

抽屉原理习题答案

1、任意 1830 人中,至少有多少人的生日在同一天?

【解析】由于 $1830 \div 366 = 5$, 所以至少有 5 人同一天生日。

2、有红、黄、蓝、绿 4 中颜色的铅笔各 10 支,拿的时候不许看铅笔的颜色,那么一次至少要拿多少支,才能保证其中一定有 4 支是同一种颜色的铅笔?

【解析】要拿到 4 支同一颜色的铅笔,根据最不利原则,红、黄、蓝、绿 4 种颜色都拿了,而且每种都已拿 3 支,一共拿了 $4 \times 3 = 12$ 支。如果再多拿 1 支,那么这支铅笔必然会与之前拿出的某种颜色的 3 支铅笔同色。因此,至少要拿 $12 + 1 = 13$ 支铅笔,才能保证一定会拿到 4 支同色的铅笔。

3、一副扑克牌共 54 张,其中有 2 张王牌,还有黑桃、红桃、草花和方块 4 种花色的牌各 13 张。那么:

(1) 至少从中摸出多少张牌,才能保证在摸出的牌中有黑桃?

(2) 至少从中摸出多少张牌,才能保证至少有 3 张牌是红桃?

(3) 至少从中摸出多少张牌,才能保证有 5 张牌是同一花色的?

【解析】(1) 根据最不利原则将除黑桃之外的所有牌都拿出,共 $13 \times 3 + 2 = 41$ 张,再摸 1 张一定是黑桃,至少摸 $41 + 1 = 42$ 张。

(2) 根据最不利原则将除红桃之外的所有牌都拿出,而且拿出了 2 张红桃,共 $13 \times 3 + 2 + 2 = 43$ 张,再摸 1 张就可以了,所以至少摸 $43 + 1 = 44$ 张。

(3) 根据最不利原则每种花色都摸出 4 张,也将大小王拿出,共 $4 \times 4 + 2 = 18$ 张,再摸出 1 张就可,所以至少摸 $18 + 1 = 19$ 张。

4、将 60 个红球、8 个白球排成一条直线,至少会有多少个红球连在一起?

【解析】白球有 8 个,那么排在一起时白球把红球分成了 9 部分。 $60 \div 9 = 6 \cdots 6$ 根据抽屉原理至少有一个部分有 $6 + 1 = 7$ 个红球,因此至少有 7 个红球连在一起。

5、从 1, 2, 3, ..., 99, 100 这 100 个数中任意选出 51 个数,请说明:

(1) 在这 51 个数中,一定有两个数的差等于 50;

(2) 在这 51 个数中,一定有两个数差 1。

【解析】(1) 构造 50 个抽屉: (1, 51), (2, 52), (3, 53), ..., (50, 100), 51 个数至少有 2 个数落入同一个抽屉。

(2) 构造 50 个抽屉: (1, 2), (3, 4), (5, 6), ..., (99, 100), 51 个数至少有 2 个数落入同一个抽屉。

6、(1) 任给 4 个自然数,请说明:一定有两个数的差是 3 的倍数;

(2) 至少取几个数,才能保证一定有两个数的差是 7 的倍数?

【解析】(1) 自然数除以 3 的余数一共有 0, 1, 2 三种,所以 4 个自然数中一定有两个数除以 3 同余,那么这两个数的差是 3 的倍数。

(2) 构造抽屉,根据除以 7 的余数 1、2、3、4、5、6、0 将自然数分为 7 组,由苹果 \div 抽屉 $= \square \cdots 1$, $\square = 1$, 所以苹果 $= 8$, 至少选出 8 个数。

7、任意写一个由数字 1、2 组成的六位数,从这个六位数中任意截取相邻两位,可得一位两位数,请证明:在从各个不同位置上截得的所有两位数中,一定有两个相等。

【解析】从六位数中共能截出 5 个两位数,但一共只有 11, 12, 21, 22 这 4 种情况,所以有 4 个抽屉, $5 \div 4 = 1 \cdots 1$, $1 + 1 = 2$, 至少有 2 个相等。

8、至少找到多少个不同的两位数,才能保证其中一定存在两个数,它们的差是个位数与十位数字相同的两位数?

【解析】要使它们的差的个位与十位数字相同,只需差是 11 的倍数。按照除以 11 的余数 1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、0 构造 11 个抽屉,由苹果 \div 抽屉 $= \square \cdots 1$, $\square = 1$, 所以苹果 $= 11$, 至少选出 12 个数。