# 山西省实验中学
# 2018-2019学年度九年级第三次月考试题（卷）
# 数学

## 第I卷 选择题（共30分）

一、选择题（每小题3分，共30分）

1. 方程 $x^2=2x$ 的解是（　　）

A. $x=2$　　B. $x_1=-\sqrt{2}$，$x_2=0$　　C. $x_1=2$，$x_2=0$　　D. $x=0$

【考点】一元二次方程的解法.

【难度星级】★

【答案】C

【解析】由$x^2=2x$知，$x^2-2x=x(x-2)=0,\therefore x_1=2,x_2=0$.

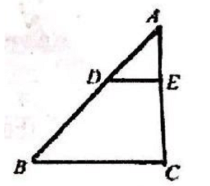
2. 如图，在△$ABC$中，$D$为$AB$边上一点，$DE//BC$交$AC$于点$E$，若$\frac{AD}{DB}=\frac{2}{3}$，$AE=6$，则$EC$的长为（　　）

A. 6

B. 9

C. 15

D. 18



第2题图

【考点】平行线分线段成比例定理.

【难度星级】★

【答案】B

【解析】$\because \frac{AE}{EC}=\frac{AD}{DB}=\frac{2}{3},\therefore EC=9$.

3. 下列命题中，真命题是（　　）

A.对角线相等的四边形是矩形

B.对角线互相垂直的四边形是菱形

C.两条对角线互相平分且相等的四边形是正方形

D.顺次连接任意四边形的各边中点所得的四边形是平行四边形

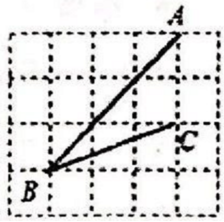
【考点】特殊平行四边形的判定.

【难度星级】★

【答案】D

【解析】A选项中有可能是等腰梯形；B选项中有可能是筝形；C选项中只能证明是矩形.

4. 如图，在网格中，小正方形的边长均为 1，点 $A$、$B$、$C$ 都在格点上，则$\angle ABC$的正弦值是（　　）




A. 2

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

【考点】锐角三角函数.

【难度星级】★

【答案】C

【解析】过点 C 作 AB 的垂线段，垂足为 D，所以$CD=\sqrt{2}, BC=\sqrt{10}, \therefore \sin\angle ABC=\frac{CD}{BC}=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

5. 在反比例函数$y=\frac{1-k}{x}$的图象的每一支曲线上，$y$ 都随 $x$ 的增大而减小，则 $k$ 的值可以是（　　）

A. 1　　B. $\frac{4}{3}$　　C. -1　　D. 2

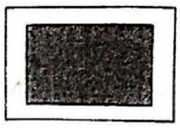
【考点】反比例函数的图象性质.

【难度星级】★

【答案】C

【解析】由题意知$1-k>0$，只有 C 选项符合要求.

6. 在一幅长为 80cm，宽为 50cm 的矩形风景画的四周镶一条宽度相同的金色纸边，制成一幅矩形挂图，如图所示，如果要使整个挂图的面积是 5400cm$^2$，设金色纸边的宽为 $x$cm，那么 $x$ 满足的方程是（　　）



第6题图

A. $x^2+130x-1400=0$

B. $x^2+65x-350=0$

C. $x^2-130x-1400=0$

D. $x^2-65x-350=0$

【考点】一元二次方程的面积问题.

【难度星级】★

【答案】B

【解析】由题意知$(80+2x)(50+2x)=5400 \Rightarrow x^2+65x-350=0$.

7. 若直线 $y=3x+m$ 经过第一、三、四象限，则抛物线 $y=(x-m)^2+1$ 的顶点必在（　　）

A.第一象限

B.第二象限

C.第三象限

D.第四象限

【考点】二次函数与一次函数综合.

【难度星级】★

【答案】B

【解析】由题意知 $m<0, \therefore (m,1)$ 在第二象限.

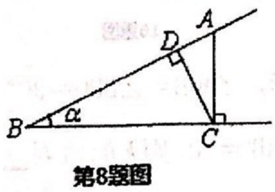
8. 如图，点 $A$ 为∠$a$ 边上的任意一点，作 $AC\perp BC$ 于点 $C$，$CD\perp AB$ 于点 $D$，下列用线段比表示 cos$a$ 的值，错误的是（　　）

A. $\dfrac{BD}{BC}$

B. $\dfrac{BC}{AB}$

C. $\dfrac{AD}{AC}$

D. $\dfrac{CD}{AC}$



第8题图

【考点】锐角三角函数.

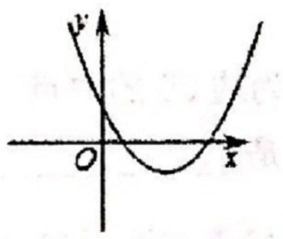
【难度星级】★

【答案】C

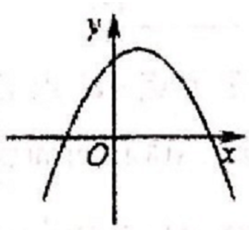
【解析】在 $Rt\triangle BCD$中, $\cos\alpha=\dfrac{BD}{BC}$，所以 A 选项正确；在 $Rt\triangle ABC$中, $\cos\alpha=\dfrac{BC}{AB}$，所以 B 选项正确；

$\because \angle ACD+\angle CAD=\angle\alpha+\angle CAD=90°, \therefore \angle ACD=\angle\alpha, \cos\alpha=\cos\angle ACD$，$\therefore$ 在$Rt\triangle ACD$中, $\cos\alpha=\dfrac{CD}{AC}$，所以 D 选项正确.

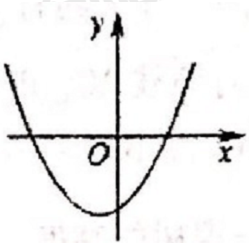
9. 如果在二次函数的表达式 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$中，$a>0$，$b<0$，$c<0$，那么这个二次函数的图象可能是（　　）



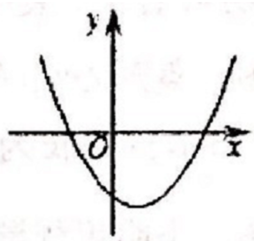
A



B



C



D

【考点】二次函数的图象性质.

【难度星级】★

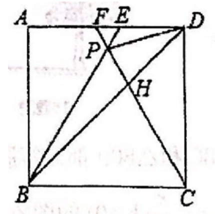
【答案】D

【解析】$a<0$，图象开口向下；$a$和$b$ 异号，所以对称轴在 $y$ 轴右侧；$c<0$，所以图象与 $y$ 轴交于负半轴.

10. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，$\triangle BPC$ 是等边三角形，$BP$、$CP$ 的延长线分别交 $AD$ 于点 $E$、$F$，连结 $BD$、$DP$，$BD$ 与 $CF$ 相交于点 $H$.给出下列结论:

①$BDE\backsim\triangle DPE$　②$\frac{FP}{PH}=\frac{3}{5}$　③$DP=PH\cdot PB$　④$\tan\angle DBE=2-\sqrt{3}$

其中正确结论的序号是（　　）



第10题图

A.①②

B.②③④

C.①③④

D.②④

【考点】几何综合题

【难度星级】★★★

【答案】C

【解析】∵△BPC 是等边三角形，∴BP=PC=BC，∠PBC=∠PCB=∠BPC=60°，

在正方形 ABCD 中，∵AB=BC=CD，∠A=∠ADC=∠BCD=90°

∴∠ABE=∠DCF=30°，∴∠CPD=∠CDP=75°，∴∠PDE=15°，

∵∠PBD=∠PBC－∠HBC=60°－45°=15°，∴∠EBD=∠EDP，

∵∠DEP=∠DEB，∴△BDE∽△DPE；故①正确；

∵PC=CD，∠PCD=30°，∴∠PDC=75°，∴∠FDP=15°，

∵∠DBA=45°，∴∠PBD=15°，∴∠FDP=∠PBD，

∵∠DFP=∠BPC=60°，∴△DFP∽△BPH，∴ $\frac{PF}{PH}=\frac{DF}{PB}=\frac{DF}{CD}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，故②错误；

∵∠PDH=∠PCD=30°，∵∠DPH=∠DPC，∴△DPH∽△CDP，∴ $\frac{PD}{CD}=\frac{PH}{PD}$，∴$PD^2=PH\cdot CD$，

∵PB=CD，∴$PD^2=PH\cdot PB$，故③正确；

如图，过 P 作 PM⊥CD，PN⊥BC，

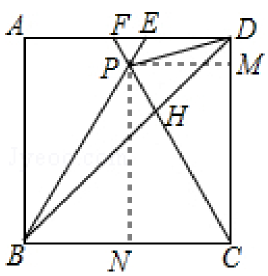
设正方形 ABCD 的边长是 4，△BPC 为正三角形，

∴∠PBC=∠PCB=60°，PB=PC=BC=CD=4，

∴∠PCD=30°，∴CM=PN=PB•sin60°=$4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$，PM=PC•sin30°=2，

∵DE∥PM，∴∠EDP=∠DPM，

∴∠DBE=∠DPM，∴tan∠DBE=tan∠DPM=$\frac{DM}{PM}=\frac{4-2\sqrt{3}}{2}=2-\sqrt{3}$，故④正确；



## 第 II 卷 非选择题（共 70 分）

### 二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分）

11. 如果抛物线 $y=3x^2$ 向下平移 2 个单位，所得到的抛物线是____________；

【考点】抛物线的平移变换.

【难度星级】★

【答案】 $y=3x^2-2$

【解析】上加下减（针对解析式）.

12. 阅读材料：设一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两根为 $x_1$，$x_2$，则两根与方程系数之间有如下关系：

$x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}, x_1 \bullet x_2=\dfrac{c}{a}$.根据该材料填空：已知 $x_1$，$x_2$ 是方程 $x^2+4x-3=0$ 的两实数根，则 $\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}$ 的值为____________.

【考点】韦达定理.

【难度星级】★

【答案】 $\dfrac{4}{3}$

【解析】 $x_1+x_2=-\dfrac{b}{a}=-4, x_1x_2=\dfrac{c}{a}=-3, \therefore \dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}=\dfrac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\dfrac{4}{3}$.

13. 一个口袋中有 3 个黑球和若干个白球，在不允许将球倒出来数的前提下，小明为估计其中的白球数，采用了如下的方法：从口袋中随机摸出一球，记下颜色，然后把它放回口袋中，摇匀后再随机摸出一球，记下颜色，不断重复上述过程.小明共摸了 100 次，其中 80 次摸到白球.根据上述数据，小明可估计口袋中的白球大约有__________个；

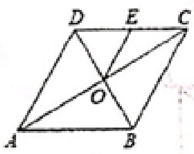
【考点】实验法估计概率.

【难度星级】★

【答案】12

【解析】摸到白球的概率为 0.8，所以摸到黑球的概率为 0.2，∴一共有 $\dfrac{3}{0.2}$=15个球，因此白球 12 个.

14. 如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 $AC$、$BD$ 相交于点 $O$，点 $E$ 为边 $CD$ 的中点，若菱形 $ABCD$ 的周长为 16，$\angle BAD$=60°，则△$OCE$ 的周长是__________；




14题图

【考点】菱形的性质.

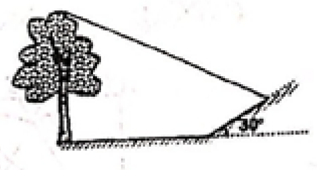
【难度星级】★

【答案】 $2\sqrt{3}+4$

【解析】菱形的边长为 4，点 E 为 CD 的中点，所以 $EC=2$；因为 OE 是△ACD 的中位线，所以 $OE=2$.

$\because \angle ABC=120°, AB=BC=4, \therefore AC=4\sqrt{3}, OC=2\sqrt{3}, \therefore$ 周长为 $2\sqrt{3}+4$.

15. 如图，小明想测量一棵树的高度，他发现树的影子恰好落在地面和一斜坡上，如图，此时测得地面上的影长为8米，坡面上的影长为4米.已知斜坡的坡脚为30°.同一时刻，一根长为1米垂直于地面放置的标杆在地面上的影长为2米，则树的高度为___________米；



15题图

【考点】解直角三角形的应用－坡度角问题

【难度星级】★★

【答案】$\left(6+\sqrt{3}\right)$米

【解析】延长AC交BF延长线于D点，

则∠CEF=30°，作CF⊥BD于F，

在Rt△CEF中，∠CEF=30°，CE=4m，

∴CF=2（米），EF=4cos30°=2$\sqrt{3}$（米），

在Rt△CFD中，

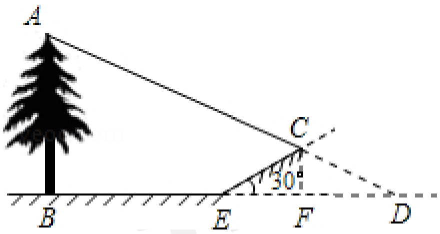
∵同一时刻，一根长为1米、垂直于地面放置的标杆在地面上的影长为2米，

即CF=2（米），CF：DF=1：2，

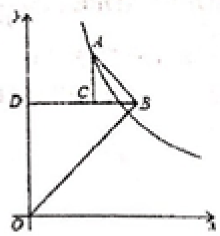
∴DF=4（米），

∴BD=BE+EF+FD=8+2$\sqrt{3}$+4=12+2$\sqrt{3}$（米）

在Rt△ABD中，AB=$\frac{1}{2}$BD=$\frac{1}{2}$（12+2$\sqrt{3}$）=$\left(6+\sqrt{3}\right)$米




16. 如图，△$ABC$和△$BOD$都是等腰直角三角形，∠$ACB$=∠$BDO$=90°，点$A$在反比例函数$y=\frac{k}{x}(k>0)$的图象上，若$OB^2-AB^2=10$，则$k$的值为______.



16题图

【考点】反比例函数综合

【难度星级】★★

【答案】5

【解析】设 A 点坐标为（$a$，$b$），

∵△ABC 和△BOD 都是等腰直角三角形，

∴AB=$\sqrt{2}$ AC，OB=$\sqrt{2}$ BD，BC=AC，OD=BD

∵$OB^2-AB^2=10$，

∴$2OD^2-2AC^2=10$，即 $OD^2-AC^2=5$，

∴（OD+AC）（OD - AC）=5，

∴$a\bullet b=5$，∴$k=5$．

三、解答题（本大题共 **7** 个小题，共 **52** 分）

17. （本题共 6 分，每小题各 3 分）

（1）计算：$2\cos 30°+\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-1}+\left|1-\sqrt{3}\right|-\tan 60°$

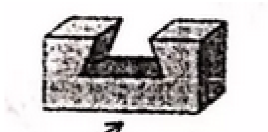
（2）解一元二次方程：$x^2+3x-4=0$

【考点】实数的综合运算及一元二次方程的基本解法

【难度星级】★

【答案】(1) $2+\sqrt{3}$　　(2) $x_1=-4,x_2=1$

18. （本题 6 分）请画出如图所示几何体的主视图、左视图和俯视图.

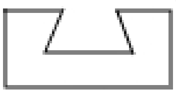


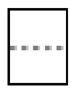

【考点】立体图形的三视图

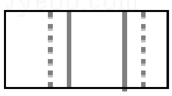
【难度星级】★

【答案】见解析

【解析】如图所示：


主视图


左视图


俯视图

19. （本题 6 分）现代互联网技术的广泛应用，催生了快递行业的高度发展.据调查，太原市某家小型“大学生自主创业”的快递公司，今年九月份与十一月份完成投递的快递总件数分别为 10 万件和 12.1 万件，现假定该公司每月投递的快递总件数的增长率相同.

（1）求该快递公司投递总件数的月平均增长率;

（2）如果平均每人每月最多可投递 0.6 万件,那么该公司现有的 21 名快递投递业务员能否完成今年十二月份的快递投递任务？如果不能，请问至少需要增加几名业务员？

【考点】一元二次方程的应用-增长率问题

【难度星级】★★

【答案】⑴10% ⑵至少增加 2 人

【解析】（1）设该快递公司投递总件数的月平均增长率为 $x$，根据题意得

$10(1+x)^2=12.1$，解得 $x_1=0.1$，$x_2=-2.1$（不合题意舍去）.

答：该快递公司投递总件数的月平均增长率为 10%;

（2）今年 6 月份的快递投递任务是 12.1×（1+10%）=13.31（万件）.

∵平均每人每月最多可投递 0.6 万件，

∴21 名快递投递业务员能完成的快递投递任务是：0.6×21=12.6＜13.31，

∴该公司现有的 21 名快递投递业务员不能完成今年 6 月份的快递投递任务

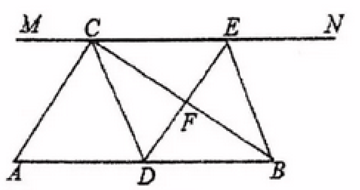
∴需要增加业务员（13.31－12.6）÷0.6=$1\frac{11}{60}$≈2（人）.

答：该公司现有的 21 名快递投递业务员不能完成今年 6 月份的快递投递任务，至少需要增加 2 名业务员.

20. （本题 8 分）如图，在 Rt△$ABC$ 中∠$ACB$=90°，过点 $C$ 的直线 $MN$//$AB$，$D$ 为 $AB$ 边上一点，过点 $D$ 作 $DE$⊥$BC$，交直线 $MN$ 于 $E$，垂足为 $F$，连接 $CD$、$BE$.

（1）当 $D$ 在 $AB$ 中点时，四边形 $BECD$ 是什么特殊四边形？说明你的理由;

（2）当 $D$ 为 $AB$ 中点时，∠$A$ 等于________度时，四边形 $BECD$ 是正方形.




【考点】特殊四边形的判定与性质

【难度星级】★★

【答案】⑴菱形，理由见解析 ⑵45

【解析】⑴解：①四边形 BECD 是菱形，理由如下：

∵D 为 AB 中点，∴AD=BD，

∵CE=AD，∴BD=CE，

∵BD∥CE，∴四边形 BECD 是平行四边形，

∵∠ACB=90°，D 为 AB 中点，

∴CD=$\frac{1}{2}$AB=BD，∴四边形 BECD 是菱形.

⑵当∠A=45°时，四边形 BECD 是正方形；理由如下：

∵∠ACB=90°，当∠A=45°时，△ABC 是等腰直角三角形，

∵D 为 AB 的中点，∴CD⊥AB，

∴∠CDB=90°，∴四边形 BECD 是正方形.

21. （本题 7 分）为弘扬中华传统文化，某校举办了学生“国学经典大赛”.比赛项目为：A 唐诗、B 宋词、C 论语、D 三字经.比赛形式分“单人组”和“双人组”.

（1）小丽参加“单人组”，她从中随机抽取一个比赛项目，恰好抽中“三字经”的概率是__________.

（2）小红和小明组成一个小组参加“双人组”比赛，比赛规则是：同一小组的两名队员的比赛，比赛规则是：同一小组的两名队员的比赛项目不能相同，且每人只能随机抽取一次，则小红和小明都没有抽到“论语”的概率是多少？请用画树状图或列表的方法进行说明.

【考点】列表法或树状图法求两步实验概率

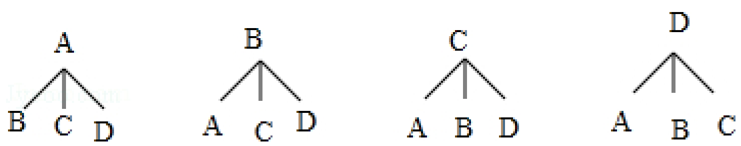
【难度星级】★★

【答案】⑴$\frac{1}{4}$　⑵$\frac{1}{2}$

【解析】（1）从四个比赛项目中抽取 1 个有 4 种等可能结果，其中恰好抽中“三字经”的只有 1 种结果，

∴恰好抽中“三字经”的概率是$\frac{1}{4}$；

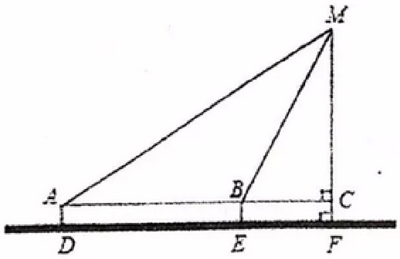
（2）画树状图为：




∵共有 12 种等可能的结果，其中都没有抽到“论语”的有 6 种结果，

∴都没有抽到“论语”的概率为$\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.

22. （本题 7 分）某校九年级数学兴趣小组的同学进行社会实践活动时，想利用所学的解直角三角形的知识测量某塔的高度.他们先在点 $D$ 用高 1.5 米的测角仪 $DA$ 测得塔顶 $M$ 的仰角为 30°，然后沿 $DF$ 方向前行 40m 到达点 $E$ 处，在 $E$ 处测得塔顶 $M$ 的仰角为 60°.请根据他们的测量数据求此塔 $MF$ 的高.（结果精确到 0.1m，参考数据：$\sqrt{2}\approx1.41$，$\sqrt{3}\approx1.73$，$\sqrt{6}\approx2.45$）

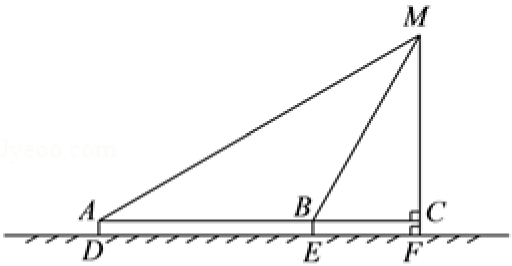



【考点】解直角三角形的应用－仰角俯角问题

【难度星级】★★

【答案】36.1 米

【解析】由题意：AB=40，CF=1.5，∠MAC=30°，∠MBC=60°，




∵∠MAC=30°，∠MBC=60°，

SE ∴∠AMB=30°

∴∠AMB=∠MAB

∴AB=MB=40，

在 Rt△BCM 中，

∵∠MCB=90°，∠MBC=60°，

∴∠BMC=30°.

∴BC=$\frac{1}{2}BM$ =20，

∴ $MC=\sqrt{MB^2-BC^2}=20\sqrt{3}$，

∴MC≈34.64，

∴MF=CF+CM=36.14≈36.1.

23. （本题 12 分）如图 1，四边形 $ABCD$ 为正方形，点 $A$ 在 $y$ 轴上，点 $B$ 在 $x$ 轴上，且 $OA=4$，$OB=2$，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$ 在第一象限的图象经过正方形的顶点 $C$.

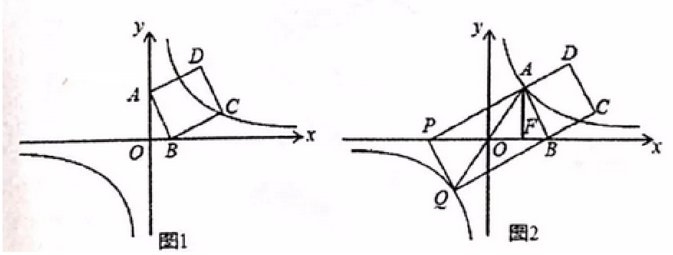
（1）求点 $C$ 的坐标和反比例函数的关系式；

（2）如图 2，将正方形 $ABCD$ 沿 $x$ 轴向右平移_______个单位长度时，点 $A$ 恰好落在反比例函数的图象上；

（3）在（2）的情况下，连接 $AO$ 并延长，交反比例函数的图象于点 $Q$，点 $P$ 是 $x$ 轴上的一个动点（不与点 $O$、$B$ 重合）.

①当点 $P$ 的坐标为多少时，四边形 $ABQP$ 是矩形？请说明理由.

②过点 $A$ 作 $AF\perp x$ 轴于点 $F$，请问当点 $P$ 的坐标为多少时，$\triangle PAF$ 与 $\triangle OAF$ 相似？（直接写出答案）




【考点】反比例函数综合题-点的存在性问题

【难度星级】★★★

【答案】(1) $(6,2)$ $y=\frac{12}{x}$ (2) 3 (3) ① $(-5,0)$ ② $\left(-\frac{7}{3},0\right)$ 或 $\left(\frac{25}{3},0\right)$ 或 $(6,0)$

【解析】（1）如图 1 所示，过点 C 作 CE⊥$x$ 轴于点 E，则∠AOB=∠BEC=90°，

∵四边形 ABCD 为正方形，∴AB=BC，∠ABC=90°，∴∠OBA+∠EBC=90°，

又∵∠OBA+∠OAB=90°，∴∠OAB=∠EBC，∴△AOB≌△BEC（AAS），

∴BE=OA=4，CE=OB=2，∴OE=OB+BE=6，∴点 C 的坐标为（6，2）.

将 C（6，2）代入 $y=\frac{k}{x}$，得 $2=\frac{k}{6}$，解得 $k=12$，

∴反比例函数的关系式为 $y=\frac{12}{x}$；

（2）∵A（0，4），∴OA=4，当 $y=4$ 时，$x=\frac{12}{4}=3$，

∴将正方形 ABCD 沿 $x$ 轴向右平移 3 个单位长度时，点 A 恰好落在反比例函数的图象上.

（3）①当点 P 的坐标为（－5，0）时，四边形 ABQP 是矩形.

理由如下：

∵由（2）知 A（3，4），B（5，0），双曲线上各点关于原点对称，

∴点 A 与点 Q 关于原点对称，∴Q（－3，－4），∴AO=AQ=$\sqrt{3^2+4^2}$=5，

又∵PO=OB=5，∴四边形 ABQP 是平行四边形，

又∵PB=AQ=10，∴四边形 ABQP 是矩形；

②∵A（3，4），F（3，0），∴OA=5，设 P（$x$，0），

当△AOF∽△PAF 时，$\frac{AF}{PF}=\frac{OF}{AF}$，即 $\frac{4}{|3-x|}=\frac{3}{4}$，解得 $x=-\frac{7}{3}$ 或 $x=\frac{25}{3}$，

∴P（$-\frac{7}{3}$，0）或（$\frac{25}{3}$，0）；

当△AOF∽△APF 时，∵AF=AF，∴OF=PF，∴P（6，0），

故点 P 的坐标为（$-\frac{7}{3}$，0）或（$\frac{25}{3}$，0）或（6，0）.

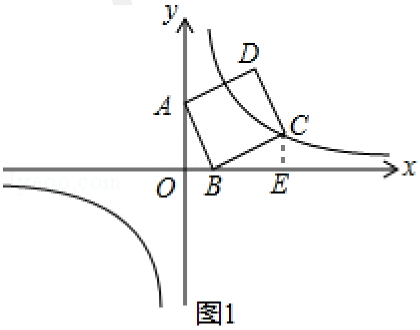


图1