

## 第二十一届华杯赛初赛高年级组详解（成都卷）

一、选择题（每小题 10 分，共 60 分. 以下每题的四个选项中，仅有一个是正确的，请将表示正确答案的英文字母写在答题栏中正确位置）

1、“凑 24 点”游戏规则是：从一副扑克牌中抽去大小王剩下 52 张（如果初练也可以只用 1-10 折 40 张牌，任意抽去 4 张牌（称牌组），用加、减、乘、除（可加括号）把牌面上的数算成 24. 每张牌必须用一次且只能用一次，并不能用几张牌组成一个多位数，如果抽出的牌是 3, 8, 8, 9, 那么算是为  $(9-8) \times 8 \times 3$  或  $(9-8 \div 8) \times 3$  等. 在下面 4 个选项中，唯一无法凑出 24 点的是（ ）.

(A) 1, 2, 2, 3 (B) 1, 4, 6, 7 (C) 1, 5, 5, 5 (D) 3, 3, 7, 7

【难度】★

【考点】计算

【答案】A

【解析】选项 B:  $(7+1-4) \times 6 = 24$ ;

选项 C:  $(5-1 \div 5) \times 5 = 24$ ;

选项 D:  $(3+3 \div 7) \times 7 = 24$ 。

2、有一种数，是以法国数学家梅森的名字命名的，它们就是形如  $2^n - 1$  ( $n$  为质数) 的梅森数，当梅森数是质数时就叫梅森质数，是合数时就叫梅森合数，例如:  $2^2 - 1 = 3$  就是第一个梅森质数. 第一个梅森合数是（ ）

(A) 4 (B) 15 (C) 127 (D) 2047

【难度】★

【考点】数论：质数

【答案】D

【解析】选项 A:  $2^n - 1 = 4$ ,  $n$  无整数解;

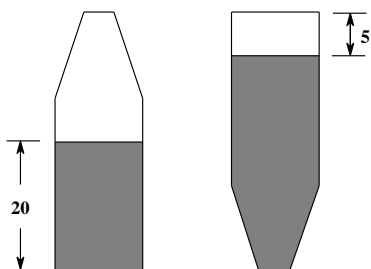
选项 B:  $2^n - 1 = 15$ ,  $n$  为 4, 但  $n$  不是质数, 故舍去;

选项 C:  $2^n - 1 = 127$ ,  $n$  为 7, 127 不是合数, 故舍去;

选项 D:  $2^n - 1 = 2047$ ,  $n$  为 11,  $n$  为质数, 且  $2047 = 23 \times 89$ , 是合数, 满足条件。

3、有一种饮料包装瓶的容积是 1.5 升. 现瓶里装了一些饮料，正放时饮料高度为 20 厘米，倒放时空余部分的高度为 5 厘米. 如右图，那么瓶内现有饮料（ ）升.

(A) 1 (B) 1.2 (C) 1.25 (D) 1.375



【难度】★★

【考点】立体几何

【答案】B

【解析】饮料的体积是高为 20 厘米的柱体，空气的体积是高为 5 厘米的柱体，因为这两个柱体的底面相同，故根据柱体的体积公式： $V_{\text{柱}} = S_{\text{底}} \times h$ ，体积之比等于高之比。故饮料占

总体积的  $\frac{20}{20+5} = \frac{4}{5}$ ，那么  $V_{\text{饮料}} = 1.5 \times \frac{4}{5} = 1.2$  升。

4、已知  $a, b$  为自然数， $\frac{4}{15} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ ，那么  $a+b$  的最

小值是 ( )

(A) 16 (B) 20 (C) 30 (D) 6

【难度】★★

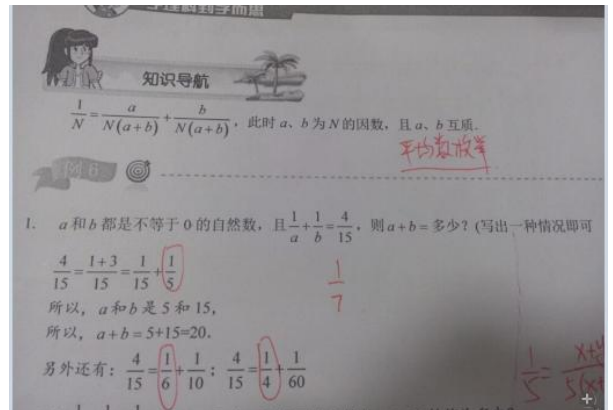
【考点】计算：分数的拆分

【答案】A

【解析】极端思考  $\frac{4}{15} = \frac{1}{6} + \frac{1}{10} = \frac{1}{5} + \frac{1}{15} = \frac{1}{4} + \frac{1}{60}$ ，则

$a+b$  最小为 16。

五年级周四参加实战的小朋友，有没有觉得这道题很熟悉呢，本周的实战正好考到了这道题目，哈哈！



5、如右图，平面上有 25 个点。每个点上都钉着钉子，形成  $5 \times 5$  的正方形钉阵。现有足够的橡皮筋。最多能套出 ( ) 种面积不同的正方形。

(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10

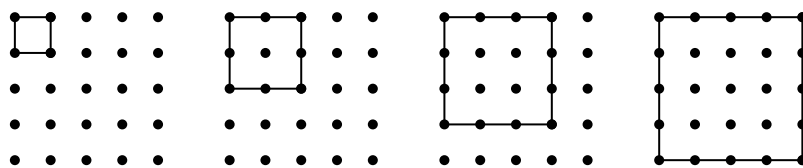
【难度】★★

【考点】几何计数

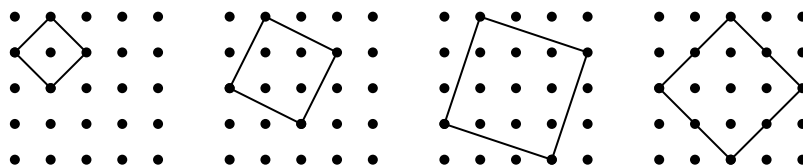
【答案】C

【解析】分类讨论。

如图，正放的有 4 种，面积分别为 1，4，9，16



如图，正放的有 4 种，面积分别为 2，5，10，8



共计 8 种。

6、在一个七位整数中,任何三个连续排列的数字都构成一个能被 11 或 13 整除的三位数,那么这个七位数最大是 ( )

(A) 9981733 (B) 9884737 (C) 9978137 (D) 9871773

【难度】★★★

【考点】数论

【答案】B

【选择题巧解】只有 988 是 13 的倍数,而其他选项的前三位均不符合题意,故选 B;

【详解】要最大,考虑首位为 9,前五位不能为 0,否则三位数的百位会为 0;因为  $7 \times 11 \times 13 = 1001$ ,考虑  $1001 - 11 = 990$ ,  $1001 - 13 = 988$ ,则只能 988 作为开始;881~889 中最大有 884 为 13 的倍数;841~849 中最大有 847 为 11 的倍数;470~479 中最大有 473 为 11 的倍数;730~739 中最大有 737 为 11 的倍数;综上,这个六位数为 9884737.

## 二、填空题(每小题 10 分,共 40 分.请将正确答案填写在答题栏的正确位置)

7.计算:  $2015^2 + 2016^2 - 2014 \times 2016 - 2015 \times 2017 =$  \_\_\_\_\_.

【难度】★★

【考点】计算:平方差公式

【答案】2

【解析】原式  $= 2015^2 + 2016^2 - (2015 - 1) \times (2015 + 1) - (2016 - 1) \times (2016 + 1)$   
 $= 2015^2 + 2016^2 - 2015^2 + 1 - 2016^2 + 1$   
 $= 2$

8.在右边的算式中,相同汉字代表相同数字,不同汉字代表不同数字.当“杯”代表 5 时,华杯赛所代表的三位数是\_\_\_\_\_.

$$\begin{array}{r}
 \text{华 杯 赛 三 十 年} \\
 \times \qquad \qquad \text{杯 杯} \\
 \hline
 \text{今 年 认 真 赛 好} \\
 \text{今 年 认 真 赛 好} \\
 \hline
 \text{三 十 年 华 杯 赛 好}
 \end{array}$$

【难度】★★★

【考点】数论:数字谜

【答案】153

【解析】根据题意,“好=0”,“杯×华”不进位,那么必有华=1,此时杯乘以万位向十万位进位 2,那么必有“今=7”,而最后的结果中,“今+年”必前进位 1,那么“三=8”;此时“真+赛”个位为 5,只能为“9+6”,或“2+3”,但是考虑到“年×杯”最多往前进位 4 次,那么“赛”只能为 2 或 3,若“赛=2”,此时“年”必为 4,此时这个算式为  $152864 \times 5 = 764320$ ,与题意矛盾,舍去;因此“赛”必为 3,因此“年×杯”乘积十位为 3,那么“年=6”,此时若“十=2”,则无解,那么“十=4”;综上,这个算式为  $153846 \times 55 = 8461530$ ,符合题意,所以华杯赛所代表的三位数是 153.

9、于 2015 年 10 月 29 日闭幕的党的十八届五中全会确定了允许普遍二孩的政策，笑笑爸爸看到当天的新闻后跟笑笑说：我们家今年的年龄综合是你年龄的 7 倍，如果明年给你添了一个弟弟或妹妹，我们家 2020 年的年龄总和就是你那时年龄的 6 倍，那么笑笑今年\_\_\_\_岁。

【难度】★★

【考点】应用题：年龄问题

【答案】11

【解析】设爸爸，妈妈，笑笑今年的年龄为  $x$  岁， $y$  岁， $z$  岁，则有

在 2015 年的时候， $x + y + z = 7z$

在 2020 年的时候， $x + 5 + y + 5 + z + 5 + 4 = 6(z + 5)$

将第一个式子代入第二个式子得， $7z + 19 = 6z + 30$

解得： $z = 11$

综上，笑笑今年为 11 岁。

【易错点】2016 年生的孩子，2017 年 1 岁，2020 年只有 4 岁。

10、教育部于 2015 年 9 月 21 日公布了全国青少年校园足球特色学校名单，笑笑所在的学校榜上有名。为了更好地备战明年市里举行的小学生足球联赛，近期他们学校的球队将和另 4 支球队进行一次足球友谊赛。比赛采用单循环制（即每两队比赛一场），规定胜一场得 3 分，负一场得 0 分，平局两队各得 1 分；以总分高低确定名词，若两只球队得分相同，就参考净胜球、相互胜负关系等因素决定名词。笑笑学校的球队想要稳获这次友谊赛的前三名，至少要得\_\_\_\_分。

【难度】★★★

【考点】比赛中的最值问题

【答案】8

【解析】共计 5 只队伍，共计  $C_5^2 = 10$  场比赛，总分最多为  $3 \times 10 = 30$  分，得 12 分、11 分、10 分、9 分显然进入前三，不作论述；得 8 分，必有 2 场平局，此时总分为 28 分，若笑笑是第四，则有三队至少得 8 分，显然总分已经超过 28；得 7 分，若笑笑是第四名，可以构造成功：

	笑	A	B	C	D	总分
笑	无	胜	胜	平	负	7
A	负	无	胜	胜	平	7
B	负	负	无	负	负	0
C	平	负	胜	无	胜	7
D	胜	平	胜	负	无	7

此时 4 个人都是 7 分，笑笑有可能因为净胜球得到第 4 名；

综上，至少要得 8 分才能保证前 3 名。