

循环小数知识点与习题

知识点

一、核心思想：将循环小数化为分数（ $\frac{a}{7}$ 除外）。

二、 $\frac{a}{7}$ 的秘密

$$\frac{1}{7}=0.\dot{1}4285\dot{7}, \quad \frac{2}{7}=0.\dot{2}8571\dot{4}, \quad \frac{3}{7}=0.\dot{4}2857\dot{1}, \quad \frac{4}{7}=0.\dot{5}7142\dot{8}, \quad \frac{5}{7}=0.\dot{7}1428\dot{5},$$

$$\frac{6}{7}=0.\dot{8}5714\dot{2}$$

三、循环小数化分数

$$0.\dot{1}=\frac{1}{9}; 0.\dot{1}\dot{2}=\frac{12}{99}; 0.\dot{1}\dot{2}\dot{3}=\frac{123}{999}$$

$$0.\dot{1}\dot{2}=\frac{12-1}{90}; 0.\dot{1}\dot{2}\dot{3}=\frac{123-12}{990}$$

$$0.\dot{1}\dot{2}\dot{3}\dot{4}=\frac{1234-12}{9900}; 0.\dot{1}\dot{2}\dot{3}\dot{4}=\frac{1234-1}{9990}$$

$$0.\dot{a}=\frac{a}{9}; 0.\dot{a}\dot{b}=\frac{\overline{ab}}{99}; 0.0\dot{a}\dot{b}=\frac{\overline{ab}}{99} \times \frac{1}{10} = \frac{\overline{ab}}{990}; 0.\dot{a}\dot{b}\dot{c}=\frac{\overline{abc}-a}{990}$$

方法：（以 $0.\dot{1}\dot{2}\dot{3}\dot{4}=\frac{1234-1}{9990}$ 为例）

1、将循环节挪到小数点后

$$\text{令 } A = 0.\dot{1}\dot{2}\dot{3}\dot{4}, \text{ 则 } 10A = 1.\dot{2}\dot{3}\dot{4}$$

2、将循环节去掉

$$10000A = 1234.\dot{2}\dot{3}\dot{4},$$

$$10000A - 10A = 1234.\dot{2}\dot{3}\dot{4} - 1.\dot{2}\dot{3}\dot{4}$$

$$9990A = 1234 - 1$$

$$A = \frac{1234-1}{9990}$$

习题

- 1、把下列循环小数转化为分数: (1) $0.\dot{1}$, $0.\dot{4}$; (2) $0.\dot{0}1$, $0.\dot{3}\dot{5}$; (3) $0.0\dot{8}$, $0.3\dot{8}$
- 2、计算: (1) $0.\dot{1}+0.\dot{2}+0.\dot{3}$; (2) $0.\dot{1}+0.\dot{1}\dot{2}+0.12\dot{3}$; (3) $0.1\dot{2}+0.\dot{2}\dot{3}$
- 3、计算: $0.\dot{1}2345+0.\dot{2}3451+0.\dot{3}4512+0.\dot{4}5123+0.5123\dot{4}$
- 4、把 $\frac{13}{101}$ 和 $\frac{88}{101}$ 化成小数后, 两个循环小数的小数点后第 2008 位数字的和是多少?
- 5、计算下列各式, 并用小数表示计算结果: (1) $1.8\dot{6}\times 0.3\dot{5}\dot{1}$; (2) $0.38\div 0.518$
- 6、将算式 $0.\dot{3}+0.\dot{6}-0.\dot{3}\times 0.\dot{6}+0.\dot{3}\div 0.\dot{6}$ 的计算结果用循环小数表示是什么?
- 7、计算: (1) $(4.\dot{2}-0.4\dot{8})\div 2.0\dot{5}$; (2) $0.1\dot{3}\dot{2}\times (0.1\dot{3}\dot{5}+0.1\dot{3}\dot{5})$
- 8、把分数 $\frac{4}{7}$ 化成小数后, 从小数点后第一位起连续 1000 位数字的和是什么?
- 9、真分数 $\frac{a}{7}$ 化成小数后, 如果从小数点后第一位起连续若干个数字之和是 2000。 a 应该是多少?
- 10、将最简分数 $\frac{a}{7}$ 化成小数后, 小数点后第一位开始的连续 n 位数之和为 9006, a 和 n 分别为多少?