2015年福建省高考数学（文）试卷详解

编写者：吴晓东 江信辉 王楠楠 陈煜

1、若$(1+i)+(2-3i)=a+bi(a,b\in \mathbf{R},i$是虚数单位)。则 a,b 的值分别等于

A．3,-2　　B.3,2　　C.3,-3　　D.-1,4

【答案】A

【解析】$(1+i)+(2-3i)=3-2i$

$\therefore a=3,b=-2$

【点评】：考查复数的基本运算，属于基础题。

2、若集合$M=\{x|-2\le x<2\},N=\{0,1,2\}$,则$M\cap N$等于

A．{0}　　B. {1}　　C. {0,1,2}　　D. {0,1}

【答案】D

【解析】集合 N 的元素有 0、1、2，其中只有 0 和 1 满足集合 M

$\therefore$选 D

【点评】：考查集合交并补运算属于基础题。

3、下列函数为奇函数的

A．$y=\sqrt{x}$　　B. $y=e^x$　　C. $y=\cos x$　　D. $y=e^x-e^{-x}$

【答案】D

【解析】A 选项，定义域$\{x|x\ge 0\}$不关于原点对称，非奇非偶函数

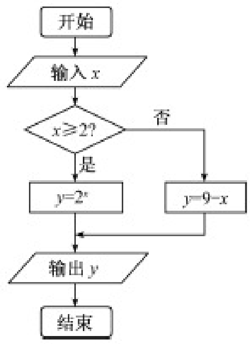
B 选项，定义域为 R，$f(-x)=e^{-x}$，$f(-x)\ne f(x)$且$f(-x)\ne -f(x)$，非奇非偶函数

C 选项，定义域为 R，$f(-x)=f(x)$为偶函数

D 选项，定义域为 R，$f(-x)=e^{-x}-e^{x}=-f(x)$，为奇函数

【点评】：考查函数的奇偶性，四个函数都属于基本函数，考生应熟记常见函数的奇偶性，属于基础题。

4、阅读如图所示的程序框图，运行相应的程序，若输入 x 的值为 1，则输出 y 的值为



A．2　　B. 7　　C. 8　　D. 128

【答案】C

【解析】程序功能为分段函数， $f(x)=\begin{cases}2^x, x\geq 2\\ 9-x, x<2\end{cases}$

$\because x=1<2$

$\therefore f(1)=9-1=8$

【点评】：此题考查程序框图中条件语句的判断，属于基础题。

5、若直线 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$（a>0，b>0）过点（1,1）,则 a+b 的最小值等于

A．2　　B.3　　C. 4　　D. 5

【答案】C

【解析】

把 $(1,1)$ 代入方程得：$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1$

$a+b=(a+b)(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})=2+\frac{b}{a}+\frac{a}{b}$

$\because a>0, b>0$

$\therefore \frac{b}{a}+\frac{a}{b}\geq 2$

$\therefore a+b\geq 2+2=4$

【点评】：在基本不等式中，“1”的妙用，属于基础题

6、若$\sin\alpha=-\frac{5}{13}$,且 α为第四象限角，则$\tan\alpha$的值等于

A . $\frac{12}{5}$　　　　B. $-\frac{12}{5}$.　　　　C. $\frac{5}{12}$　　　　D. $-\frac{5}{12}$

【答案】D

【解析】$\sin\alpha=-\frac{5}{13},|\tan\alpha|=\frac{5}{12}$

由于α为第四象限角，$\therefore \tan\alpha=-\frac{5}{12}$

【点评】：考查三角函数中同角三角函数的关系，注意判断三角函数值的正负，属于基础题。

7、.设 *a*=（1,2）,b=(1,1),c=a+kb.若 b⊥c，则实数 k 的值等于

A . $-\frac{3}{2}$　　　　B. $-\frac{5}{3}$　　　　C. $\frac{5}{3}$　　　　D. $\frac{3}{2}$

【答案】A

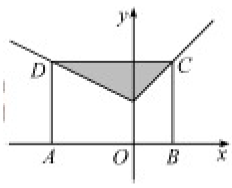
【解析】$\vec{c}=(1,2)+(k,k)=(k+1,k+2)$ ，$\vec{b}=(1,1)$

$\because \vec{b}\perp\vec{c}$

$\therefore (k+1)+(k+2)=0 \therefore k=-\frac{3}{2}$

【点评】：此题考查向量的基本运算及向量垂直条件的转换，属于基础题

8、如图，矩形 ABCD 中，点 A 在 x 轴上，点 B 的坐标为（1，0），且点 C 与点 D 在函$f(x)=\begin{cases}x+1, & x\geq 0\\ -\frac{1}{2}x+1, & x<0\end{cases}$的图像上，若在矩形 ABCD 内随机取



一点，则此点取自阴影部分的概率等于

A．$\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{3}{8}$　　D. $\frac{1}{2}$

【答案】B

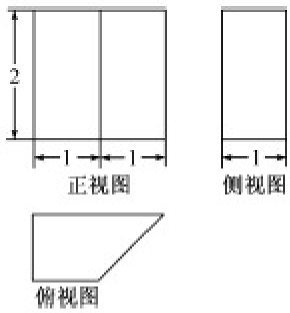
【解析】由题得：C 点坐标（1，2），D 点坐标（-2，2）

易得$\therefore S_{\triangle}=\frac{1}{2}\times3\times1=\frac{3}{2}$

$$p=\frac{S_{\triangle}}{S_{\square}}=\frac{\frac{3}{2}}{6}=\frac{1}{4}$$

【点评】：考查几何概型中的面积度量，属于基础题。

9、某几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积等于



A．$8+2\sqrt{2}$　　B. $11+2\sqrt{2}$　　C. $14+2\sqrt{2}$　　D. 15

【答案】B

【解析】由三视图可得，该立体图形属于简单几何体，底面为直角梯形高为 2 的直棱柱。

$S_{底}=\frac{1}{2}\times(2+1)\times1=\frac{3}{2}$，$S_{侧}=C_{底}\times 高=(1+1+2+\sqrt{2})\times2=8+2\sqrt{2}$

$S=2S_{底}+S_{侧}=11+2\sqrt{2}$

【点评】：考查立体几何中三视图及简单几何体表面积的计算，属于基础题

10、变量 x，y 满足约束条件$\begin{cases} x+y\geq 0, \\ x-2y+2\geq 0, \\ mx-y\leq 0, \end{cases}$若 $z=2x-y$ 的最大值为 2，则实数 m 等于

A．-2　　B. -1　　C. 1　　D. 2

【答案】C

【解析】联立两两直线得三个交点坐标：$A(-\frac{2}{3},\frac{2}{3}),B(0,0),C(\frac{2}{2m-1},\frac{2m}{2m-1})$

代入目标函数 $z=2x-y$ 得，只有代入 C 点才能得到 2 这个值

$\therefore \frac{4}{2m-1}-\frac{2m}{2m-1}=2$

解得 $m=1$

【点评】：线性规划中的截距型题目，且线性区域属于封闭图形，所以可以代入端点值来做，属于基础题，但需要学生掌握一些技巧及计算能力。

11、已知椭圆 E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>1)$ 的右焦点为 F，短轴的一个端点为 M，直线 l：3x-4y=0 交椭圆两点。若 $|AF|+|BF|=4$. 点 M 到直线 l 的距离不小于 $\frac{4}{5}$，则椭圆 E 的离心率的取值范围是

A．$(0,\frac{\sqrt{3}}{2}]$　　B. $(0,\frac{3}{4}]$　　C. $[\frac{\sqrt{3}}{2},1)$　　D. $[\frac{3}{4},1)$

【答案】A

【解析】依题得 $M=(0,b)$，M 到直线 l 的距离 $d=\frac{4b}{5}>\frac{4}{5}$，$\therefore b>1,b^2>1$

设椭圆的左焦点为 F_2，则根据对称性 $|AF_2|=|BF|$

$\therefore |AF_2|+|AF|=2a=4$

$a=2,a^2=4$

$\therefore a^2 - c^2 > 1$

$1 - \frac{c^2}{a^2} > \frac{1}{a^2}$

$e^2 < \frac{3}{4}$

$0 < e < \frac{\sqrt{3}}{2}$

【点评】:考查圆锥曲线的对称性及几何条件的转换，属于中档题。

12、“对任意$x \in (0, \frac{\pi}{2})$，$k\sin x\cos x<x$”是“k<1”的

A．充分而不必要 B. 必要而不充分条件 C. 充分必要条件 D.既不充分也不必要条件

【答案】B

【解析】当$x < 0$时，

令 $f(x) = \sin x - x$
$f'(x) = \cos x - 1 \le 0$

$\therefore f(x)$在$x > 0$单调递减

$\therefore x > 0$时，$f(x) < f(0) = 0$

当$x > 0$时，$\sin x < x$

当$2x > 0$，$\sin 2x < 2x$

$x \in (0, \frac{\pi}{2})$时，$\sin 2x < 2x$

$\begin{cases} \sin 2x < 2x \\ k < 1 \end{cases} \Rightarrow k\sin 2x < 2x$

$\therefore k < 1 \Rightarrow k\sin x\cos x < x$

$\because k = 1$时，$\sin 2x < 2x \Leftrightarrow \sin x\cos x < x$

$\therefore k\sin x\cos x < x$不能推出$k < 1$

【点评】本题考查考生对三角函数与一次函数的构造关系，与福州市高三质检考查的知识点相仿，以及考查充分必要性的判断。

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分.把答案填在相应位置.

13、某校高一年级有 900 名学生，其中女生 400 名，按男女比例用分层抽样的方法从该年级学生中抽取一个样本容量为 45 的样本，则应抽取的男生人数为：________.

【答案】25

【解析】总人数 900，女生 400，则男生 500

则女生：男生=4：5

$\therefore$男生人数为$x=45\times\frac{5}{9}=25$

【点评】：考查分层抽样，属于容易题。

14、若ΔABC中 AC=$\sqrt{3}$，A=$45°$，C=$75°$，则 BC=_____

【答案】$\sqrt{2}$

【解析】$\angle A=45°,\angle C=75°$则$\angle B=60°$

由$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，$a=\frac{\sqrt{3}}{\sin 60°}\times\sin 45°=\sqrt{2}$

【点评】：考查正弦定理的应用，属于基础题

15、若函数 $f(x)=2^{|x-a|}$（$a\in R$）满足 $f(1+x)=f(1-x)$，且 f（x）在[m,+∞)上为单调增函数，则实数 m 的最小值_____.

【答案】1

【解析】由 $f(1+x)=f(1-x)$得，函数$y=f(x)$关于$x=1$对称，

由于 $y=2^{|x|}$ 为偶函数，关于 y 轴对称

$\therefore f(x)=2^{|x-a|}$ 关于 $x=a$ 对称

$\therefore a=1$

$\therefore f(x)$ 在 $(-\infty,1)$ 单调递减，$(1,+\infty)$ 单调递增

$\therefore m\geq 1$，m 的最小值为 1

【点评】：考查含参函数的对称性及单调性问题，属于中档题

16、若 a,b 是函数 $f(x)=x^2-px+q(p>0,q>0)$ 的两个不同的零点，且 a，b，-2 这三个数可适当排序后成等差数列，也可适当排序后等比数列，则 p+q 的值等于______

【答案】9

【解析】由题得： $a+b=p>0,ab=1>0$

$\therefore a,b$ 均为正数

设 $b<a$ ，则 $2b=a-2,4=ab$

联立求得： $a=4,b=1$

$\therefore p=5,q=4$

【点评】考查函数的零点问题及数列的一般性质的研究，属于中档题，考查学生综合分析能力。

三、解答题:本大题共 6 小题，共 80 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17、等差数列｛a_n｝中，$a_2=4$，$a_4+a_7=15$.

（1）求数列｛a_n｝的通项公式

（2）设 $b_n=2^{a_n-2}+n$。求 $b_1+b_2+b_3+\ldots..+b_{10}$ 的值。

【解析】（1）设等差数列$\{a_n\}$的公差为 d，

由已知得$\begin{cases} a_1+d=4 \\ (a_1+3d)+(a_1+6d)=15 \end{cases}$

解得$\begin{cases} a_1=3 \\ d=1 \end{cases}$

所以$a_n=a_1+(n-1)d=n+2$

(2)由（1）得$b_n=2^n+n$

所以$b_1+b_2+b_3+....+b_{10}=(2+1)+(2^2+2)+(2^3+3)+...+(2^{10}+10)$

$=(2+2^2+2^3+...+2^{10})+(1+2+3+....+10)$

$=\dfrac{2(1-2^{10})}{1-2}+\dfrac{(1+10)\times 10}{2}$

$=(2^{11}-2)+55$

$=2^{11}+53=2101$

【点评】：本小题主要考查等差数列、等比数列、数列求和等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想、化归与转化思想

18、全国传播的融合指数是衡量电视媒体在中国网民中影响力的综合指标。根据相关报导提供的全网传播 2015 年某全国性大型活动的“省级卫视新闻台”融合指数的数据，对名列前 20 名的“省级卫视新闻台”的融合指数进行分组统计，结果如表所示

（1）现从融合指数在[4,5]和[7,8]内的“省级卫视新闻台”中随机抽取 2 家进行调研，求至少有 1 家的融合指数在[7,8]内的概率；

（2）根据分组统计表求这 20 家“省级卫视新闻台”的融合指数的平均数。

【解析】（1）融合指数在[7,8]内的“省级卫视新闻台”记为 A_1,A_2,A_3;融合指数在[4，5)内的“省级卫视新闻台”记为 B_1,B_2,从融合指数在[4，5)和[7,8]内的“省级卫视新闻台”中随机抽取 2 家的所有基本事件是：

$\{A_1,A_2\},\{A_1,A_3\},\{A_2,A_3\},\{A_1,B_1\},\{A_1,B_2\},\{A_2,B_1\},\{A_2,B_2\},\{A_3,B_2\},\{B_1,B_2\}$共 10 给

其中，至少有 1 家融合指数在[7,8]内的基本事件是：

$\{A_1,A_2\},\{A_1,A_3\},\{A_2,A_3\},\{A_1,B_1\},\{A_1,B_2\},\{A_2,B_1\},\{A_2,B_2\},\{A_3,B_2\},\{A_3,B_1\}$，共 9 个

所以所求的概率 $P=\dfrac{9}{10}$

(2)这 20 家“省级卫视新闻台”的融合指数平均数等于

$$4.5\times\frac{2}{20}+5.5\times\frac{8}{20}+6.5\times\frac{7}{20}+7.5\times\frac{3}{20}=6.05$$

【点评】：本题考查古典概型，频率分布表、平均数等基础知识，考查数据处理能力、运算求解能力、应用意识，考查必然与或然思想等

19、已知点 F 为抛物线 E：$y^2=2px(p>0)$的焦点，点 A（2,m）在抛物线 E 上，且$|AF|=3$

（1）求抛物线 E 的方程

（2）已知点 G（-1，0），延长线 AF 交抛物线 E 与点 B，证明：以点 F 为圆心且与直线 GA 相切的圆，必与直线 GB 相切。

【解析】抛物线的定义得：$|AF|=2+\dfrac{p}{2}$

因为$|AF|=3$,即$2+\dfrac{p}{2}=3$

解得 $p=2$

所以抛物线 E 的方程为 $y^2=4x$

(2)因为点 $A(2,m)$ 在抛物线 E: $y^2=4x$ 上，

所以$m=\pm 2\sqrt{2}$，由抛物线的对称性，设 A$(2,2\sqrt{2})$

由 A$(2,2\sqrt{2})$，$F(1,0)$可得直线 AF 的方程为$y=2\sqrt{2}(x-1)$

由$\begin{cases} y=2\sqrt{2}(x-1) \\ y^2=4x \end{cases}$得$2x^2-5x+2=0$

解得$x=2$或$x=\frac{1}{2}$，从而 B$(\frac{1}{2},-\sqrt{2})$

又$G(-1,0)$

所以$k_{GA}=\frac{2\sqrt{2}-0}{2-(-1)}=\frac{2\sqrt{2}}{3},k_{GB}=\frac{-\sqrt{2}-0}{\frac{1}{2}-(-1)}=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

所以$k_{GA}+k_{GB}=0$,从而$\angle AGF=\angle BGF$,这表明点 F 到直线 GA ,GB 的距离相等，故以 F 为圆心且与直线 GA 相切的圆必与直线 GB 相切

【点评】: 本题主要考察抛物线、直线与圆的位置关系等基础知识，考查推理论证能力、运算求解能力，考查属性结合思想、化归与转化思想、函数与方程思想

20、如图，AB 是圆 O 的直径，点 C 是圆 O 上异于 A，B 的点，PO 垂直于与圆 O 所在的平面，且 PO=OB=1.

（1）若 D 为线段 AC 的中点，求证：AC⊥平面 PDO；

（2）求三棱锥 P-ABC 体积的最大值；

（3）若 BC=$\sqrt{2}$，点 E 在线段 PB 上，求 CE+OE 的最小值

【解析】(1) 在ΔAOC中，因为 OA=OC，D 为 AC 的中点，所以 AC⊥DO

又 PO 垂直于圆 O 所在的平面，所以 PO⊥AC

因为$DO\cap PO=O$

所以 AC⊥平面 PDO

（2）因为点 C 在圆 O 上，

所以当 CO⊥AB 时，C 到 AB 的距离最大，且最大值为 1.

又 AB=2，所以ΔABC面积的最大值为$\frac{1}{2}\times 2\times 1=1$

又因为三棱锥 P-ABC 的高 PO=1

故三棱锥 P-ABC 体积的最大值为$\frac{1}{3}\times 1\times 1=\frac{1}{3}$

(3)在ΔPOB中，PO=OB=1，$\angle POB=90°$

所以$PB=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

同理$PC=\sqrt{2}$,所以 PB=PC=BC

在三棱锥 P-ABC 中，将侧面 BCP 绕 PB 旋转至平面$BC'P$,使之与平面 ABP 共面，如图所示，当 O，E，C'共线时，CE+OE 取得最小值

又因为 OP=PB，C’P=C’B，

所以 OC’垂直平分 PB

即 E 为 PB 中点

从而$OC'=OE+EC'=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{2}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$

亦即 CE+OE 的最小值为$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$

【点评】：本题主要考查直线与直线、直线与平面的位置关系、锥体的体积等基础知识，考查空间想象能力、推理论证能力、运算求解能力、考查数形结合思想、化归与转化思想

21、已知函数$f(x)=10\sqrt{3}\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}+10\cos^2\frac{x}{2}$

(1) 求函数$f(x)$的最小正周期；

(2) 将函数$f(x)$的图像向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，再向下平移 $a(a>0)$个单位长度后得

到函数 $g(x)$的图像，且函数 $g(x)$的最大值为 2.

（i）求函数 $g(x)$的解析式

（ii）证明；存在无穷多个互不相同的正整数 x_0，使得 $g(x_0)>0$

【解析】（1）因为 $f(x)=10\sqrt{3}\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}+10\cos^2\frac{x}{2}$

$$=5\sqrt{3}\sin x+5\cos x+5$$

$$=10\sin(x+\frac{\pi}{6})+5$$

所以函数 f(x)的最小正周期是 T=2π

（2）①将 $f(x)$的图象向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度后得到$y=10\sin x+5$的图象，再向下平移$a(a>0)$个单位长度后得到$g(x)=10\sin x+5-a$的图象

又已知函数$g(x)$的最大值为 2，所以$10+5-a=2$，解得$a=13$

所以$g(x)=10\sin x-8$

②要证明存在无穷多给互不相同的正整数x_0，使得$g(x_0)>0$，就是要证明存在无穷多给互不相同的正整数x_0，使得$10\sin x_0-8>0$即$\sin x_0>\frac{4}{5}$

由$\frac{4}{5}<\frac{\sqrt{3}}{2}$知，存在$0<\alpha_0<\frac{\pi}{3}$，使得$\sin\alpha_0=\frac{4}{5}$

由正弦函数的性质可知，当$x\in(\alpha_0,\pi-\alpha_0)$时，均有$\sin x>\frac{4}{5}$

因为$y=\sin x$的周期为2π

所以当$x\in(2k\pi+\alpha_0,2k\pi+\pi-\alpha_0)(k\in Z)$时，均有$\sin x>\frac{4}{5}$

因为对任意的整数 k，$(2k\pi+\pi-\alpha_0)-(2k\pi+\alpha_0)=\pi-2\alpha_0>\frac{\pi}{3}>1$

所以对任意的正整数 k，都存在正整数$x_0\in(2k\pi+\alpha_0,2k\pi+\pi-\alpha_0)$，使得$\sin x_k>\frac{4}{5}$

亦即，存在无穷多给互不相同的正整数x_0，使得$g(x_0)>0$

【点评】：本题主要考查三角函数的图象与性质、三角恒等变换等基础知识，考查运算求解能力、抽象概括能力、推理论证能力、创新意识，考查函数与方程思想、化归与转化思想、有限与无限思想、数形结合思想

22、已知函数$f(x)=\ln x-\frac{(x-1)^2}{2}$

（1）求函数 f（x）的单调递增区间；

（2）证明：当 x>1 时，f（x）<x-1;

（3）确定实数 k 的所有可能取值，使得存在 $x_0>1$,当$x\in(1,x_0)$时，恒有 *f(x)>k (x-1)*

【解析】（1）$f'(x)=\frac{1}{x}-x+1=\frac{-x^2+x+1}{x},x\in(0,+\infty)$

由 $f'(x)>0$ 得$\begin{cases} x>0 \\ -x^2+x+1>0 \end{cases}$ 解得$0<x<\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

故 $f(x)$的单调递增区间$(0,\frac{1+\sqrt{5}}{2})$

（2）令 $F(x)=f(x)-(x-1),x\in(0,+\infty)$

则有$F'(x)=\frac{1-x^2}{x}$

当$x\in(1,+\infty)$时，$F'(x)<0$，

所以$F(x)$在$[1,+\infty)$上单调递减

故当$x>1$时，$F(x)<F(1)=0$即当$x>1$时，$f(x)<x-1$

（3）由（2）知，当$k=1$时，不存在$x_0>1$满足题意

当$k>1$时，对于$x>1$有 $f(x)<x-1<k(x-1)$，则 $f(x)<k(x-1)$

从而不存在$x_0>1$满足题意

当 $k<1$ 时，令 $G(x)=f(x)-k(x-1), x\in(0,+\infty)$

则有 $G'(x)=\frac{1}{x}-x+1-k=\frac{-x^2+(1-k)x+1}{x}$

由 $G'(x)=0$ 得 $-x^2+(1-k)x+1=0$

解得 $x_1=\frac{1-k-\sqrt{(1-k)^2+4}}{2}<0$ ， $x_2=\frac{1-k+\sqrt{(1-k)^2+4}}{2}>1$

当 $x\in(1,x_2)$ 时， $G'(x)>0$,故 $G(x)$ 在 $[1,x_2)$ 内单调递增

从而当 $x\in(1,x_2)$ 时， $G(x)>G(1)=0$ ，即 $f(x)>k(x-1)$

综上， k 的取值范围是 $(-\infty,1)$

【点评】：本题主要考查函数的单调性，导数及其应用等基础知识，考查推理论证能力、运算求解能力、创新意识、考查函数与方程思想、化归与转化思想、分类与整合思想、有限与无限思想、数形结合思想。