

黄石八中 2017—2018 年度上学期期中考试试卷

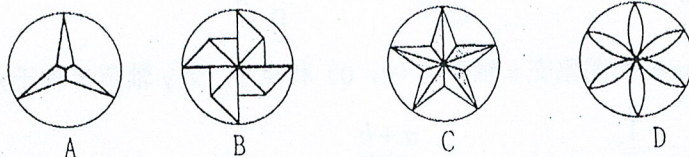
九年级数学

一. 选择题 (每题 3 分, 共 30 分)

1. 方程 $x(x-1)=0$ 的解是 ()

- A. $x=0$ B. $x=1$ C. $x=0$ 或 $x=-1$ D. $x=0$ 或 $x=1$

2. 下列图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是

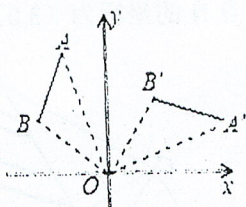


3. 将抛物线 $y=4x^2$ 向右平移 1 个单位, 再向上平移 3 个单位, 得到的抛物线是 ()

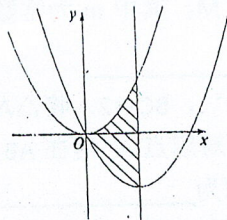
- A. $y=4(x+1)^2+3$ B. $y=4(x-1)^2+3$ C. $y=4(x+1)^2-3$ D. $y=4(x-1)^2-3$

4. 如图, 将线段 AB 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到线段 $A'B'$, 则 A (-2, 5) 的对应点 A' 的坐标是 ()

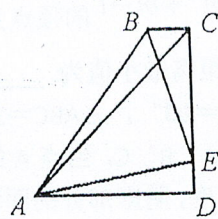
- A. (2, 5) B. (5, 2) C. (2, -5) D. (5, -2)



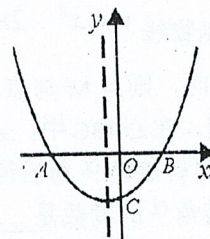
第 4 题



第 5 题



第 9 题



第 10 题

5. 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 经过平移得到抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x$, 其对称轴与两段抛物线所围成的阴影部分的面积是 ()

- A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

6. 某抛物线的顶点为 (2, -1), 与 x 轴相交于 P、Q 两点, 若此抛物线通过 (1, a)、(3, b)、(-1, c)、(-3, d) 四点, 则 a、b、c、d 中最大值是 ()

- A. a B. b C. c D. d

7. 二次函数 $y=2x^2-8x+m$ 满足以下条件: 当 $-2 < x < -1$ 时, 它的图象位于 x 轴的下方; 当 $6 < x < 7$ 时, 它的图象位于 x 轴的上方, 则 m 的值为 ()

- A. 8 B. -10 C. -42 D. -24

8. 关于 x 的一元二次方程 $kx^2+2x-1=0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围 ()

A. $k > -1$ B. $k > 1$ C. $k \neq 0$ D. $k > -1$ 且 $k \neq 0$

9. 如图四边形 ABCD 中, $AD \parallel BC$, $\angle BCD = 90^\circ$, $AB = BC + AD$, $\angle DAC = 45^\circ$, E 为 CD 上一点, 且 $\angle BAE = 45^\circ$, 若 $CD = 4$, 则 $\triangle ABE$ 的面积为 ()

A. $\frac{12}{7}$ B. $\frac{24}{7}$ C. $\frac{48}{7}$ D. $\frac{50}{7}$

10. 如图抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象交 x 轴于 A (2, 0) 和点 B, 交 y 轴负半轴于点 C, 且 $OB = OC$.

下列结论: ① $2b - c = 2$; ② $a = \frac{1}{2}$; ③ $ac = b - 1$; ④ $\frac{a+b}{c} > 0$. 其中正确的个数有 ()

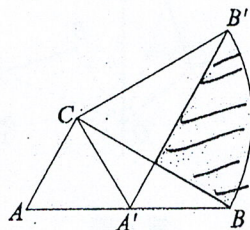
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二. 填空题 (每题 3 分, 共 18 分)

11. 已知抛物线 $y = 2x^2 + mx + n$ 与 x 轴交于点 A (3, 0)、B (-2, 0), 则多项式 $2x^2 + mx + n$ 可因式分解为 _____

12. 已知抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2 + m - 1$ 的顶点为 M, 其中 m 为常数, 点 N 的坐标为 (3, 0), 当 m 变化时, 则点 M 与点 N 的距离最小值为 _____.

13. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$, $BC = 2$. 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 逆时针旋转 α 角后得到 $\triangle A'B'C$, 当点 A 的对应点 A' 落在 AB 边上时, 旋转角 α 的度数是 _____ 度, 阴影部分的面积为 _____.



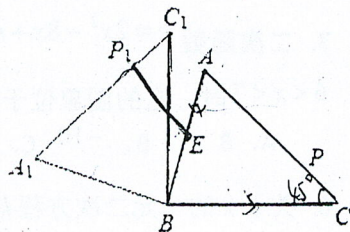
14. 在平面直角坐标系中, 如果点 P 的横坐标和纵坐标相等, 则称点 P 为

和谐点. 例如点 (1, 1), $(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3})$, $(-\sqrt{2}, -\sqrt{2})$, ..., 都是和谐

点. 若二次函数 $y = ax^2 + 4x + c$ ($a \neq 0$) 的图象上有且只有一个和谐点 $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$, 且当 $0 \leq x \leq m$

时, 函数 $y = ax^2 + 4x + c - \frac{3}{4}$ ($a \neq 0$) 的最小值为 -3, 最大值为 1, 则 m 的取值范围为 _____

15. 如图, 在锐角 $\triangle ABC$ 中, $AB = 4$, $BC = 5$, $\angle ACB = 45^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 按逆时针方向旋转, 得到 $\triangle A_1BC_1$. 点 E 为线段 AB 中点, 点 P 是线段 AC 上的动点, 在 $\triangle ABC$ 绕点 B 按逆时针方向旋转过程中, 点 P 的对应点是点 P₁, 则线段 EP₁ 长度的最小值为 _____.



16. 对于函数 $y = x^n + x^m$, 我们定义 $y' = nx^{n-1} + mx^{m-1}$ (m、n 为常数).

例如 $y = x^4 + x^2$, 则 $y' = 4x^3 + 2x$. 已知: $y = \frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + m^2x$.

(1) 若方程 $y' = 0$ 有两个相等实数根, 则 m 的值为_____

(2) 若方程 $y' = m - \frac{1}{4}$ 有两个正数根, 则 m 的取值范围为_____

三. 解答题 (共 72 分)

17. 计算: (本题 7 分)

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{-1} + (\sqrt{3} - 1.73)^0 + |-3 + \sqrt{3}| - \sqrt{16} - 4^{2017} \times (-0.25)^{2017}$$

18. (本题 7 分) 先化简, 再求值: $\left(\frac{3}{a+1} - a+1\right) \div \frac{a^2 - 4a + 4}{a+1} + \frac{4}{a-2} - a$, 并从 -1, 0, 2 中选一个合适的数作为 a 的值代入求值.

19. (本题 7 分) 已知关于 x 的不等式组
$$\begin{cases} 5x+1 > 3(x-1) \\ \frac{1}{2}x \leq 8 - \frac{3}{2}x + 2a \end{cases}$$
 恰好有两个整数解, 求实数 a 的取值范围.

20. 解方程 (本题 6 分)

(1) $2x^2 - 3x - 1 = 0$ (配方法) (2) $\frac{1}{1-x} = 2 + \frac{3x-x^2}{1-x^2}$

21. (本题 8 分) 已知关于 x 的函数 $y = ax^2 + x + 1$ (a 为常数)

(1) 若函数的图象与 x 轴恰有一个交点, 求 a 的值;

(2) 若函数的图象是抛物线, 且顶点始终在 x 轴上方, 求 a 的取值范围.

22. (本题 7 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x - m^2 = 0$.

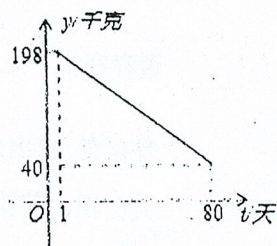
(1) 求证: 该方程有两个不等的实根;

(2) 若该方程的两个实数根 x_1, x_2 满足 $x_1 + 2x_2 = 9$, 求 m 的值.

23. (本题 10 分) 荆州市某水产养殖户进行小龙虾养殖. 已知每千克小龙虾养殖成本为 6 元, 在整个销售旺季的 80 天里, 销售单价 p (元/千克) 与时间第 t (天) 之间的函数关系为:

$$p = \begin{cases} \frac{1}{4}t + 16 & (1 \leq t \leq 40, t \text{ 为整数}) \\ -\frac{1}{2}t + 46 & (41 \leq t \leq 80, t \text{ 为整数}) \end{cases}$$

, 日销售量 y (千克) 与时间第



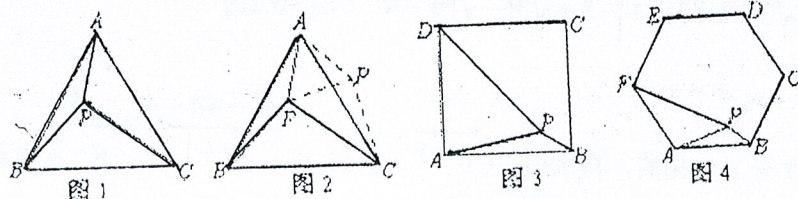
t (天) 之间的函数关系

如图所示:

- (1) 求日销售量 y 与时间 t 的函数关系式? (2) 哪一天的日销售利润最大? 最大利润是多少?
- (3) 该养殖户有多少天日销售利润不低于 2400 元?
- (4) 在实际销售的前 40 天中, 该养殖户决定每销售 1 千克小龙虾, 就捐赠 m ($m < 7$) 元给村里的特困户. 在这前 40 天中, 每天扣除捐赠后的日销售利润随时间 t 的增大而增大, 求 m 的取值范围.

24. (本题 8 分) 阅读下面材料:

小伟遇到这样一个问题: 如图 1, 在正三角形 ABC 内有一点 P , 且 $PA=3$, $PB=4$, $PC=5$, 求 $\angle APB$ 的度数. 小伟是这样思考的: 如图 2, 利用旋转和全等的知识构造 $\triangle AP'C$, 连接 PP' , 得到两个特殊的三角形, 从而将问题解决.



请你回答: 图 1 中 $\angle APB$ 的度数等于 _____.

参考小伟同学思考问题的方法, 解决下列问题:

- (1) 如图 3, 在正方形 $ABCD$ 内有一点 P , 且 $PA=2\sqrt{2}$, $PB=1$, $PD=\sqrt{17}$, 求 $\angle APB$ 的度数和正方形的边长;

- (2) 如图 4, 在正六边形 $ABCDEF$ 内有一点 P , 且 $PA=2$, $PB=1$, $PF=\sqrt{13}$, 直接写出 $\angle APB$ 的度数等于 _____, 正六边形的边长为 _____.

25. (本题 12 分) 如图, 已知抛物线 $y=ax^2+c$ 过点 $(-2,2)$, $(4,5)$, 过定点 $F(0,2)$ 的直线

$l: y=kx+2$ 与抛物线交于 A, B 两点, 点 B 在点 A 的右侧, 过点 B 作 x 轴的垂线, 垂足为 C .

- (1) 求抛物线的解析式;
- (2) 当点 B 在抛物线上运动时, 判断线段 BF 与 BC 的数量关系 ($>$ 、 $<$ 、 $=$), 并证明你的判断;
- (3) P 为 y 轴上一点, 以 B, C, F, P 为顶点的四边形是菱形, 设点 $P(0, m)$, 求自然数 m 的值;
- (4) 若 $k=1$, 在直线 l 下方的抛物线上是

否存在点 Q , 使得 $\triangle QBF$ 的面积最大,

若存在, 求出点 Q 的坐标及 $\triangle QBF$ 的最大面积, 若不存在, 请说明理由.

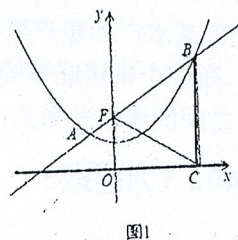
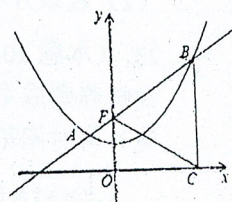


图1



备用图