

循环小数习题答案

1、把下列循环小数转化为分数: (1) $0.\dot{1}$, $0.\dot{4}$; (2) $0.\dot{0}1$, $0.\dot{3}5$; (3) $0.0\dot{8}$, $0.3\dot{8}$

$$(1) 0.\dot{1} = \frac{1}{9}, 0.\dot{4} = \frac{4}{9}$$

$$(2) 0.\dot{0}1 = \frac{1}{99}, 0.\dot{3}5 = \frac{35}{99}$$

$$(3) 0.0\dot{8} = \frac{8}{9} \times \frac{1}{10} = \frac{4}{45}, 0.3\dot{8} = \frac{38-3}{90} = \frac{7}{18}$$

2、计算: (1) $0.\dot{1} + 0.\dot{2} + 0.\dot{3}$; (2) $0.\dot{1} + 0.1\dot{2} + 0.12\dot{3}$; (3) $0.1\dot{2} + 0.\dot{2}3$

$$(1) \text{原式} = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{3}{9} \\ = \frac{2}{3}$$

$$(2) \text{原式} = \frac{1}{9} + \frac{12-1}{90} + \frac{123-12}{900} \\ = \frac{100}{900} + \frac{110}{900} + \frac{111}{900} \\ = \frac{107}{300}$$

$$(3) \text{原式} = \frac{12-1}{90} + \frac{23}{99} \\ = \frac{121}{990} + \frac{230}{990} \\ = \frac{39}{110}$$

3、计算: $0.\dot{1}234\dot{5} + 0.\dot{2}345\dot{1} + 0.\dot{3}451\dot{2} + 0.\dot{4}512\dot{3} + 0.\dot{5}123\dot{4}$

$$\text{原式} = \frac{12345}{99999} + \frac{23451}{99999} + \frac{34512}{99999} + \frac{45123}{99999} + \frac{51234}{99999} \\ = \frac{166665}{99999} \\ = \frac{5}{3}$$

4、把 $\frac{13}{101}$ 和 $\frac{88}{101}$ 化成小数后, 两个循环小数的小数点后第 2008 位数字的和是多少?

因为 $\frac{13}{101} + \frac{88}{101} = 1$, 而 $0.\dot{9} = 1$, 所以, 第 2008 位是 9

5、计算下列各式，并用小数表示计算结果：(1) $1.\dot{8}\dot{6}\times 0.35\dot{1}$ ；(2) $0.3\dot{8}\div 0.\dot{5}1\dot{8}$

$$\begin{aligned}(1) \text{原式} &= 1\frac{86}{99} \times \frac{351}{999} \\ &= \frac{185}{99} \times \frac{351}{999} \\ &= \frac{65}{999} \\ &= 0.\dot{6}\dot{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \text{原式} &= \frac{38-3}{90} \div \frac{518}{999} \\ &= \frac{35}{90} \times \frac{999}{518} \\ &= \frac{3}{4} \\ &= 0.75\end{aligned}$$

6、将算式 $0.\dot{3}+0.\dot{6}-0.\dot{3}\times 0.\dot{6}+0.\dot{3}\div 0.\dot{6}$ 的计算结果用循环小数表示是什么？

$$\begin{aligned}\text{原式} &= \frac{3}{9} + \frac{6}{9} - \frac{3}{9} \times \frac{6}{9} + \frac{3}{9} \div \frac{6}{9} \\ &= 1 - \frac{2}{9} + \frac{1}{2} \\ &= \frac{23}{18} \\ &= 1.2\dot{7}\end{aligned}$$

7、计算：(1) $(4.\dot{2}-0.\dot{4}\dot{8})\div 2.0\dot{5}$ ；(2) $0.\dot{1}3\dot{2}\times(0.\dot{1}3\dot{5}+0.13\dot{5})$

$$\begin{aligned}(1) \text{原式} &= \left(4\frac{2}{9} - \frac{48}{99}\right) \div 2\frac{5}{90} \\ &= 3\frac{73}{99} \div \frac{37}{18} \\ &= \frac{370}{99} \times \frac{18}{37} \\ &= 1\frac{9}{11}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \text{原式} &= \frac{132}{999} \times \left(\frac{134}{999} + \frac{122}{900}\right) \\ &= \frac{132}{999} \times \frac{2682}{9900} \\ &= \frac{4}{333} \times \frac{298}{100} \\ &= \frac{298}{8325}\end{aligned}$$

- 8、把分数 $\frac{4}{7}$ 化成小数后，从小数点后第一位起连续1000位数字的和是什么？

$\frac{4}{7} = 0.\dot{5}71428\dot{8}$ ，循环节有6位，这6位的数字和为 $5+7+1+4+2+8=27$ 。 $1000 \div 6 = 166 \cdots 4$ ，1000位中有循环节166个，还有4位数字一次是5,7,1,。这1000位数字和是 $27 \times 166 + (5+7+1+4) = 4499$ 。

- 9、真分数 $\frac{a}{7}$ 化成小数后，如果从小数点后第一位起连续若干个数字之和是2000。 a 应该是多少？

先把 $\frac{1}{7}$ 至 $\frac{6}{7}$ 都化成循环小数： $\frac{1}{7} = 0.\dot{1}4285\dot{7}$ ， $\frac{2}{7} = 0.\dot{2}8571\dot{4}$ ， $\frac{3}{7} = 0.\dot{4}2857\dot{1}$ ， $\frac{4}{7} = 0.\dot{5}7142\dot{8}$ ， $\frac{5}{7} = 0.\dot{7}1428\dot{5}$ ， $\frac{6}{7} = 0.\dot{8}5714\dot{2}$ 。发现每个数的循环节都是6位，而且都是1,4,2,8,5,7这6个数字组成的，因此每个数的循环节各位数字之和都是 $1+4+2+8+5+7=27$ 。无论 a 为多少， $\frac{a}{7}$ 化成小数后的每个数的循环节6个数字之和都是27，而 $2000 \div 27 = 74 \cdots 2$ ，所以一定包含了74个循环节，还多了2。因此要使数字和为2000，下一个循环节必须以2开始，只能是 $0.\dot{2}8571\dot{4}$ ，于是 a 为2。

- 10、将最简分数 $\frac{a}{7}$ 化成小数后，小数点后第一位开始的连续 n 位数之和为9006， a 和 n 分别为多少？

先把 $\frac{1}{7}$ 至 $\frac{6}{7}$ 都化成循环小数： $\frac{1}{7} = 0.\dot{1}4285\dot{7}$ ， $\frac{2}{7} = 0.\dot{2}8571\dot{4}$ ， $\frac{3}{7} = 0.\dot{4}2857\dot{1}$ ， $\frac{4}{7} = 0.\dot{5}7142\dot{8}$ ， $\frac{5}{7} = 0.\dot{7}1428\dot{5}$ ， $\frac{6}{7} = 0.\dot{8}5714\dot{2}$ 。发现每个数的循环节都是6位，而且都是1,4,2,8,5,7这6个数字组成的，因此每个数的循环节各位数字之和都是 $1+4+2+8+5+7=27$ 。因为 $9006 \div 27 = 333 \cdots 15$ ，要使数字和为9006，一定是出现了333个循环节后还余15。这说明，循环节的前几位数字和为15。把上面6个分数都观察一下就能找到： $1+4+2+8=2+8+5=15$ 。因此这个循环节可能是142857或285714。如果循环节是142857，那么这个分数为 $\frac{1}{7}$ ，也就是 $a=1$ ，此时 $n=333 \times 6 + 4 = 2002$ 。如果循环节是285714，那么这个分数为 $\frac{2}{7}$ ，也就是 $a=2$ ，此时 $n=333 \times 6 + 3 = 2001$ 。