**例　　　　2018 年上海市黄浦区中考模拟第 24 题**

如图 1，已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 经过点 $A(1, 0)$和 $B(0, 3)$，其顶点为 $D$.

（1）求此抛物线的表达式；

（2）求△$ABD$ 的面积；

（3）设 $P$ 为该抛物线上一点，且位于抛物线对称轴右侧，作 $PH$⊥对称轴，垂足为 $H$，若△$DPH$ 与△$AOB$ 相似，求点 $P$ 的坐标.

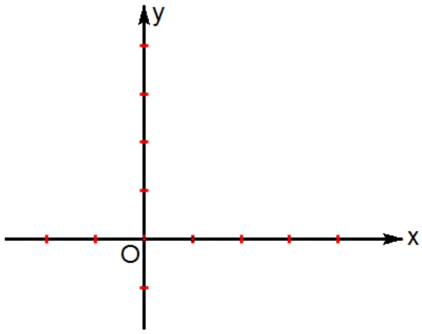


图 1

**动感体验**

请打开几何画板文件名“18 黄浦 24”，拖动点 $P$ 在对称轴右侧的抛物线上运动，可以体验到，△$DPH$ 与△$AOB$ 相似存在两种情况，右图是局部放大的图.

**思路点拨**

1．第（2）题求△$ABD$ 的面积，由于△$ABD$ 是不规则图形，所以用割补法.

2．第（3）题探求两个直角三角形相似，根据两条直角边对应成比例，分两种情况列方程.

**图文解析**

（1）已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 $x$ 轴交于点 $A(1, 0)$，可设 $y=(x-1)(x-x_2)$.

代入点 $B(0, 3)$，得 $x_2=3$.

所以 $y=(x-1)(x-3)=x^2-4x+3=(x-2)^2-1$，顶点 $D$ 的坐标为$(2,-1)$.

（2）如图 2，设抛物线的对称轴与 $x$ 轴交于点 $M$，作 $BN$⊥$DM$ 于 $N$.

已知 $A(1, 0)$、$B(0, 3)$、$D(2,-1)$，那么 $M(2, 0)$，$N(2, 3)$.

所以 $S_{\triangle ABD}=S_{\text{四边形}BADN}-S_{\triangle BDN}=S_{\text{梯形}BAMN}+S_{\triangle ADM}-S_{\triangle BDN}$

$$=\frac{1}{2}(1+2)\times 3+\frac{1}{2}\times 1\times 1-\frac{1}{2}\times 4\times 2=1.$$

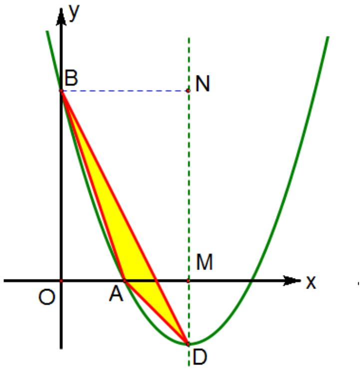


图 2

（3）设点 $P$ 的坐标为$(x, x^2-4x+3)$．

分两种情况讨论△$DPH$ 与△$AOB$ 相似：

①当 $\frac{DH}{PH}=\frac{BO}{AO}=3$时，$\frac{(x^2-4x+3)-(-1)}{x-2}=3$．

整理，得 $x^2-7x+10=0$．解得 $x=5$，或 $x=2$．此时 $P(5, 8)$（如图 3 所示）．

②当 $\frac{DH}{PH}=\frac{AO}{BO}=\frac{1}{3}$时，$\frac{(x^2-4x+3)-(-1)}{x-2}=\frac{1}{3}$．

整理，得 $3x^2-13x+14=0$．解得 $x=\frac{7}{3}$，或 $x=2$．此时 $P(\frac{7}{3},-\frac{8}{9})$（如图 4 所示）．

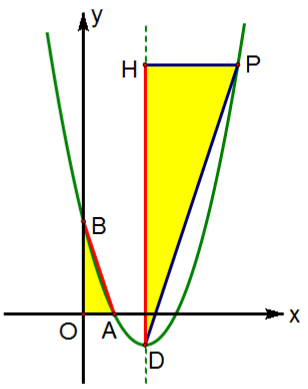


图 3

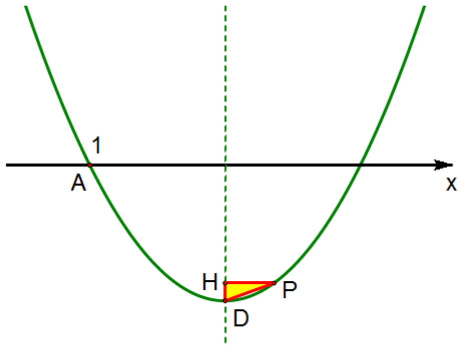


图 4

## 考点伸展

第（2）题也可以这样分割△$ABD$：如图 5，设 $BD$ 与 $x$ 轴交于点 $E$，那么 $AE$ 将△$ABD$ 分为两个有公共底边的△$BAE$ 和△$DAE$，这两个三角形高的和等于 $B$、$D$ 两点间的竖直距离．

由 $B(0, 3)$、$D(2,-1)$，得直线 $BD$ 为 $y=-2x+3$．所以 $E(\frac{3}{2},0)$，$AE=\frac{1}{2}$．

所以 $S_{\triangle ABD}=S_{\triangle BAE}+S_{\triangle DAE}=\frac{1}{2}AE(BO+DM)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times4=1$．

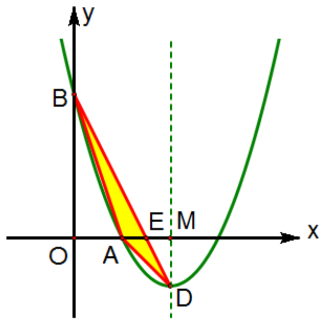


图 5