$z=$

（A）$-2-i$　　（B）$-2+i$　　（C）$2-i$　　（D）$2+i$

（4）如果 3 个正整数可作为一个直角三角形三条边的边长，则称这 3 个数为一组勾股数，从 1，2，3，4，5 中任取 3 个不同的数，则 3 个数构成一组勾股数的概率为

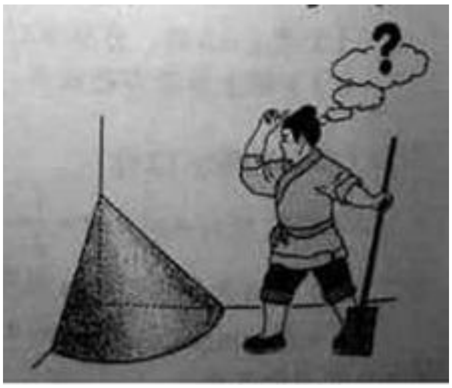
（A）$\frac{3}{10}$　　（B）$\frac{1}{5}$　　（C）$\frac{1}{10}$　　（D）$\frac{1}{20}$

（5）已知椭圆E的中心在坐标原点，离心率为$\frac{1}{2}$，E 的右焦点与抛物线C：$y^2=8x$的焦点重合，A，B是C的准线与E的两个交点，则$|AB|=$

（A）3　　（B）6　　（C）9　　（D）12

（6）《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著，书中有如下问题：“今有委米依垣内角，下周八尺，高五尺。问:积及为米几何?”其意思为:“在屋内墙角处堆放米(如图，米堆为一个圆锥的四分之一)，米堆底部的弧度为 8 尺，米堆的高为 5 尺，问米堆的体积和堆放的米各为多少?”已知 1 斛米的体积约为 1.62 立方尺，圆周率约为 3，估算出堆放的米约有

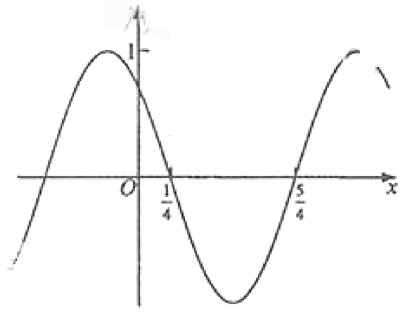
（A）14 斛　　（B）22 斛　　（C）36 斛　　（D）66 斛



（7）已知$\{a_n\}$是公差为 1 的等差数列，S_n为$\{a_n\}$的前n项和，则$S_8=4S_4$，则$a_{10}=$

（A）$\frac{17}{2}$　　（B）$\frac{19}{2}$　　（C）10　　（D）12

（8）函数$f(x)=\cos(\omega x+\varphi)$的部分图像如图所示，则$f(x)$的单调递减区间为

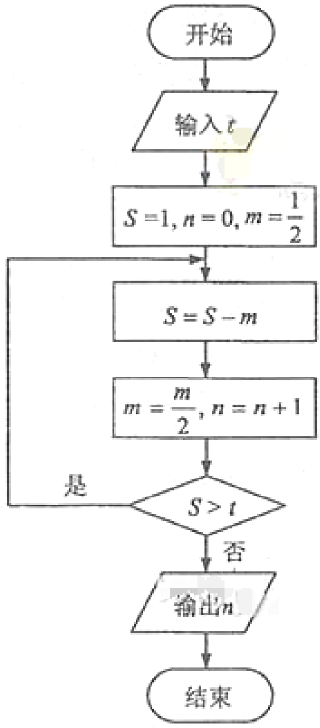


（A）$(k\pi-\frac{1}{4},k\pi+\frac{3}{4}),k\epsilon Z$　　（B）$(2k\pi-\frac{1}{4},2k\pi+\frac{3}{4}),k\epsilon Z$

（C）$(k-\frac{1}{4},k+\frac{3}{4}),k\epsilon Z$　　（D）$(2k-\frac{1}{4},2k+\frac{3}{4}),k\epsilon Z$

（9）执行右面的程序框图，如果输入的 t=0.01，则输出的 n=

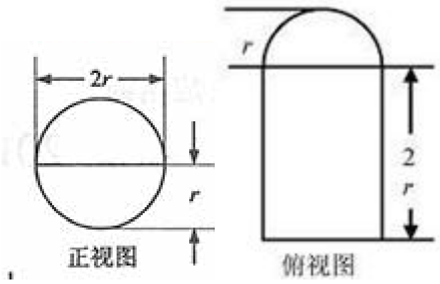
（A）5　　（B）6　　（C）7　　（D）8



（10）已知函数$f(x)=\begin{cases}2^{x-1}-2, & x\le 1\\ -log_2(x+1), & x>1\end{cases}$，且$f(a)=-3$，则$f(6-a)=$

（A）$-\frac{7}{4}$　（B）$-\frac{5}{4}$　（C）$-\frac{3}{4}$　（D）$-\frac{1}{4}$

（11）圆柱被一个平面截去一部分后与半球（半径为 r）组成一个几何体，该几何体三视图中的正视图和俯视图如图所示，若该几何体的表面积为 16+20π，则$r=$



（A） 1 （B） 2 （C） 4 （D） 8

（12）设函数 $y=f(x)$ 的图像与 $y=2^{x+a}$ 的图像关于直线 $y=-x$ 对称，且 $f(-2)+f(-4)=1$，则 $a=$

（A）-1 （B）1 （C）2 （D）4

二. 填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分

（13）在数列$\{a_n\}$中，$a_1=2, a_{n+1}=2a_n, S_n$为$\{a_n\}$的前n项和。若$S_n=126$，则$n=$

（14）已知函数$f(x)=ax^3+x+1$的图像在点$(1，f(1))$处的切线过点（2,7），则 $a=$________.

（15）x,y满足约束条件$\begin{cases} x+y-2\le 0, \\ x-2y+1\le 0, \\ 2x-y+2\ge 0, \end{cases}$ 则$z=3x+y$的最大值为______.

（16）已知F是双曲线C：$x^2-\dfrac{y^2}{8}=1$的右焦点，P 是 C 的左支上一点，$A(0,6\sqrt{6})$.当$\triangle APF$周长最小时，该三角形的面积为________.

三. 解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤

（17）（本小题满分 12 分）

已知a，b，c分别为$\triangle ABC$内角A，B，C的对边，$sin^2B=2sinAsinC$.

（I）若$a=b$，求$cosB$；

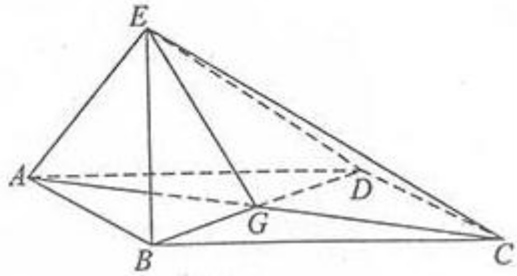
（II）设$B=90°$，且$a=\sqrt{2}$，求$\triangle ABC$的面积.

（18）（本小题满分 12 分）

如图，四边形$ABCD$为菱形，G为AC与BD的交点，$BE\perp$平面$ABCD$.

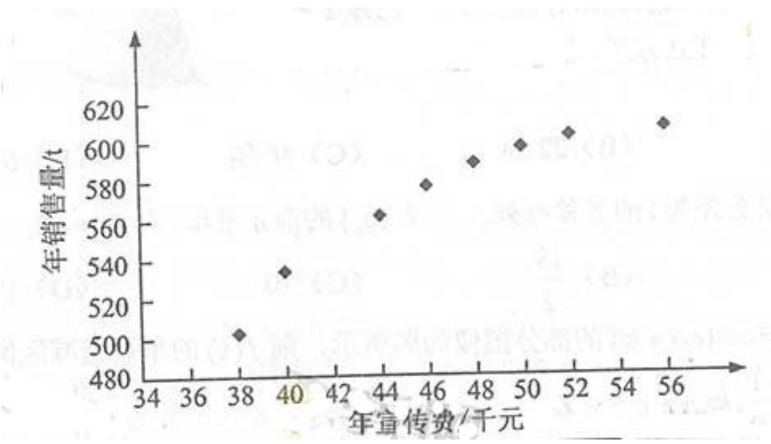
（Ⅰ）证明：平面$AEC\perp$平面BED；

（Ⅱ）若$\angle ABC=120°$，$AE\perp EC$，三棱锥$E—ACD$的体积为$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，求该三棱锥的侧面积



（19）（本小题满分 12 分）

某公司为确定下一年度投入某种产品的宣传费，需了解年宣传费x（单位：千元）对年销售量y（单位：t）和年利润z(单位：千元）的影响，对近 8 年的年宣传费x_i和年销售量y_i（$i=1,2,\cdots,8$）数据作了初步处理，得到下面的散点图及一些统计量的值。



$\vec{x}$	$\vec{y}$	$\vec{w}$	$\sum_{i=1}^{8}(x_1-\vec{x})^2$	$\sum_{i=1}^{8}(w_1-\vec{w})^2$	$\sum_{i=1}^{8}(x_1-\vec{x})(y-\vec{y})$	$\sum_{i=1}^{8}(w_1-\vec{w})(y-\vec{y})$
46.6	563	6.8	289.8	1.6	1469	108.8

表中$w_i=\sqrt{x_i}$，$\vec{w}=\dfrac{1}{8}\sum_{i=1}^{8}w_i$

（Ⅰ）根据散点图判断，$y=a+bx$与$y=c+d\sqrt{x}$哪一个适宜作为年销售量y关于年宣传费x的回归方程类型？（给出判断即可，不必说明理由）

（Ⅱ）根据（Ⅰ）的判断结果及表中数据，建立y关于x的回归方程；

（Ⅲ）以知这种产品的年利率z与x，y的关系为$z=0.2y-x$。根据（Ⅱ）的结果回答下列问题：

（i）年宣传费$x=49$时，年销售量及年利润的预报值是多少？

（ii）　年宣传费x为何值时，年利率的预报值最大？

附：对于一组数据（u_1，v_1），（u_2，v_2）……，（u_n，v_n），其回归线$v=\alpha+\beta u$的斜率和截距的最小二乘估计分别为：

$$\beta=\frac{\sum_{i=1}^{n}(u_i-\bar{u})(v_i-\bar{v})}{\sum_{i=1}^{n}(u_i-\bar{u})^2}，\ \alpha=\bar{v}-\beta\bar{u}$$

（20）（本小题满分 12 分）

已知过点$A(0,1)$且斜率为k的直线l与圆$C:(x-2)^2+(y-3)^2=1$交于M,N两点.

（1）求k的取值范围；

（2）若$\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=12$，其中$O$为坐标原点，求$|MN|$.

（21）.（本小题满分 12 分）

设函数$f(x)=e^{2x}-alnx$.

（Ⅰ）讨论$f(x)$的导函数$f'(x)$零点的个数；

（Ⅱ）证明：当$a>0$时，$f(x)\geq 2a+a\ln\frac{2}{a}$。

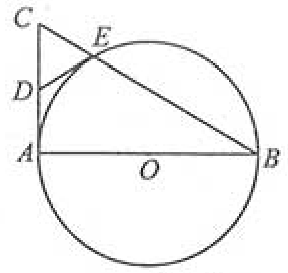
请考生在第 22、23、24 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。作答时请写清题号。

(22)（本小题满分 10 分）选修 4-1：几何证明选讲

如图，AB是⊙O的直径，AC是⊙O的切线，BC交⊙O于点E。

（Ⅰ）若D为AC的中点，证明：DE是⊙O的切线；

（Ⅱ）若$CA=\sqrt{3}CE$，求$\angle ACB$的大小。



(23)（本小题满分 10 分）选修 4-4；坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中，直线$C_1: x=-2$,圆C_2：$(x-1)^2+(y-2)^2=1$，以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系。

（1）求C_1，C_2的极坐标方程。

（2）若直线 C_3 的极坐标为$\theta=\dfrac{\pi}{4}$（ρ∈R）, 设C_2与C_3的交点为M，N, 求△ C_2MN的面积.

(24)（本小题满分 10 分）选修$4-5$：不等式选讲

已知函数$f(x)=|x+1|-2|x-a|$，则$a>0$.

（1） 当$a=1$时，求不等式$f(x)>1$的解集；

（2） 若$f(x)$的图像与x轴围成的三角形面积大于 6，求a的取值范围.

文科详解

1.D【解析】：考察集合的基本运算，因为集合 A=$\{2,5,8,14\ldots\}$,集合 B=$\{6,8,10,12,14\}$,共同元素只有 8，14 两个。所以答案选 D.

2．A【解析】：考察向量的坐标运算，设 C(x,y) ，x=-4+0=-4; y=-3+1=2,所以得 C$(-4,2)$ ，得 $\overrightarrow{BC}$ =$(-4-3，-2-2)$ =$(-7，-4)$ 选 A

3．C【解析】：考察考察复数的乘除运算，原式的$z=\frac{1+i}{i}+1$=$2-\mathrm{i}$.选 C

4．C【解析】：考察古典概型，用列举法，5 个数选 3 个数组合在一起总共有 10 种可能，能作为一组勾股数只能是 3、4、5，所以概率为$\frac{1}{10}$. 所以答案选 C

5. B【解析】：考察椭圆的标准方程，以及通径，椭圆的焦点坐标为（2,0），所以 C=2,a=4,$b^2=12$

过焦点且垂直于 X 轴的弦 AB 为通径，由$|AB|=\frac{2b^2}{a}$ 得$|AB|=6$.答案选 B

6. B【解析】：考察圆锥的体积，这题较新颖，活学活用，由弧长=8 尺，再根据弧长公式$\mathrm{L}=\alpha\mathrm{R}$,

得，R=$\frac{16}{3}$尺，再根据圆锥体积公式$V=\frac{1}{3}\pi R^2h$，注意这是$\frac{1}{4}$圆锥，所以代入算得 V=35.5;米就有 22 斛 .答案选 B

7．B【解析】：考察等差数列通项公式与求和公式，由$s_8=4s_4$，设$a_n=a_1+n-1$,根据

$s_n=\frac{a_1+a_n}{2}\cdot n$,得$a_1=\frac{1}{2}$,所以$a_{10}=\frac{19}{2}$.答案选 B

8．D【解析】：考察三角函数图像和单调性，由图像得 T=2，所以$\omega=\pi$，再代入点$\left(\frac{1}{4}，0\right)$,

所以$\varphi=\frac{\pi}{4}$ 再根据单调区间$2k\pi-\frac{\pi}{2}\ll\pi x+\frac{\pi}{4}\ll2k\pi+\frac{\pi}{2}$, 得 x$\in\left(2k-\frac{1}{4},2k+\frac{3}{4}\right)$.答案 D

9．C【解析】: 考察算法的循环结构，代入 0,1,2 可得到规律$s_n=\left(\frac{1}{2}\right)^n$,所以要使得值小于

0.01，得到最大为$\frac{1}{128}$ ，n=7. 答案选 C,

10．A【解析】:考察分段函数求值，由$f(a)=-3$，得 a=7，所以$f(-1)=-\frac{7}{4}$,选 A,

11．B【解析】：考察三视图的还原、表面积运算，还原之后是一个半个圆柱和半个球的组合体，算得的表面积为$4r^2+2\pi r^2+\pi r^2+2\pi r^2$ $=16+20\pi$,得 r=2， 答案选 B

12．C【解析】：考察指数函数与对数函数，易知点（x，y）关于 y=-x 对称的点的坐标为（-y，-x），把（-y，-x）代入$y=2^{x+a}$得-x=2^{-y+a}，化简得$y=a-\log_2(-x)$，代入 2a-3=1 解得 a=2，选 C

13．【解析】考察等比数列定义及其前 S_n 计算,由题知 a_n 为等比数列，q=2，由数列前 S_n 易知 n=6

14．【解析】考察导数切线问题，$y'=3ax^2+1$求得切线斜率为$k=3a+1$，利用两点之间斜率等于切线斜率$\frac{7-(a+2)}{(2-1)}=3a+1$得 a=1

15．【解析】考察线性规划最值问题，代入三个交点（1,1）、（0,2）、（-1,0）求最大值易知（1，1)为最优解 4

16．【解析】考察双曲线最值问题,易知当左焦点 F_1 和 P、A 三点共线时最小，解得 P 点为（-2，$2\sqrt{6}$），所以$S=S_{AFF1}-S_{PFF1}=\frac{1}{2}FF1(y_A-y_p)=\frac{1}{2}\times6\times(6\sqrt{6}-2\sqrt{6}$）=12$\sqrt{6}$

17．【解析】（1）： 由题设及正弦定理可得$b^2=2ac$， 又 a=b,可得 b=2c.

由余弦定理可得$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{1}{4}$。

（2）：由（1）知$b^2=2ac$，因为$B=90^\circ$，由勾股定理得$a^2+b^2=c^2$。

故$a^2+c^2=2ac$，得$c=a=\sqrt{2}$.所以ΔABC的面积为 1.

18.【解析】(1）为四边形 ABCD 为菱形，所以 AC⊥BD.

因为 BE⊥平面 ABCD,所以$AC\perp BE$，故$AC\perp$平面 BED。

又$AC\subset$平面 ABCD,所以平面$AEC\perp$平面 BED.

（2）设$AB=X$，在菱形 ABCD 中，

由$\angle ABC=120°$，可得$AG=GC=\frac{\sqrt{3}}{2}x, GB=GD=\frac{x}{2}$。

因为$AE\perp EC,$所以在$RT\Delta AEC$中，可得$EG=\frac{\sqrt{3}}{2}x.$

由$BE\perp$平面 ABCD，知ΔEBG为直角三角形，可得$BE=\frac{\sqrt{2}}{2}x.$。

由已知得，三棱锥$E-ACD$的体积$V_{E-ACD}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}AC\cdot GD\cdot BE=\frac{\sqrt{6}}{24}x^3=\frac{\sqrt{6}}{3}.$故$x=2$。

从而可得$AE=EC=ED=\sqrt{6}$．所以ΔEAC的面积为 3，ΔEAD的面积与ΔECD的面积均为$\sqrt{5}$。故三棱锥V_{E-ACD}的侧面积为$3+2\sqrt{5}$

19.【解析】(1）由散点图可以判断，$y=c+d\sqrt{x}$适宜作为年销售量y关于年宣传费 x 的回归方程类型。

（2）令$W=\sqrt{x},$先建立 y 关于 w 的线性回归方程。

由于$\hat{d}=\frac{\sum_{i=1}^{8}(w_i-\overline{w})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{8}(w_i-\overline{w})^2}=\frac{108.8}{1.6}=68$，$\hat{c}=\overline{y}-\hat{d}\,\overline{w}=563-68\times6.8=100.6$

所以 y 关于 w 的线性回归方程为$\hat{y}=100.6+68w,$因此 y 关于 x 的线性回归方程为

$\hat{y}=100.6+68\sqrt{x}$。

（3）(Ⅰ）由（2）知，当$x=49$时，年销售量 y 的预报值$\overline{y}=100.6+68\sqrt{49}=576.6$

，年利润 z 的预报值$\hat{z}=576.6\times0.2-49=66.32$

（II）根据(2)的结果知，年利润 z 的预报值

$\hat{z}=0.2(100.6+68\sqrt{x})-x=-x+13.6\sqrt{x}+20.12$。

所以当$\sqrt{x}=\frac{13.6}{2}=6.8,$即$x=46.24$时，$\hat{z}$取得最大值。故年宣传费为 46.24 千元时，年利润的预报值最大。

20.【解析】（1）由题设，可知直线l为 y=kx+1,因为直线l与 C 交于两点，利用圆心到直线的距离小于 r 可知$\frac{|2k-3+1|}{\sqrt{1+k^2}}\prec 1$解得$\frac{4-\sqrt{7}}{3}\prec k\prec\frac{4+\sqrt{7}}{3}$，所以 k 的取值范围为（$\frac{4-\sqrt{7}}{3},\frac{4+\sqrt{7}}{3}$）

（2），设$M(x_1, y_1)$，$N(x_2, y_2)$

将 y=kx+1 代入方程$(x-2)^2+(y-3)^2=1$整理得

$(1+k^2)x^2-4(1+k)x+7=0$

可知$x_1+x_2=\frac{4(1+k)}{1+k^2}, x_1x_2=\frac{7}{1+k^2}$

$\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{ON}=x_1x_2+y_1y_2=(1+k^2)x_1x_2+k(x_1+x_2)+1$

$=\frac{4k(1+k)}{1+k^2}+8=12$，解得$k=1$

所以直线l为 y=x+1，故圆心 C 在l上，所以$|MN|=2$

21.【解析】(I) $f(x)$的定义域为(0,+∞)，$f'(x)=2e^{2x}-\frac{a}{x}(x>0)$，当$a\le 0$时，$f'(x)>0$，所以$f'(x)$没有零点;

当$a>0$时，因为e^{2x}单调递增，$-\frac{a}{x}$单调递减，所以$f'(x)$在(0，∞)单调递增。又$f'(a)>0$，当 b 满足 0<b<$\frac{a}{4}$且 b<$\frac{1}{4}$时，$f'(b)<0$，故当$a>0$时，$f'(x)$存在唯一零点。

（II）由（I)，可设$f'(x)$在（0，+∞）存在唯一零点x_0，当$x_0\in(0,x_0)$时，$f'(x)<0$；当$x_0\in(x_0,+\infty)$时，$f'(x)$>0.

故$f(x)$在（0，x_0）单调递减，在（$x_0,+\infty)$单调递增，所以当$x=x_0$时$f(x)$取得最小值$f(x_0)$；

由于 $2e^{2x_0}-\frac{a}{x_0}=0$，所以 $f(x_0)=\frac{a}{2x_0}+2ax_0+a\ln\frac{2}{a}\geq 2a+a\ln\frac{2}{a}$.

故当 $a>0$ 时，$f(x)\geq 2a+a\ln\frac{2}{a}$.

22. 【解析】:

（Ⅰ）连接 AE，由已知的，$AE\perp BC$，$AC\perp AB$，在 $Rt\Delta AEC$ 中，由已知可知，$DE=DC$，

故 $\angle DEC=\angle DCE$，连接 OE，则 $\angle OBE=\angle OEB$

又 $\angle ACB+\angle ABC=90^\circ$，$\therefore \angle DEC+\angle OEB=90^\circ$，$\therefore \angle OEB=90^\circ$，$DE$ 是⊙ O 的切线

（Ⅱ）设 $CE=1$，$DE=x$，由已知得 $AB=2\sqrt{3}$，$BE=\sqrt{12-x^2}$

由射影定理可得，$AE^2=CE\cdot BE$，$\therefore x^2=\sqrt{12-x^2}$，即 $x^4+x^2-12=0$，则 $x=\sqrt{3}$，

因此 $\angle ACB=60^\circ$

23.【解析】(I) 因为 $x=\rho\cos\theta, y=\rho\sin\theta$,所以 C_1 的极坐标方程为 $\rho\cos\theta=-2$，C_2 的极坐标方程为 $\rho^2-2\rho\cos\theta-4\rho\sin\theta+4=0$。

(II) 将 $\theta=\frac{\pi}{4}$ 代入 $\rho^2-2\rho\cos\theta-4\rho\sin\theta+4=0$，得 $\rho^2-3\sqrt{2}\rho+4=0$，解得 $\rho_1=2\sqrt{2}$，$\rho_2=\sqrt{2}$.故 $\rho_1-\rho_2=\sqrt{2}$，即 $|MN|=\sqrt{2}$。

由于 C_2 的半径为 1，所以 ΔC_2MN 的面积为 $\frac{1}{2}$

24.【解析】(1) $a=1$ 时，$f(x)>1$ 化为 $|x+1|-2|x-1|-1>0$

当 $x\leq -1$，不等式化为 $x-4>0$，无解;

当 $-1<x<1$，不等式化为 $3x-2>0$，解得 $\frac{2}{3}<x<1$;

当 $x\geq 1$，不等式化为 $-x+2>0$，解得 $1<x<2$

所以 $f(x)>1$ 得解集为 $\{x|\frac{2}{3}<x<2\}$.

(2) 由题设可得，$f(x)=\begin{cases}x-1-2a, x<-1,\\ 3x+1-2a, -1\leq x\leq a,\\ -x+1+2a, x>a\end{cases}$

所以函数的图像与 x 轴围成的三角形的三个顶点分别为

$A(\frac{2a-1}{3},0), B(2a+1,0), C(a,a+1)$

三角形 ABC 的面积为$\frac{2}{3}(a+1)^2$

由题设得$\frac{2}{3}(a+1)^2>6$，故$a>2$

所以a的取值范围为$(2,+\infty)$

理科试题

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

（1）设复数 z 满足$\frac{1+z}{1-z}$=i，则|z|=

（A）1　（B）$\sqrt{2}$　（C）$\sqrt{3}$　（D）2

(2)sin20° cos10° -cos160° sin10° =

（A）$-\frac{\sqrt{3}}{2}$　（B）$\frac{\sqrt{3}}{2}$　（C）$-\frac{1}{2}$　（D）$\frac{1}{2}$

（3）设命题 P：$\exists n\in N$，$n^2>2^n$，则$\neg P$为

（A）$\forall n\in N,\ n^2>2^n$　（B）$\exists\ n\in N,\ n^2\leqslant 2^n$

（C）$\forall n\in N,\ n^2\leqslant 2^n$　（D）$\exists\ n\in N,\ n^2=2^n$

（4）投篮测试中，每人投 3 次，至少投中 2 次才能通过测试. 已知某同学每次投篮投中的概率为 0.6，且各次投篮是否投中相互独立，则该同学通过测试的概率为

（A）0.648　（B）0.432　（C）0.36　（D）0.312

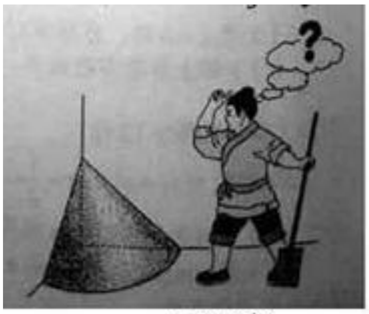
（5）已知 M（x_0, y_0）是双曲线 C：$\frac{x2}{2}-y2=1$ 上的一点，F_1、F_2是 C 上的两个焦点，若

$\overrightarrow{MF_1}\bullet\overrightarrow{MF_2}<0$，则$y_0$的取值范围是

（A）（$-\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\frac{\sqrt{3}}{3}$）　（B）（$-\frac{\sqrt{3}}{6}$，$\frac{\sqrt{3}}{6}$）

（C）（$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$，$\frac{2\sqrt{2}}{3}$）　（D）（$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$，$\frac{2\sqrt{3}}{3}$）

（6）《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著，书中有如下问题:“今有委米依垣内角，下周八尺，高五尺。问:积及为米几何?”其意思为:“在屋内墙角处堆放米(如图，米堆为一个圆锥的四分之一)，米堆底部的弧长为 8 尺，米堆的高为 5 尺，问米堆的体积和堆放的米各为多少?”已知 1 斛米的体积约为 1.62 立方尺，圆周率约为 3，估算出堆放斛的米约有



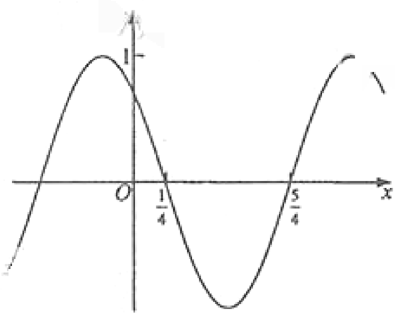
(A)14 斛　　(B)22 斛　　(C)36 斛　　(D)66 斛

(7)设 D 为 ΔABC 所在平面内一点 $\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{CD}$，则

(A) $\overrightarrow{AD}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$　　(B) $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{4}{3}\overrightarrow{AC}$

(C) $\overrightarrow{AD}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$　　(D) $\overrightarrow{AD}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

（8）函数$f(x)=\cos(\omega x+\varphi)$的部分图像如图所示，则$f(x)$的单调递减区间为

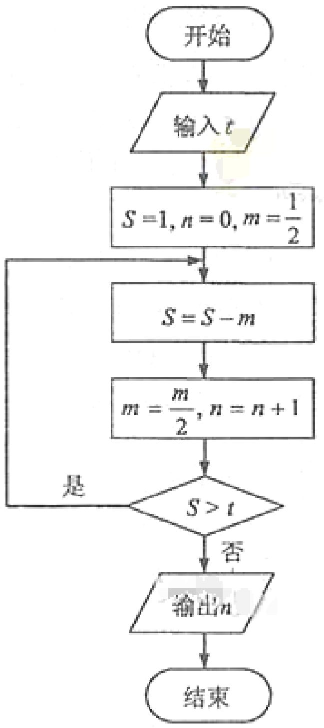


（A）$(k\pi-\frac{1}{4},k\pi+\frac{3}{4}),k\epsilon Z$

（B）$(2k\pi-\frac{1}{4},2k\pi+\frac{3}{4}),k\epsilon Z$

（C）$(k-\frac{1}{4},k+\frac{3}{4}),k\epsilon Z$

（D）$(2k-\frac{1}{4},2k+\frac{3}{4}),k\epsilon Z$



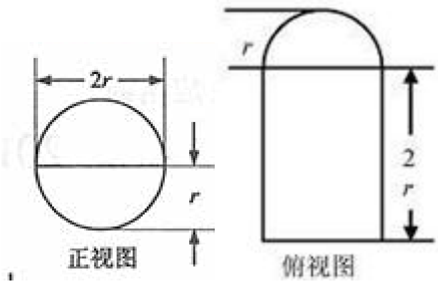
（9）执行右面的程序框图，如果输入的 t=0.01，则输出的 n=

（A）5　　（B）6　　（C）7　　（D）8

（10）$(x^2+x+y)^5$ 的展开式中，x^5y^2 的系数为

（A）10 （B）20 （C）30（D）60

（11）圆柱被一个平面截去一部分后与半球（半径为 r）组成一个几何体，该几何体三视图中的正视图和俯视图如图所示，若该几何体的表面积为 16+20π，则$r=$



（A） 1 （B） 2 （C） 4 （D） 8

12. 设函数 $f(x)=e^x(2x-1)-ax+a$，其中 $a<1$，若存在唯一的整数 x_0，使得 $f(x_0)<0$，则 a 的取值范围是（ ）

A. $[-\frac{3}{2e},1)$ B. $[-\frac{3}{2e},\frac{3}{4})$ C. $[\frac{3}{2e},\frac{3}{4})$ D. $[\frac{3}{2e},1)$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分

（13）若函数 f(x)=xln（x+$\sqrt{a+x^2}$）为偶函数，则 a= ______

（14）一个圆经过椭圆$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$的三个顶点，且圆心在 x 轴的正半轴上，则该圆的标准方程为____.

（15）若 x,y 满足约束条件$\begin{cases}x-1\geq 0\\ x-y\leq 0\\ x+y-4\leq 0\end{cases}$ 则$\frac{y}{x}$ 的最大值为__________.

（16）在平面四边形 ABCD 中，∠A=∠B=∠C=75°，BC=2，则 AB 的取值范围是 ______

三. 解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤

（17）（本小题满分 12 分）

S_n 为数列$\{a_n\}$的前 n 项和.已知 $a_n>0$，$a_n^2+2a_n=4S_n+3$

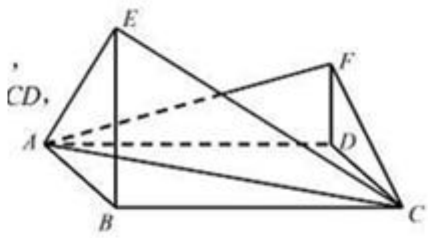
（Ⅰ）求$\{a_n\}$的通项公式：

（Ⅱ）设 $b_n=\dfrac{1}{a_na_{n+1}}$，求数列$\{b_n\}$的前 n 项和

（18）如图，四边形 ABCD 为菱形，∠ABC=120°，E，F 是平面 ABCD 同一侧的两点，BE⊥平面 ABCD，DF⊥平面 ABCD，BE=2DF，AE⊥EC.

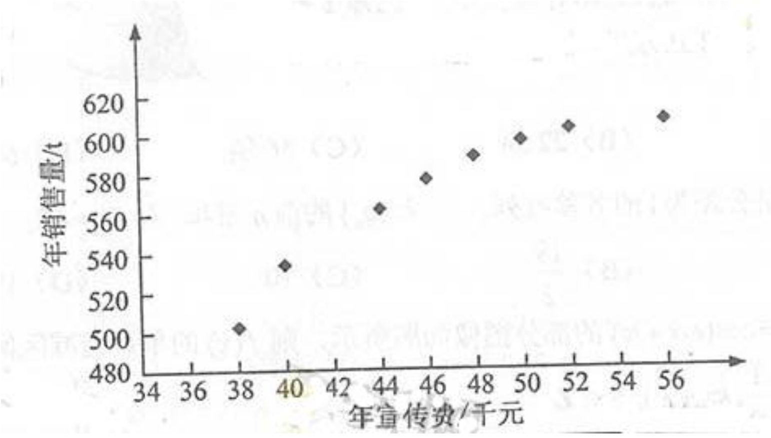
（1）证明：平面 AEC⊥平面 AFC

（2）求直线 AE 与直线 CF 所成角的余弦值



（19）（本小题满分 12 分）

某公司为确定下一年度投入某种产品的宣传费，需了解年宣传费x（单位：千元）对年销售量y（单位：t）和年利润z(单位：千元）的影响，对近 8 年的年宣传费x_i和年销售量y_i（$i=1,2,\cdots,8$）数据作了初步处理，得到下面的散点图及一些统计量的值。



$\overrightarrow{x}$	$\overrightarrow{y}$	$\overrightarrow{w}$	$\sum\limits_{i=1}^{8}(x_i-\overrightarrow{x})^2$	$\sum\limits_{i=1}^{8}(w_i-\overrightarrow{w})^2$	$\sum\limits_{i=1}^{8}(x_i-\overrightarrow{x})(y-\overrightarrow{y})$	$\sum\limits_{i=1}^{8}(w_i-\overrightarrow{w})(y-\overrightarrow{y})$
46.6	563	6.8	289.8	1.6	1469	108.8

表中$w_i=\sqrt{x_i}$，$\overrightarrow{w}=\frac{1}{8}\sum\limits_{i=1}^{8}w_i$

（Ⅰ）根据散点图判断，$y=a+bx$与$y=c+d\sqrt{x}$哪一个适宜作为年销售量y关于年宣传费x的回归方程类型？（给出判断即可，不必说明理由）

（Ⅱ）根据（Ⅰ）的判断结果及表中数据，建立y关于x的回归方程；

（Ⅲ）以知这种产品的年利率z与x、y的关系为$z=0.2y-x$。根据（Ⅱ）的结果回答下列问题：

（i）年宣传费$x=49$时，年销售量及年利润的预报值是多少？

（ii）　年宣传费x为何值时，年利率的预报值最大？

附：对于一组数据（u_1，v_1），（u_2，v_2）……，（u_n，v_n），其回归线$v=\alpha+\beta u$

的斜率和截距的最小二乘估计分别为：

$$\beta=\frac{\sum_{i=1}^{n}(u_i-\bar{u})(v_i-\bar{v})}{\sum_{i=1}^{n}(u_i-\bar{u})^2}，\ \alpha=\bar{v}-\beta\bar{u}$$

(20)（本小题满分 12 分）

在直角坐标系 xoy 中，曲线 C：$y=\frac{x^2}{4}$ 与直线 $y=kx+a(a>0)$ 交于 M，N 两点，

（Ⅰ）当 $k=0$ 时，分别求 C 在点 M 和 N 处的切线方程；

（Ⅱ）y 轴上是否存在点 P，使得当 k 变动时，总有 $\angle OPM=\angle OPN$？说明理由.

(21)（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=x^3+ax+\frac{1}{4},g(x)=-\ln x$

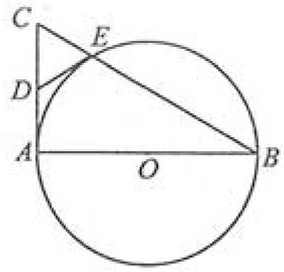
（Ⅰ）当 a 为何值时，x 轴为曲线 $y=f(x)$ 的切线；

（Ⅱ）用 $\min\{m,n\}$ 表示 m，n 中的最小值，设函数 $h(x)=\min\{f(x),g(x)\}(x>0)$，讨论 $h(x)$ 零点的个数

请考生在第 22、23、24 题中任选一题作答

(22)（本小题满分 10 分）选修 4-1：几何证明选讲

如图，AB是⊙O的直径，AC是⊙O的切线，BC交⊙O于点E。



（Ⅰ）若D为AC的中点，证明：DE是⊙O的切线；

（Ⅱ）若$CA=\sqrt{3}CE$，求$\angle ACB$的大小。

(23)（本小题满分 10 分）选修 4-4；坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中，直线 $C_1: x=-2$,圆 C_2：$(x-1)^2+(y-2)^2=1$，以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系。

（1）求 C_1，C_2 的极坐标方程。

（2）若直线 C_3 的极坐标为 $\theta=\frac{\pi}{4}$ （$\rho\in R$），设 C_2 与 C_3 的交点为 M，N，求△ C_2MN 的面积.

(24)（本小题满分 10 分）选修 $4-5$：不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x+1|-2|x-a|$，且 $a>0$.

（1）当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x)>1$ 的解集；

（2）若 $f(x)$ 的图像与 x 轴围成的三角形面积大于 6，求 a 的取值范围.

理科详解

1.【解析】 依题意得 $z=\frac{i-1}{i+1}=\frac{-2i}{-2}=i$，所以 $|z|=1$，故选 A

2.【解析】 原式=sin20° cos10° +cos20° sin10° =sin30° $=\frac{1}{2}$，故选 D

3.【解析】$\neg p:\forall n\in N,n^2\le 2^n$，故选 C.

4.【解析】根据独立重复试验公式得，该同学通过测试的概率为 $C_3^2 0.6^2\times 0.4+0.6^3$ =0.648，故选 A.

5.【解析】依题意 $F_1(-\sqrt{3},0),F_2(\sqrt{3},0)$，$\frac{x_0^2}{2}-y_0^2=1$，所以 $\overrightarrow{MF_1}\bullet\overrightarrow{MF_2}=(-\sqrt{3}-x_0,y_0)\bullet(\sqrt{3}-x_0,y_0)=x_0^2+y_0^2-3=3y_0^2-1<0$，所以 $-\sqrt{3}<y_0<\sqrt{3}$，故选 A

6.【解析】设圆锥底面半径为 r，则 $\frac{1}{4}\times 2\times 3r=8\Rightarrow r=\frac{16}{3}$，所以米堆的体积为 $\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}\times 3\times(\frac{16}{3})^2\times 5=\frac{320}{9}$，故堆放的米约为 $\frac{320}{9}$ ÷1.62≈22，故选 B.

7.【解析】依题意 $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}+\frac{1}{3}(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD})=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{4}{3}\overline{AC}$，故选 A

8.

【解析】由五点作图知，$\begin{cases}\frac{1}{4}\omega+\varphi=\frac{\pi}{2}\\ \frac{5}{4}\omega+\varphi=\frac{3\pi}{2}\end{cases}$，解得 $\omega=\pi$，$\varphi=\frac{\pi}{4}$，所以 $f(x)=\cos(\pi x+\frac{\pi}{4})$，令 $2k\pi<\pi x+\frac{\pi}{4}<2k\pi+\pi,k\in Z$，解得 $2k-\frac{1}{4}<x<2k+\frac{3}{4}$，$k\in Z$，故单调减区间为($2k-\frac{1}{4}$，$2k+\frac{3}{4}$)，$k\in Z$，故选 B.

9. 【解析】依题意 $S_n=\frac{1}{2^{n-1}}<0.01$，解出 $n>6$, 所以 $n=7$, 故选 C

10.【解析】在 $(x^2+x+y)^5$ 的 5 个因式中，2 个取因式中 x^2 剩余的 3 个因式中 1 个取 x，其余因式取 y,故 x^5y^2 的系数为 $C_5^2C_3^1C_2^2$=30，故选 A.

11.【解析】由正视图和俯视图知，该几何体是半球与半个圆柱的组合体，圆柱的半径与球的半径都为 r，圆柱的高为 2r，其表面积为 $\frac{1}{2}\times 4\pi r^2+\pi r\times 2r+\pi r^2+2r\times 2r=5\pi r^2+4r^2$ =16 + 20 π，解得 r=2，故选 B.

12.

【解析】设 $g(x)=e^x(2x-1)$，$y=ax-a$，由题知存在唯一的整数 x_0，使得 $g(x_0)$ 在直线 $y=ax-a$ 的下方.

因为 $g'(x)=e^x(2x+1)$，所以当 $x<-\frac{1}{2}$ 时，$g'(x)<0$，当 $x>-\frac{1}{2}$ 时，$g'(x)>0$，所以当 $x=-\frac{1}{2}$ 时，

$[g(x)]_{max}=-2e^{-\frac{1}{2}}$，

当 $x=0$ 时，$g(0)=-1$，$g(1)=3e>0$，直线 $y=ax-a$ 恒过（1,0）斜率且 a，故 $-a>g(0)=-1$，

且 $g(-1)=-3e^{-1}\ge -a-a$，解得 $\frac{3}{2e}\le a<1$，故选 D.

13.【解析】由题知 $y=\ln(x+\sqrt{a+x^2})$ 是奇函数，所以

$\ln(x+\sqrt{a+x^2})+\ln(-x+\sqrt{a+x^2})$

$=\ln(a+x^2-x^2)=\ln a=0$，解得 $a=1$.

14.【解析】设圆心为（a，0），则半径为 $4-|a|$，则 $(4-|a|)^2=a^2+2^2$，解得 $a=\pm\frac{3}{2}$，

故圆的方程为 $(x\pm\frac{3}{2})^2+y^2=\frac{25}{4}$.

15.【解析】作出可行域如图中阴影部分所示，由斜率的意义知，$\frac{y}{x}$ 是可行域内一点与原点连线的斜率，由图可知，点 A（1,3）与原点连线的斜率最大，故 $\frac{y}{x}$ 的最大值为 3

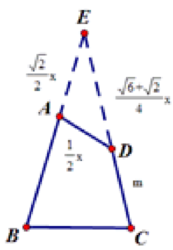
16解析：如下图所示，延长 BA，CD 交于点 E，则可知在 ΔADE 中，$\angle DAE=105^\circ$，

$\angle ADE=45^\circ$，$\angle E=30^\circ$，$\therefore$设 $AD=\frac{1}{2}x$，$AE=\frac{\sqrt{2}}{2}x$，$DE=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}x$，

$CD=m$，$\because BC=2$，$\therefore(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}x+m)\cdot\sin 15^\circ=1\Rightarrow\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}x+m=\sqrt{6}+\sqrt{2}$，

$\therefore 0<x<4$，而 $AB=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}x+m-\frac{\sqrt{2}}{2}x=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}x+m=\sqrt{6}+\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}x$，

$\therefore$AB 的取值范围是 $(\sqrt{6}-\sqrt{2},\sqrt{6}+\sqrt{2})$



17.【解析】:（Ⅰ）$\because a_n^2+2a_n=4S_n+3$ ....①

当$n=1$时，$a_1^2-2a_1-3=0$，$\therefore a_1=3$

$\therefore a_{n-1}^2+2a_{n-1}=4S_{n-1}+3$ ....②

①-②可得：$a_n^2-a_{n-1}^2+2a_n-2a_{n-1}=4S_n-4S_{n-1}$

$\therefore (a_n-a_{n-1})(a_n+a_{n-1})+2(a_n-a_{n-1})=4(S_n-S_{n-1})$

则$(a_n-a_{n-1})(a_n+a_{n-1})=2(a_n+a_{n-1})$

$\because a_n>0$，$\therefore a_n+a_{n-1}\neq 0$

$\therefore a_n-a_{n-1}=2$

$\therefore$数列$\{a_n\}$是首项为 3，公差为 2 的差数列

$\therefore a_n=2n+1$

（Ⅱ）$\because a_n=2n+1$

$\therefore a_{n+1}=2n+3$

即$b_n=\dfrac{1}{a_na_{n+1}}=\dfrac{1}{(2n+1)(2n+3)}=\dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{2n+1}-\dfrac{1}{2n+3})$

设数列$\{b_n\}$的前n项和为T_n

$T_n=b_1+b_2+\cdots+b_n=\dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5})+\dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{7})+\cdots+\dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{2n+1}-\dfrac{1}{2n+3})$

$\therefore T_n=\dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{7}+\cdots+\dfrac{1}{2n+1}-\dfrac{1}{2n+3})=\dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{2n+3})$

$\therefore T_n=\dfrac{n}{3(2n+3)}$

18【解析】:（Ⅰ）连接BD，设$BD\cap AC=G$，连接EG，FG，EF

在菱形$ABCD$中，不妨设$GB=1$，

由$\angle ABC=120^{\circ}$，可得$AG=GC=\sqrt{3}$

由$BE\perp$平面$ABCD$，$AB=BC$，可知

$AE=EC$.又$AE\perp EC$，所以$EG=\sqrt{3}$

$\therefore EG\perp AC$

在 $Rt\Delta EBG$ 中，可知 $BE=\sqrt{2}$，

故 $DF=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

在 $Rt\Delta FDG$ 中，可得 $FG=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

在直角梯形 $BDFE$ 中，由 $BD=2$，$BE=\sqrt{2}$，$DF=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，可知 $EF=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

$\therefore EG^2+FG^2=EF^2$，$\therefore EG\perp FG$，又$\because AC\cap FG=G$，$\therefore EG\perp$平面 AFC

$\because EG\subset$平面 AEC，$\therefore$平面 $AEC\perp$平面 AFC.

（Ⅱ）以 G 为坐标原点，分别以 $\vec{GB}$、$\vec{GC}$ 的方向为 x 轴、y 轴的正方向，$|\overline{GB}|$ 为单位长建立空间直角坐标系 $G-xyz$.由（Ⅰ）可得 $A(0,-\sqrt{3},0)$，$E(1,0,\sqrt{2})$，

$F(-1,0,\dfrac{\sqrt{2}}{2})$，$C(0,\sqrt{3},0)$，

$\therefore \overrightarrow{AE}=(1,\sqrt{3},\sqrt{2})$，$\overrightarrow{CF}=(-1,-\sqrt{3},\dfrac{\sqrt{2}}{2})$.

故 $\cos\left\langle\overrightarrow{AE},\overrightarrow{CF}\right\rangle=\dfrac{\left|\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{CF}\right|}{\left|\overrightarrow{AE}\right|\cdot\left|\overrightarrow{CF}\right|}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore$直线 AE 与直线 CF 所成角的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

19.【解析】:（Ⅰ）由散点图可知，$y=c+d\sqrt{x}$ 适宜作为年销售量 y 关于年宣传费 x 的回归方程类型.

（Ⅱ）令 $w=\sqrt{x}$，建立 y 关于 w 的线性回归方程.

$$\text{则 } \hat{d}=\frac{\sum_{i=1}^{8}(w_i-\overline{w})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{8}(w_i-\overline{w})^2}=\frac{108.8}{1.6}=68$$

$$\hat{c}=\overline{y}-\hat{d}\overline{w}=563-68\times6.8=100.6$$

则 y 关于 w 的线性回归方程为 $\hat{y}=100.6+68w$，

因此 y 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y}=100.6+68\sqrt{x}$.

（III）（i）由（II）可知，当 $x=49$ 时，年销售量 y 的预报值 $\hat{y}=100.6+68\sqrt{49}=576.6$

年利润 z 的预报值 $\hat{z}=576.6\times 0.2-49=66.32$.

（ii）根据（II）的结果可知，年利润 z 的预报值

$$\hat{z}=0.2(100.6+68\sqrt{x})-x=-x+13.6\sqrt{x}+20.12$$

$\therefore$ 当 $\sqrt{x}=\dfrac{13.6}{2}=6.8$，即 $x=46.24$ 时，$\hat{z}$ 取得最大值.

故年宣传费为 46.24 千元时，年利润的预报值最大.

20.【解析】:（I）由题设可得 $M(2\sqrt{a},a)$，$N(-2\sqrt{a},a)$，或 $M(-2\sqrt{a},a)$，$N(2\sqrt{a},a)$.

又 $y'=\dfrac{x}{2}$，故 $y=\dfrac{x^2}{4}$ 在 $x=2\sqrt{a}$ 处的导数值为 $\sqrt{a}$，C 在点 $(2\sqrt{a},a)$ 处的切线方程为

$y-a=\sqrt{a}(x-2\sqrt{a})$，即 $\sqrt{a}x-y-a=0$.

$y=\dfrac{x^2}{4}$ 在 $x=-2\sqrt{a}$ 处的导数值为 $-\sqrt{a}$，C 在点 $(-2\sqrt{a},a)$ 处的切线方程为

$y-a=-\sqrt{a}(x+2\sqrt{a})$，即 $\sqrt{a}x+y+a=0$.

故所求切线方程为 $\sqrt{a}x-y-a=0$ 和 $\sqrt{a}x+y+a=0$.

（II）存在符合题意的点，证明如下：

设 $P(0,b)$ 为符合题意的点，$M(x_1,y_1)$，$M(x_2,y_2)$，直线 PM，PN 的斜率分别为 k_1，k_2

将 $y=kx+a$ 代入 C 的方程得 $x^2-4kx-4a=0$

$\therefore$ $x_1+x_2=4k$，$x_1x_2=-4a$.

从而 $k_1+k_2=\dfrac{y_1-b}{x_1}+\dfrac{y_2-b}{x_2}=\dfrac{2kx_1x_2+(a-b)(x_1+x_2)}{x_1x_2}=\dfrac{k(a+b)}{a}$

当 $b=-a$ 时，有 $k_1+k_2=0$，则直线 PM 的倾角与直线 PN 的倾角互补

故 $\angle OPM=\angle OPN$，$\therefore$ 点 $P(0,-a)$ 符合题意。

21.【解析】（I）设曲线 $y=f(x)$ 与 x 轴相切于点 $(x_0,0)$，则 $f(x_0)=0, f'(x_0)=0$，即

$\begin{cases} x_0^3 + ax_0 + \frac{1}{4} = 0, \\ 3x_0^2 + a = 0. \end{cases}$，解得 $x_0 = \frac{1}{2}, a = -\frac{3}{4}$.

因此，当 $a = -\frac{3}{4}$ 时，x 轴为曲线 $y = f(x)$ 的切线.

（Ⅱ）当 $x \in (1, +\infty)$ 时，$g(x) = -\ln x < 0,$ 从而 $h(x) = \min\{f(x), g(x)\} \le g(x) < 0,$

故 $h(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 无零点.

当 $x = 1$ 时，若 $a \ge -\frac{5}{4}$, 则 $f(1) = a + \frac{5}{4} \ge 0$，$h(1) = \min\{f(1), g(1)\} = g(1) = 0$，故 $x = 1$ 是 $h(x)$ 的零点.若 $a < -\frac{5}{4}$，则 $f(1) < 0, h(1) = \min\{f(1), g(1)\} = f(1) < 0,$ 故 $x = 1$ 不是 $h(x)$ 的零点.

当 $x \in (0,1)$ 时，$g(x) = -\ln x > 0$.所以只需考虑 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 的零点个数.

(i) 若 $a \le -3$ 或 $a \ge 0$，则 $f'(x) = 3x^2 + a$ 在 $(0,1)$ 无零点，故 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 单调.而 $f(0) = \frac{1}{4}, f(1) = a + \frac{5}{4}$，所以当 $a \le -3$ 时，$f(x)$ 在 $(0,1)$ 有一个零点；当 $a \ge 0$ 时，$f(x)$ 在 $(0,1)$ 没有零点.

(ii) 若 $-3 < a < 0$，则 $f(x)$ 在 $(0, \sqrt{-\frac{a}{3}})$ 单调递减，在 $(\sqrt{-\frac{a}{3}}, 1)$ 单调递增，故在 $(0,1)$ 中，

当 $x = \sqrt{-\frac{a}{3}}$ 时，$f(x)$ 取得最小值，最小值为 $f(\sqrt{-\frac{a}{3}}) = \frac{2a}{3}\sqrt{-\frac{a}{3}} + \frac{1}{4}$.

①若 $f(\sqrt{-\frac{a}{3}}) > 0,$ 即 $-\frac{3}{4} < a < 0$, $f(x)$ 在 $(0,1)$ 没有零点；

②若 $f(\sqrt{-\frac{a}{3}}) = 0,$ 即 $a = -\frac{3}{4}$，则 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 有唯一零点；

③若 $f(\sqrt{-\frac{a}{3}}) < 0,$ 即 $-3 < a < -\frac{3}{4}$，由于 $f(0) = \frac{1}{4}, f(1) = a + \frac{5}{4}$，所以当 $-\frac{5}{4} < a < -\frac{3}{4}$ 时，$f(x)$ 在 $(0,1)$ 有两个零点；当 $-3 < a \le -\frac{5}{4}$ 时，$f(x)$ 在 $(0,1)$ 有一个零点.

综上，当$a>-\frac{3}{4}$或$a<-\frac{5}{4}$时，$h(x)$有一个零点；当$a=-\frac{3}{4}$或$a=-\frac{5}{4}$时，$h(x)$有两个零点；当$-\frac{5}{4}<a<-\frac{3}{4}$时，$h(x)$有三个零点.

22. 【解析】(Ⅰ)连接AE，由已知的，$AE\perp BC$，$AC\perp AB$，在$Rt\Delta AEC$中，由已知可知，$DE=DC$，

故$\angle DEC=\angle DCE$，连接OE，则$\angle OBE=\angle OEB$

又$\angle ACB+\angle ABC=90^\circ$，$\therefore$ $\angle DEC+\angle OEB=90^\circ$，$\therefore$ $\angle OEB=90^\circ$，DE是⊙O的切线

(Ⅱ)设$CE=1$，$DE=x$，由已知得$AB=2\sqrt{3}$，$BE=\sqrt{12-x^2}$

由射影定理可得，$AE^2=CE\cdot BE$，$\therefore$ $x^2=\sqrt{12-x^2}$，即$x^4+x^2-12=0$，则$x=\sqrt{3}$，

因此$\angle ACB=60^\circ$

23.【解析】(I)因为$x=\rho\cos\theta,y=\rho\sin\theta$,所以$C_1$的极坐标方程为$\rho\cos\theta=-2$，$C_2$的极坐标方程为$\rho^2-2\rho\cos\theta-4\rho\sin\theta+4=0$。

(II) 将 $\theta=\frac{\pi}{4}$ 代入 $\rho^2-2\rho\cos\theta-4\rho\sin\theta+4=0$，得 $\rho^2-3\sqrt{2}\rho+4=0$，解得

$\rho_1=2\sqrt{2}$，$\rho_2=\sqrt{2}$.故$\rho_1-\rho_2=\sqrt{2}$，即$|MN|=\sqrt{2}$。

由于C_2的半径为1，所以ΔC_2MN的面积为$\frac{1}{2}$

24. 【解析】 (1) $a=1$时，$f(x)>1$化为$|x+1|-2|x-1|-1>0$

当$x\le -1$，不等式化为$x-4>0$，无解；

当$-1<x<1$，不等式化为$3x-2>0$，解得$\frac{2}{3}<x<1$；

当$x\ge 1$，不等式化为$-x+2>0$，解得$1<x<2$

所以$f(x)>1$得解集为$\{x|\frac{2}{3}<x<2\}$.

(2) 由题设可得，$f(x)=\begin{cases}x-1-2a,x<-1,\\3x+1-2a,-1\le x\le a,\\-x+1+2a,x>a\end{cases}$

所以函数的图像与x轴围成的三角形的三个顶点分别为

$A(\frac{2a-1}{3},0),B(2a+1,0),C(a,a+1)$

三角形ABC的面积为$\frac{2}{3}(a+1)^2$

由题设得$\frac{2}{3}(a+1)^2>6$，故$a>2$

所以a的取值范围为$(2,+\infty)$

四、备考建议

随着2015年高考的结束，2016届考生开始了新的战斗，进入了第一轮复习，在此基于对2015高考试卷的分析，给明年踏入考场的考生提供几点有关数学备考的建议。

一、充分利用新教材和新课程理念进行高考数学复习。高考复习必须以新教材内容和考纲为指导进行复习，因为高考出题往往都是“源于教材、高于教材”，仔细总结一下我们会发现，近两年的高考试题很多都可以在课本习题中找到“原型”，都是课本习题改编而成的。所以在数学复习过程中，采取题海战术、猜题、押题等手段来应付高考是没有必要的，也是行不通的，其结果只会陷入“低效率、重负担、低质量”的恶性循环怪圈。我们只有追本溯源”，注意深挖教材习题，做到吃透教材，才能随机应变。

二、熟练掌握高中数学中的常见解题方法。我们在完成基本知识的复习的同时，必须熟练掌握高中数学的常见解题方法。打个比方来说，两个体能相同的人进行长跑，谁的的技巧好谁就会先到达终点。因此，掌握了好的解题方法对于提高解题速度和质量至关重要。高中数学中常见解题方法有：配方法、换元法、待定系数法、数形结合法、参数法、数学归纳法、反证法、比较法、构造法、解析法等。

三、加强数学思想和数学思维的培养和提升。在复习完基本知识和基本技能之后，应该加以总结和分析。从而培养我们的数学思想和提升数学思维。学习数学的本质是提升数学思维，其核心是培养数学思想。数学思想好比是指导我们解题的方向，方向对了我们才能基于数学基本知识和数学基本技能准确而又迅速地完成解答。高中常见的数学思想有：分类讨论思想、数形结合的思想、函数与方程的思想、等价转化思想、类比思想、归纳推理思想。

四、每次考试注意自己解题规范与答题的要求，尽力做到易题不失分，大题难题能取步骤分，数学总分自然能稳中求进。

总之，高考数学复习必须围绕基本知识、基本技能、基本思想这三个模块进行复习和提升。