

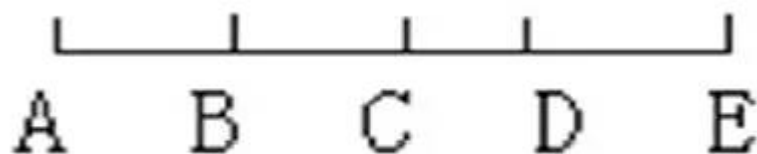
## 19 种解题速成法解题方法

- 1——分类解题方法
- 2——化大为小找规律解题方法
- 3——把未知量具体化解题方法
- 4——试验解题方法
- 5——移多补少解题方法
- 6——等量代换解题方法
- 7——画图解题方法
- 8——反过来想解题方法
- 9——分析因果关系解题方法
- 10——假设解题方法
- 11——转化解题方法
- 12——抓不变量解题方法
- 13——找隐蔽条件解题方法
- 14——整体看问题解题方法
- 15——分情况讨论解题方法
- 16——逐步调整解题方法
- 17——合理变形解题方法
- 18——用字母表示数解题方法
- 19——借来还去

## ■ 解题方法 1——分类

---

分类是一种很重要的数学思考方法，特别是在计数、数个数的问题中，分类的方法是很常用的。



可分为这样几类：

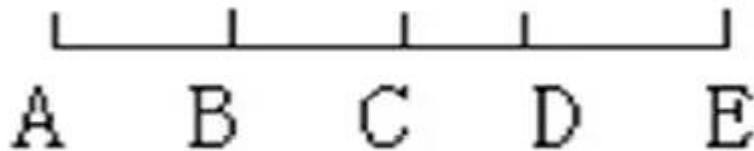
(1)以 A 为左端点的线段共 4 条，分别是：AB，AC，AD，AE；

(2)以 B 为左端点的线段共 3 条，分别是：BC，BD，BE；

(3)以 C 为左端点的线段共 2 条，分别是：CD，CE；

(4)以 D 为左端点的线段有 1 条，即 DE。

一共有线段  $4+3+2+1=10$ (条)。



还可以把图中的线段按它们所包含基本线段的条数来分类。

(1)只含 1 条基本线段的，共 4 条：AB，BC，CD，DE；

(2)含有 2 条基本线段的，共 3 条：AC，BD，CE；

(3)含有 3 条基本线段的，共 2 条：AD，BE；

(4)含有 4 条基本线段的，有 1 条，即 AE。

有长度分别为 1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11(单位：厘米)的木棒足够多，选其中三根作为三条边围成三角形。如果所围成的三角形的一条边长为 11 厘米，那么，共可围成多少个不同的三角形？

提示：要围成的三角形已经有一条边长度确定了，只需确定另外两条边的长度。

设这两条边长度分别为  $a$ ， $b$ ，那么  $a$ ， $b$  的取值必须受到两条限制：

① $a$ 、 $b$  只能取 1~11 的自然数；

②三角形任意两边之和大于第三边。

1、11 一种

2、112、10 二种

3、113、103、9 三种

4、114、104、94、8 四种

5、115、105、95、85、7 五种

6、116、106、96、86、76、6 六种

7、117、107、97、87、7 五种

8、118、108、98、8 四种

9、119、109、9 三种

10、1110、10 二种

11、11 一种

$1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1=36$  种

## ■ 解题方法 2——化大为小找规律

---

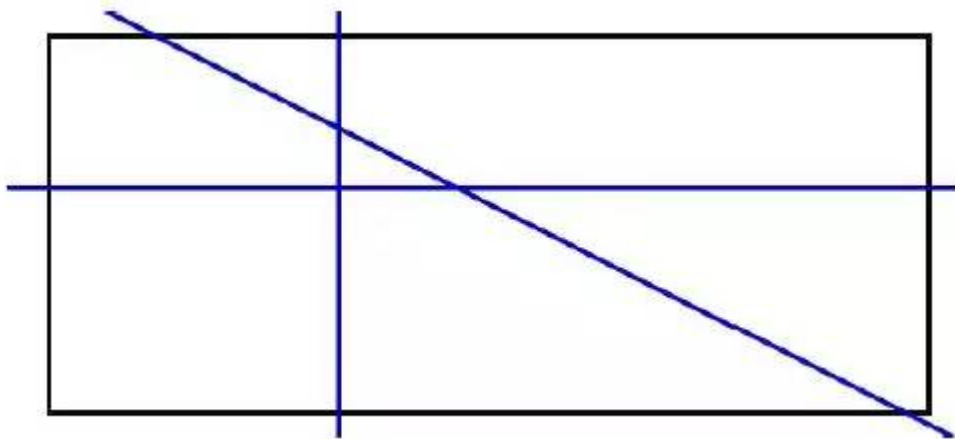
对于一些较复杂或数目较大的问题，如果一时感到无从下手，我们不妨把问题尽量简单化，在不改变问题性质的前提下，考虑问题最简单的情况(化大为小)，从中分析探寻出问题的规律，以获得问题的答案。这就是解数学题常用的一种方法，叫做归纳，我们也可以叫做“化大为小找规律”。

10 条直线最多可把一个长方形分成多少块？

提示：先不考虑 10 条直线，而是先看 1 条、2 条、3 条直线能把一个长方形分成几块？



10 条直线最多可把一个长方形分成多少块？



第一条直线：分成 2 块

第二条直线：分成  $2+2=4$  块

第三条直线：分成  $2+2+3=7$  块

我们发现这样的规律：

$$=2+(2+3+4+5+6+7+8+9+10)$$

$$=2+54$$

$$=56(\text{块})$$

这就是说，10 条直线可把长方形分为 56 块。

### ■ 解题方法 3——把未知量具体化

一般情况下，题目中的未知量不可以随便假设。有时，问题中所求的未知量与其它相关的未知量具体是多少并没有关系。在这种情况下，可以把这些没有关系的未知量设为具体数。”

在减法中，被减数、减数、差相加的和，除以被减数，所得的商是多少？

幼儿园把一筐苹果平均分给大班和小班的小朋友，每个小朋友可分得 6 个。如果全部分给大班小朋友，那么平均每人可分 10 个。如果全部分给小班的小朋友，平均每人可分几个？

全部分给小班的小朋友，每人可分几个，与苹果的总个数有关系，而与人数(无论是两班人数，还是大班人数)都没有关系。

苹果总数=两班总人数 $\times$ 6

苹果总数=大班人数 $\times$ 10

所以，大班人数 $\times$ 10=两班总人数 $\times$ 6

设两班 100 人大班  $100 \times 6 \div 10 = 60$  人

小班  $100 - 60 = 40$  人  $600 \div 40 = 15$  个

### ■ 解题方法 4——试验

将一根长为 374 厘米的铝合金管截成若干根长 36 厘米和 24 厘米的短管。问剩余部分的管子最少是多少厘米？

提示：从题目的问句看，应抓住“最少”二字来思考，先考虑没有剩余，再考虑剩余 1 厘米、2 厘米……

(1)如果把这根长管截成若干根两种不同规格的短管后没有剩余，那么 374 应该是 4 的倍数，因为两种短管的长度 36 厘米、24 厘米都是 4 的倍数，但 374 不能被 4 整除，所以没有剩余不可能。

(2)如果截成若干根两种不同规格的短管后只剩下 1 厘米，根据 36、24 都是偶数，“偶数的倍数是偶数”、“偶数与偶数的和是偶数”可推知，原来铝合金管长应为奇数，这与管长 374(偶数)的条件矛盾，所以，剩 1 厘米也不可能。

(3)如果最后剩下 2 厘米。这种情况有可能。 $374 \div (36+24) = 6 \dots 14$ 。这说明两种都截 6 根余 14 厘米，这时需要调整：少截一根 24 厘米长的，加上 14， $24+14=36+2$ ，正好合一根 36 厘米长的，还剩 2 厘米。

另外，枚举法：奥数题中常常出现一些数量关系非常特殊的题目，用普通的方法很难列式解答，有时根本列不出相应的算是来。我们可以用枚举法，根据题目的要求，一一列举基本符合要求的数据，然后从中挑选出符合要求的答案。

## ■ 解题方法 5——移多补少

---

在“平均”二字中，“平”就是“拉平”，也就是移多补少，“均”就是相等。“平均”二字的意思，通俗地说，就是用“移多补少”的办法，使每份数量都相等。因此，移多补少是我们解答求平均数应用题的重要思考方法。

新光机器厂装配拖拉机，第一天装配 50 台，第二天比第一天多装配 5 台，第三、第四两天装配台数是第一天的 2 倍多 3 台，平均每天装配多少台？

用四天装配总台数除以 4，综合算式为： $[50+(50+5)+(50 \times 2+3)] \div 4 = 52$ (台)

采用移多补少的方法，假设每天都装配 50 台，那么四天一共多装配  $5+3=8$ (台)，把这 8 台平均分成四份， $8 \div 4 = 2$ (台)，

因此，平均每天装配  $50+2=52$ (台)

综合算式为： $50+(5+3) \div 4 = 52$ (台)甲、乙、丙三人一起买了 8 个面包，平均分着吃，甲拿出 5 个面包的钱，乙付了 3 个面包的钱，丙没带钱，等吃完后一算，丙应该拿出 4 角钱，问甲应收回多少钱?(以分为单位)

4 角=40 分

$40 \times 3 = 120$ (分)

$120 \div 8 = 15$ (分)

$15 \times 5 - 40 = 35$ (分)

## ■ 解题方法 6——等量代换

---

“曹冲称象”是运用了“等量代换”的思考方法：两个完全相等的量，可以互相代换。解数学题，经常会用到这种思考方法。

百货商店运来 300 双球鞋，分别装在 2 个木箱、6 个纸箱里。如果 2 个纸箱同 1 个木箱装的球鞋一样多，每个木箱和每个纸箱各装多少双球鞋？

提示：我们根据“2 个纸箱同一个木箱装的球鞋一样多”，把木箱换成纸箱，也就是说，把 300 双球鞋全部用纸箱装，不用木箱装。根据已知条件，2 个木箱里的球鞋刚好装满 4 个纸箱，再加上原来已装好的 6 个纸箱，一共是 10 个纸箱。这样，题目就变为“把 300 双球鞋平均装在 10 个纸箱里，平均每个纸箱装多少双球鞋？”可以求出每个纸箱装多少双球鞋。也就能求出一个木箱装多少双球鞋。

用两台水泵抽水，小水泵抽 6 小时，大水泵抽 8 小时，一共抽水 312 立方米。小水泵 5 小时的抽水量等于大水泵 2 小时的抽水量，两种水泵每小时各抽水多少立方米？

5 小=2 大大换小： $8 \div 2 \times 5 = 20$ (时)

小： $312 \div (20 + 6) = 12$ (立方米)

大： $12 \times 5 \div 2 = 30$ (立方米)

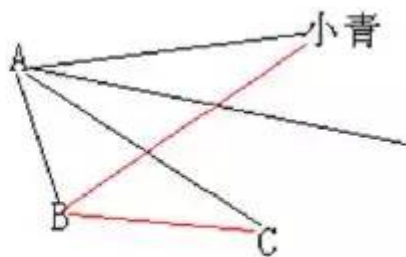
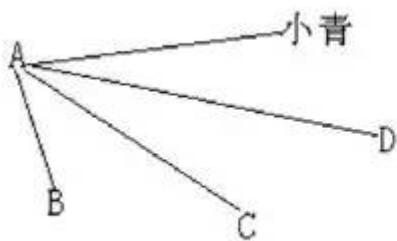
## ■ 解题方法 7——画图

---

在数学中，“数”与“形”就像一对形影不离的亲兄弟。几乎所有的数量关系或数学规律都可以用生动形象的示意图来反映。

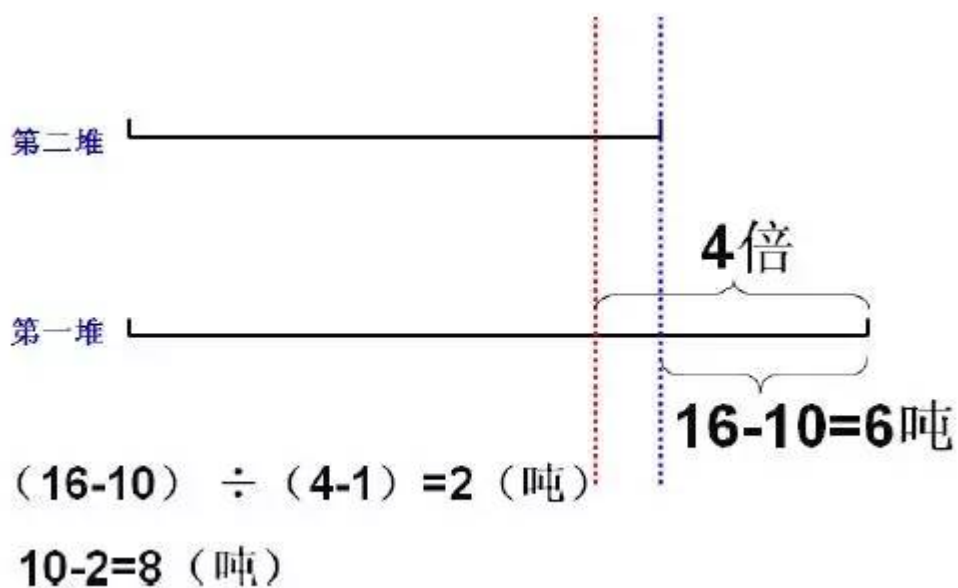
A、B、C、D 与小青五位同学一起比赛象棋，每两人都要比赛一盘。到现在为止，A 已经赛了 4 盘，B 赛了 3 盘，C 赛了 2 盘，D 赛了 1 盘。问小青已经赛了几盘？

A 已经赛了 4 盘 B 赛了 3 盘 C 赛了 2 盘 D 赛了 1 盘



小青已经赛了 2 盘

两堆煤，第一堆 16 吨，第二堆 10 吨，5 天内两堆煤烧掉同样多吨数，这样第一堆剩下的煤正好是第二堆所剩煤的 4 倍。问 5 天中两堆煤被烧掉了多少吨？



## 解题方法 8——反过来想

当你按习惯思路解决问题困难时，不妨也反过来想想。反过来想，是我们解数学题的一种很好的方法。



正难则反：有些数学问题如果你从条件正面出发考虑有困难，那么你可以改变思考的方向，从结果或问题的反面出发来考虑问题，使问题得到解决。

用淘汰制比赛从 200 名乒乓球选手中产生一名冠军，问应进行多少场比赛？

淘汰 199 人需要比赛 199 场

1 至 100 的自然数中，不能被 9 整除的自然数的和是多少？

从 1 至 100 的和中去掉 9 的倍数，就是不能被 9 整除的数的和了

$$1+2+3+\dots+100=5050$$

$$9\times(1+2+3+\dots+11)=594$$

$$5050-594=4456$$

另外，倒推法：从题目所述的最后结果出发，利用已知条件一步一步向前倒推，直到题目中问题得到解决。

## ■ 解题方法 9——分析因果关系

---

分析，也就是抓住结果找原因。我们解数学题，也应当学会这种顺藤摸瓜，分析因果关系的本领。

用一个杯子向一个空瓶里倒水。如果倒进 3 杯水，连瓶共重 440 克。如果倒进 5 杯水，连瓶共重 600 克。一杯水和一个空瓶各重多少？

我们先把两次倒水的情况作一次比较。

从连瓶重量来看，第二次比第一次重了

$$“600-440=160(克)”，$$

怎么会多 160 克的呢？因为第二次比第一次多倒了“ $5-3=2$ (杯)”水。

这样，我们就容易求出每杯水的重量为： $160\div 2=80(克)$ 。

$$空瓶重量\ 600-80\times 5=200(克)$$

这类应用题的一般思路：

(1)先比较两种情形，从数量上看出差别；

(2)分析造成这种数量差别的原因；

(3)利用这种因果关系来沟通题目中已知量与未知量的关系，并求出正确答案。

兴旺养猪场，如果每间猪圈养猪 8 头，就还有 4 头猪没有猪圈养；如果每间猪圈养猪 10 头，将空出 2 间猪圈。问这个养猪场有多少间猪圈？共养了多少头猪？

$$(10 \times 2 + 4) \div (10 - 8) = 12 (\text{间})$$

$$8 \times 12 + 4 = 100 (\text{头})$$

$$\text{或 } 10 \times 12 - 10 \times 2 = 100 (\text{头})$$

## ■ 解题方法 10——假设

---

小华解答数学判断题，答对一题给 4 分，答错一题扣 4 分，她答了 20 道判断题，结果只得 56 分。小华答对了几题？

假设小华全部答对：该得  $4 \times 20 = 80$  (分)，

现在实际只得了 56 分，相差  $80 - 56 = 24$  (分)，

因为答对一题得 4 分，答错一题扣 4 分，这样，一对一错相比，一题就差 8 分 ( $4 + 4 = 8$ )，

根据总共相差的分数以及做错一题相差的分数，就可以求出做错的数：  
 $24 \div 8 = 3$  (题)，

一共做 20 题，答错 3 题，答对的应该是：

$$20 - 3 = 17 (\text{题})$$

$$4 \times 17 = 68 \text{ (分)} \text{ (答对的应得分)}$$

$$4 \times 3 = 12 \text{ (分)} \text{ (答错的应扣分)}$$

$$68 - 12 = 56 \text{ (分)} \text{ (实际得分)}$$

某校有 100 名学生参加数学竞赛，平均得 63 分，其中男生平均得 60 分，女生平均得 70 分，那么，男生比女生多多少名？

假设 100 名同学都是男生，那么应得分

$$60 \times 100 = 6000 \text{ (分)}$$

比实际少得

$$63 \times 100 - 6000 = 300 \text{ (分)}$$

原因是男生平均分比女生少

$$70 - 60 = 10 \text{ (分)}$$

求出女生人数为

$$300 \div 10 = 30 \text{ (名)}$$

## ■ 解题方法 11——转化

---

数学题常用的也是十分重要的一种方法——转化。这种转化通常是指转化条件或问题，特别是转化题中的数量关系。

巧妙转化：在解奥数题时，经常要提醒自己，遇到的新问题能否转化成旧问题解决，化新为旧，透过表面，抓住问题的实质，将问题转化成自己熟悉的问题去解答。转化的类型有条件转化、问题转化、关系转化、图形转化等。

两个数相除的商是 21，余数是 3。如果把被除数、除数、商和余数相加，它们的和是 225。被除数、除数各是多少？

题目中前一句话换个说法就是：被除数比除数的 21 倍还多 3。再换个说法就是：被除数与除数的和比除数的“21+1”倍还多 3。

题目中第二句话换个说法是：被除数与除数的和是  $225-(21+3)=201$ 。

整个题目的意思换个说法就是：201 比除数的 22 倍多 3。

从而可以先求出除数是： $(201-3)\div 22=9$

可求出被除数是： $21\times 9+3=192$

## ■ 解题方法 12——抓“不变量”

---

数学题中，常常会出现数量的增减变化，但这些量变化时，与它们相关的另外一些量却没有改变。这种“不变量”往往在分析数量关系时起到重要作用。

今年小明 8 岁，小强 14 岁。几年后小明和小强岁数的和是 40 岁？

从年龄上不变来找解题的“突破口”

小明和小强的年龄差是： $14-8=6$ (岁)

小明那一年是： $(40-6)\div 2=17$ (岁)

是在几年之后呢？ $17-8=9$ (年)

王进和张明计算甲、乙两个自然数的积(这两个自然数都比 1 大)。王进把甲数的个位数字看错了，计算结果为 91，张明却把甲数的十位数字看错了，计算的结果为 175。两个数的积究竟是多少？

$91=7\times 13=1\times 91$ ，所以 175 和 91 的公约数是 1 或 7，因为乙数比 1 大，所以乙数一定是 7。

抓住：一个因数(乙数)没有变，乙是 91 和 175 的公约数

$91\div 7=13$ ……王进看错了的甲数

$175\div 7=25$ ……张明看错了的甲数。

$$15 \times 7 = 105$$

## ■ 解题方法 13——找隐蔽条件

---

应用题中的隐蔽条件，往往是分析问题的突破口或者是最关键的一步。所以，审题时如果感到缺少条件，你不妨提醒自己：有没有什么隐蔽条件？

一个家庭由丈夫、妻子、女儿和儿子组成，他们的年龄和是 73 岁。丈夫比妻子大 3 岁，女儿比儿子大 2 岁。4 年前这个家庭成员的年龄和是 58 岁。请问：这个家庭成员现在的年龄各是多少岁？

隐蔽条件，可以推知：儿子今年才 3 岁。

（由题意： $73 - 58 = 15$ （岁）， $4 \times 4 = 16$  由此可知儿子 4 年前未出生，又因相差一岁，所以儿子 3 岁。）

由“女儿比儿子大 2 岁”可以算出女儿今年是： $3 + 2 = 5$ （岁）

从而可知，丈夫与妻子现在的年龄和是：

$$73 - (5 + 3) = 65 \text{ (岁)}$$

由他们的年龄差是 3 岁，容易算出丈夫今年是：

$$(65 + 3) \div 2 = 34 \text{ (岁)}$$

$$\text{妻子今年是：} 65 - 34 = 31 \text{ (岁)}$$

点评：解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的数量关系，再求解。

一个等腰三角形的周长是 24 厘米，其中有一条边长是 6 厘米，求另外两条边的长？

答：等腰三角形的腰不能是 6 厘米，所以只能底是 6 厘米 另两条边： $(24 - 6) \div 2 = 9$ （厘米）

6 厘米

## ■ 解题方法 14——整体看问题

---

从整体上观察思考，全面地审题。

整体把握：有些奥数题，如果从细节上考虑，很繁杂，也没有必要。如果能从整体上把握，宏观上考虑，通过研究问题的整体形式、整体结构、局部与整体的内在联系，“只见深林，不见树木”，来求得问题的解决。

有甲、乙、丙三种货物。如果买甲 3 件，乙 7 件，丙 1 件，共花去 3.15 元；如果买甲 4 件，乙 10 件，丙 1 件，共花去 4.20 元。现在买甲、乙、丙各 1 件，需要花多少钱？

买甲 3 件，乙 7 件，丙 1 件，花 3.15 元①

买甲 4 件，乙 10 件，丙 1 件，花 4.20 元②

要想求出买甲 1 件，乙 1 件，丙 1 件，共需花多少钱，必须使上述①与②中对应的“件数”相差 1。

为此，可转化已知条件：

将条件①中的每个量都扩大 3 倍，得：

买甲 9 件，乙 21 件，丙 3 件，花 9.45 元③

将条件②中的每个量都扩大 2 倍，得：

买甲 8 件，乙 20 件，丙 2 件，花 8.40 元④

所以，买甲、乙、丙各一件，共需要花的钱数为

$$9.45-8.40=1.05(\text{元})$$

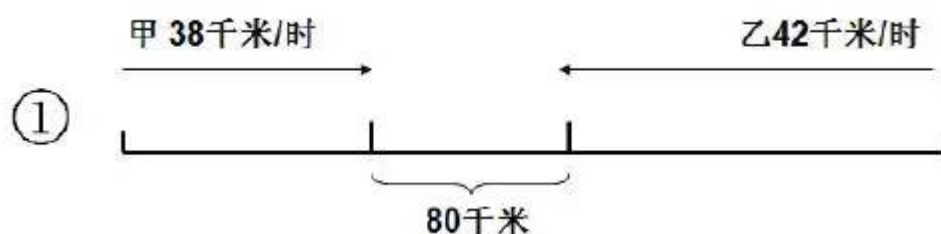
一条马路长 2000 米，老张在马路的一端，老李在马路的另一端。他们分别从这条马路的两端同时出发，相对而行。老张每分钟走 60 米，老李每分钟走 40 米。老张带着一条狗，狗每分钟跑 120 米。这条狗与老张一同出发，碰到老李时就向老张跑，碰到老张又向老李跑，……直到老张与老李相遇。问这条狗从出发到老张与老李相遇时共跑了多少米？

提示：不需要把狗每趟所跑的路分别算出来，只要用它的速度乘一共所跑的时间就可以了。

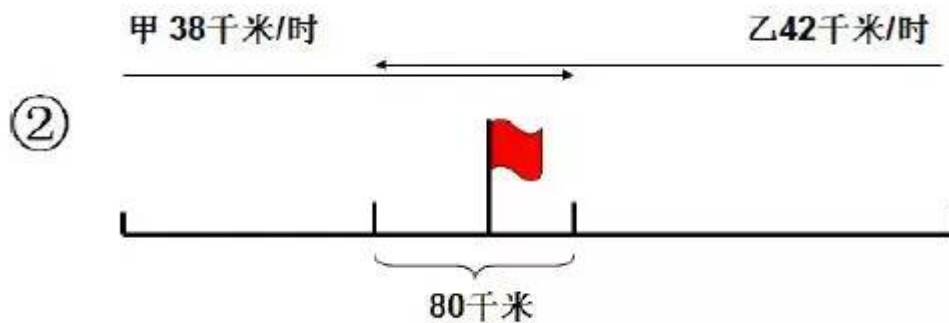
## ■ 解题方法 15——分情况讨论

对于那些缺少条件，看上去无法回答的问题，经过全面深入的思考，分几种情况来讨论，是可以找到问题的完整(全部)答案的。

甲地到乙地的公路长 400 千米，两辆汽车从两地同时出发对开，甲车每小时行 38 千米，乙车每小时行 42 千米。出发几小时后两车相距 80 千米？



$$(400-80)\div(38+42)$$



$$(400+80)\div(38+42)$$

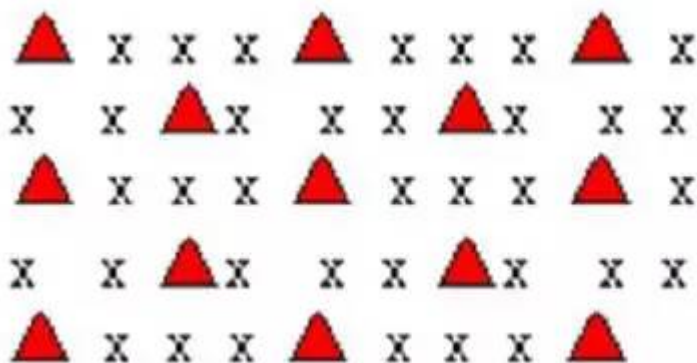
在连续的 49 年中，最多可以有多少个闰年？最少应该有多少个闰年？

49 年中有几个 4 年，一般就有几个闰年

在通常情况下，连续 49 年中有 12 个闰年。

49 年必须是连续的。但它没有规定这 49 年的起止时间。

但，当第一年是闰年时，最后一年也正好是闰年



把一根竹竿垂直插入水中，在竹竿上刻上一个记号表示水深；再把这根竹竿掉过头来插入水中，也刻上一个记号表示水深。已知两个记号相距 10 厘米，是水深的十分之一。求竹竿的长。

一种：水深：10×10=100(厘米)

竿长：100+100+10=210(厘米)



另一种：水深： $10 \times 10 = 100$ (厘米)

竿长： $100 + 100 - 10 = 190$ (厘米)

一根铁丝可以弯成长、宽分别是 4 厘米、3 厘米的长方形。如果用这根铁丝弯成两个相同的正方形，每个正方形面积是多少？

$$(4+3) \times 2 = 14 \text{(厘米)}$$

$$14 \div 8 = 1.75 \text{(厘米)} \quad 1.75 \times 1.75 = 3.0625 \text{(平方厘米)}$$

$$(4+3) \times 2 = 14 \text{(厘米)}$$

$$14 \div 7 = 2 \text{(厘米)} \quad 2 \times 2 = 4 \text{(平方厘米)}$$

## ■ 解题方法 16——逐步调整

---

你可以根据题中的部分条件，找到一个与正确答案比较接近的“准答案”，然后再对它进行修改或调整。这样一步一步地逼近，最后一定会得到符合题中所有条件的正确答案的。

## ■ 解题方法 17——合理变形

---

把算式合理变形，是我们进行简便计算最常用的方法。例如： $99 \times 99 + 199$

合理的变形可以使解题过程变得简捷而灵活。怎样的变形才是“合理”的呢？

(1) 题目变形之后，要使隐蔽的简算特点暴露出来；

(2) 只能变“形”，而不能改变数的大小。

## ■ 解题方法 18——用字母表示数

---

方方、圆圆、丁丁、宁宁四个小朋友共有 45 本书，但是不知道每人各有几本书。如果变动一下：方方的减少 2 本，圆圆的增加 2 本，丁丁的增加一倍，宁宁的减少一半，那么四个小朋友的书就一样多。问：每个小朋友原来各有几本书？

解：设一样多是  $x$  本。

$$X+2+X-2+X\div 2+2X=45$$

$$X=10$$

$$\text{方方：} 10+2=12 \quad \text{丁丁：} 10\div 2=5$$

$$\text{圆圆：} 10-2=8 \quad \text{宁宁：} 2X=20$$

## ■ 解题方法 19——借来还去

---

我国民间流传着这样一个故事，一位老人临终时决定把家里的 17 头牛全部分给三个儿子。其中大儿子分得二分之一，二儿子分得三分之一，小儿子分得九分之一，但不能把牛杀掉或卖掉。三个儿子按照老人的要求怎么也不好分。后来一位邻居用“借来还去”法顺利地把 17 头牛分完了。

某汽水厂规定：用 3 个空汽水瓶可换一瓶汽水，某人买了 10 瓶汽水，问他总共可喝到几瓶汽水？

如果 3 个空瓶可换 1 瓶汽水，那么有 2 个空瓶就可喝到 1 瓶汽水。这是因为：有了 2 个空瓶，再到别人那里“借来”1 个空瓶，就可换来 1 瓶汽水，喝完把空瓶给别人“还去”，这时不欠不余。10 瓶汽水喝完后得到 10 个空瓶，10 个空瓶又可换来 5 瓶汽水，总共可喝到“ $10+5=15$ ”瓶汽水。