2018-2019学年辽宁省大连市西岗区八年级（上）期末数学试卷

一、选择题（在每小题给出的四个选项中，只有一个正确答案.本大题共有10小题，每小题3分，共30分）

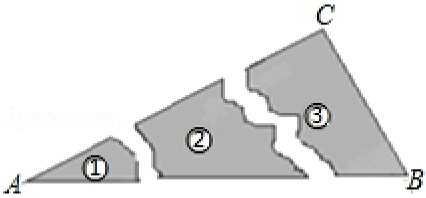
1.（3分）下列四个交通标志图中，是轴对称图形的是（　　）

A. 　　B. 　　C. 　　D. 

2.（3分）下列计算正确的是（　　）

A．$a^2+a^3=a^5$　　B．$a^6\div a^2=a^3$　　C．$(a^2)^3=a^6$　　D．$2a\times 3a=6a$

3.（3分）某同学把一块三角形的玻璃打碎成了3块，现在要到玻璃店去配一块完全一样的玻璃，那么最省事方法是（　　）

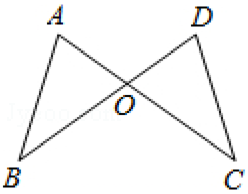


A．带①去　　B．带②去　　C．带③去　　D．①②③都带去

4.（3分）世界上最小的鸟是生活在古巴的吸蜜蜂鸟，它的质量约为0.056盎司．将0.056用科学记数法表示为（　　）

A．5.6×10^{-1}　　B．5.6×10^{-2}　　C．5.6×10^{-3}　　D．0.56×10^{-1}

5.（3分）如图，AC与BD交于O点，若$OA=OD$，用“SAS”证明$\triangle AOB\cong\triangle DOC$，还需（　　）



A．$AB=DC$　　B．$OB=OC$　　C．$\angle A=\angle D$　　D．$\angle AOB=\angle DOC$

6.（3分）下列各式由左边到右边的变形中，是分解因式的为（　　）

A．$a(x+y)=ax+ay$

B．$x^2-4x+4=x(x-4)+4$

C．$10x^2-5x=5x(2x-1)$

D．$x^2-16+3x=(x-4)(x+4)+3x$

7.（3 分）若把分式$\frac{2x}{x+y}$中的 x 和 y 同时扩大为原来的 10 倍，则分式的值（　　）

A．扩大 10 倍　　B．缩小 10 倍　　C．缩小 100 倍　　D．保持不变

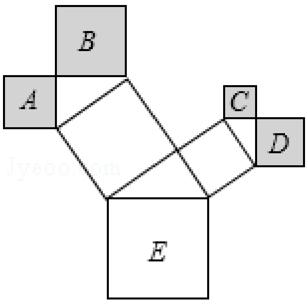
8.（3 分）若等腰三角形底角为 72°，则顶角为（　　）

A．108°　　B．72°　　C．54°　　D．36°

9.（3 分）已知甲车行驶 30 千米与乙车行驶 40 千米所用时间相同，并且乙车每小时比甲车多行驶 15 千米．若设甲车的速度为 x 千米/时，依题意列方程正确的是（　　）

A．$\frac{30}{x-15}=\frac{40}{x}$　　B．$\frac{30}{x+15}=\frac{40}{x}$　　C．$\frac{30}{x}=\frac{40}{x+15}$　　D．$\frac{30}{x}=\frac{40}{x-15}$

10.（3 分）如图是一株美丽的勾股树，其中所有的四边形都是正方形，所有的三角形都是直角三角形．若正方形 A，B，C，D 的边长分别是 3，5，2，3，则最大正方形 E 的面积是（　　）



A．13　　B．26　　C．47　　D．94

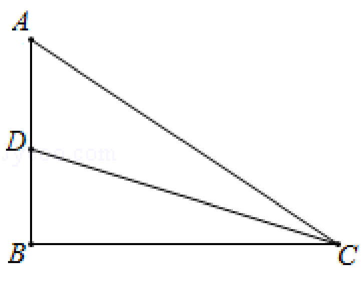
二、填空题（本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

11.（3 分）已知等腰三角形两条边的长分别是 3 和 6，则它的周长等于_______.

12.（3 分）当 $x\neq$_______时，分式$\frac{1}{x-3}$有意义.

13.（3 分）因式分解：$x^2-9=$_______.

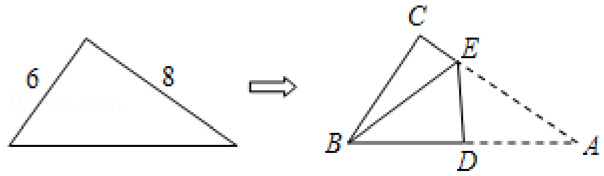
14.（3 分）如图，在 Rt△ABC 中，∠B＝90°，CD 是∠ACB 的平分线，若 BD＝2，则 D 到 AC 的距离为_______.



15.（3 分）如果实数 a，b 满足 $a+b$＝6，ab＝8，那么 a^2+b^2＝_______.

16.（3 分）直角三角形纸片的两直角边长分别为 6，8，现将△ABC 如图那样折叠，使点 A

与点 B 重合，折痕为 DE，则 AE 的长为_______.



三、解答题（本题共 4 小题，17 题 12 分 18 题 12 分 19 各 7 分、20 题 8 分，共 39 分）

17.（12 分）计算：

（1）$-(-2)+(\pi-3.14)^0+\sqrt[3]{27}+(-\frac{1}{3})^{-1}$

（2）先化简，再求值：$(2x+3y)^2-(2x+y)(2x-y)$，其中 $x=\frac{1}{2}$，$y=-1$.

18.（12 分）计算

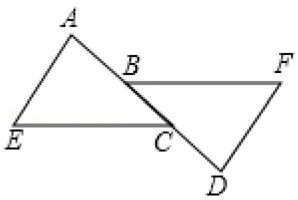
（1）$\frac{5x+3y}{x^2-y^2}-\frac{2x}{x^2-y^2}$

（2）$(1-\frac{1}{x+1})\div\frac{x^2-1}{x^2+2x+1}$

19.（7 分）解方程：$\frac{2}{x}+\frac{x}{x-3}=1$

20.（8 分）如图，点 A、B、C、D 在同一条直线上，$AB=DC$，$AE\parallel DF$，$AE=DF$.

求证：$EC=FB$.



四、解答题（本题共 3 小题，其中 21 题、22 题各 9 分，23 题 10 分，共 28 分）

21.（9 分）某服装店购进一批甲、乙两种款型时尚 T 恤衫，甲种款型共用了 7800 元，乙种款型共用了 6400 元，甲种款型的件数是乙种款型件数的 1.5 倍，甲种款型每件的进价比乙种款型每件的进价少 30 元.

（1）甲、乙两种款型的 T 恤衫各购进多少件？

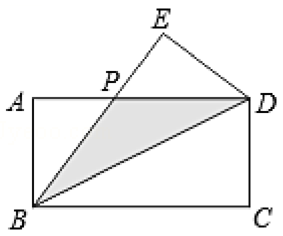
（2）商店进价提高 60%标价销售，销售一段时间后，甲款型全部售完，乙款型剩余一半，商店决定对乙款型按标价的五折降价销售，很快全部售完，求售完这批 T 恤衫商店共获利多少元？

22.（9 分）如图，在长方形 $ABCD$ 中，把△BCD 沿对角线 BD 折叠得到△BED，线段 BE

与 AD 相交于点 P，若 $AB=3m$，$BC=4m$．

（1）求 BD 长度（用含 m 的式子表示）；

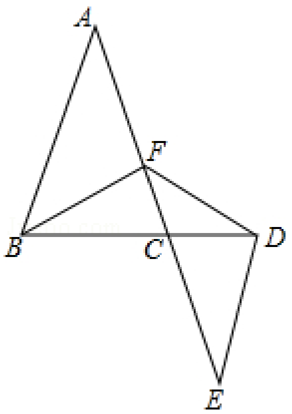
（2）若点 P 到 BD 的距离为$\frac{15}{2}$，试求此时 m 的值．



23．（10 分）如图，在等腰△ABC 中，$AB=AC$，D 为底边 BC 延长线上任意一点，过点 D 作 $DE\parallel AB$，与 AC 延长线交于点 E．

（1）则△CDE 的形状是________；

（2）若在 AC 上截取 $AF=CE$，连接 FB、FD，判断 FB、FD 的数量关系，并给出证明．



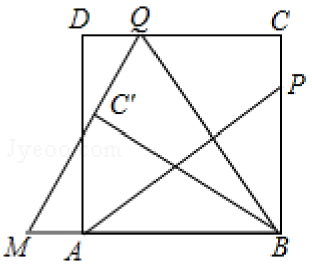
五、解答题（本题共 3 小题，其中 24 题 11 分，25、26 题各 12 分，共 35 分）

24．（11 分）如图，P 为正方形 $ABCD$ 的边 BC 上一动点（P 与 B、C 不重合），连接 AP，过点 B 作 $BQ\perp AP$ 交 CD 于点 Q，将△BQC 沿 BQ 所在的直线对折得到△BQC'，延长 QC' 交 BA 的延长线于点 M．

（1）试探究 AP 与 BQ 的数量关系，并证明你的结论；

（2）当 $AB=3$，$BP=2PC$，求 QM 的长；

（3）当 $BP=m$，$PC=n$ 时，求 AM 的长．



25.（12 分）阅读下列材料：

小明遇到这样问题：

如图 1，在△ABC 中，AB＝AC，在 AB 上取一点 D，在 AC 延长线上取一点 E，若 BD＝CE，判断 PD 与 PE 的数量关系．

小明通过思考发现，可以采用两种方法解决问题：

方法一：过点 D 作 DF∥AC，交 BC 于 F，即可解决问题；

方法二：过点 D、点 E 分别向直线 BC 引垂线，垂足分别是 F、G，也可解决问题．

（1）请回答：PD 与 PE 的数量关系是_______；

（2）任选上述两种方法中的一种方法，在图 1 中补全图象，并给出证明；

参考小明思考问题的方法，解决问题：

（3）如图 2，在△ABC 中，∠ABC＝α，将 AC 绕点 A 顺时针旋转 α 度后得到 AD，过点 D 作 DE∥BC，交 AB 于点 E，BC＝BA，则图中是否存在与 DE 相等的线段，请找出来并给出证明．

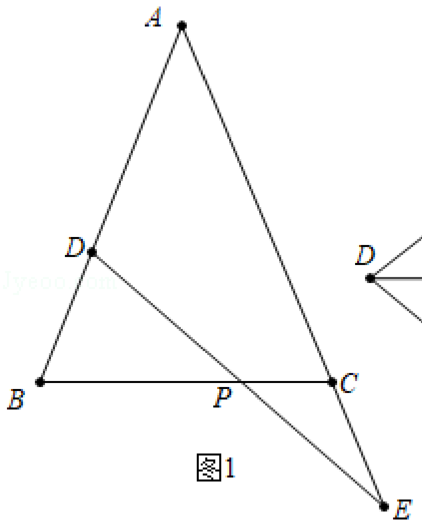


图1

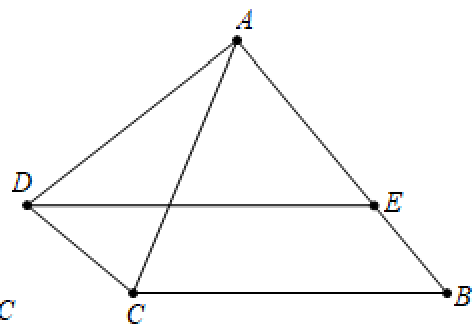


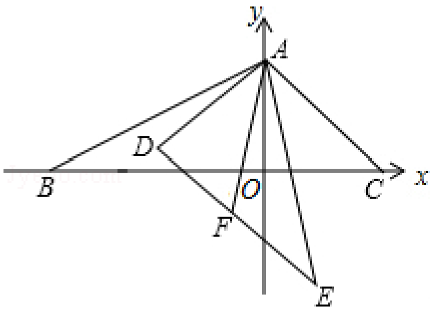
图2

26.（12 分）如图，在平面直角坐标系中，点 A（0，2），B（﹣4，0），C（2，0），∠DAE+∠BAC＝180°，且 AD＝$2\sqrt{2}$，AE＝$2\sqrt{5}$，连接 DE，点 F 是 DE 的中点，连接 AF．

（1）∠ACB＝_______°；

（2）猜想 AF 的长并说明理由；

（3）直接写出△ADE 的面积是_______．

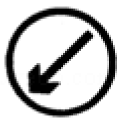

y
A
D
B
O
C
x
F
E

2018-2019学年辽宁省大连市西岗区八年级（上）期末数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（在每小题给出的四个选项中，只有一个正确答案.本大题共有10小题，每小题3分，共30分）

1.（3分）下列四个交通标志图中，是轴对称图形的是（　　）

A. 　　B. 　　C. 　　D. 

【分析】根据轴对称图形的概念对各选项分析判断后利用排除法求解.

【解答】解：A、不是轴对称图形，故本选项错误；

B、是轴对称图形，故本选项正确；

C、不是轴对称图形，故本选项错误；

D、不是轴对称图形，故本选项错误.

故选：B.

【点评】本题考查了轴对称图形的概念．轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合.

2.（3分）下列计算正确的是（　　）

A．$a^2+a^3=a^5$　　B．$a^6\div a^2=a^3$　　C．$(a^2)^3=a^6$　　D．$2a\times 3a=6a$

【分析】根据同底数幂相除，底数不变，指数相减；幂的乘方，底数不变，指数相乘；单项式乘单项式：把系数和相同字母分别相乘，只在一个单项式里含有的字母，则连同它的指数，作为积的一个因式.

【解答】解：A、a^2与a^3是相加，不是相乘，不能运用同底数幂的乘法计算，故本选项错误；

B、应为$a^6\div a^2=a^4$，故本选项错误；

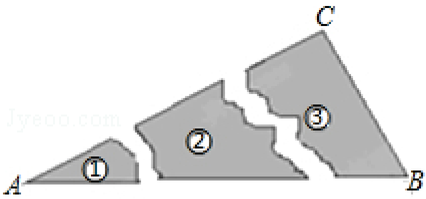
C、$(a^2)^3=a^6$，正确；

D、应为$2a\times 3a=6a^2$，故本选项错误.

故选：C.

【点评】主要考查合并同类项、同底数幂的除法、幂的乘方、单项式乘单项式，熟练掌握运算法则和性质是解题的关键．

3.（3 分）某同学把一块三角形的玻璃打碎成了 3 块，现在要到玻璃店去配一块完全一样的玻璃，那么最省事方法是（　　）



A．带①去　　B．带②去　　C．带③去　　D．①②③都带去

【分析】本题就是已知三角形破损部分的边角，得到原来三角形的边角，根据三角形全等的判定方法，即可求解．

【解答】解：第一块和第二块只保留了原三角形的一个角和部分边，根据这两块中的任一块均不能配一块与原来完全一样的；

第三块不仅保留了原来三角形的两个角还保留了一边，则可以根据 *ASA* 来配一块一样的玻璃．应带③去．

故选：*C*．

【点评】此题主要考查了全等三角形的判定方法的开放性的题，要求学生将所学的知识运用于实际生活中，要认真观察图形，根据已知选择方法．

4.（3 分）世界上最小的鸟是生活在古巴的吸蜜蜂鸟，它的质量约为 0.056 盎司．将 0.056 用科学记数法表示为（　　）

A．5.6×10^{-1}　　B．5.6×10^{-2}　　C．5.6×10^{-3}　　D．0.56×10^{-1}

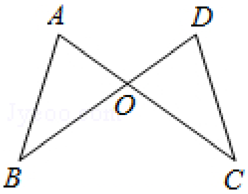
【分析】绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a\times10^{-n}$，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定．

【解答】解：将 0.056 用科学记数法表示为 5.6×10^{-2}，

故选：*B*．

【点评】本题考查用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a\times10^{-n}$，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定．

5.（3 分）如图，*AC* 与 *BD* 交于 *O* 点，若 $OA=OD$，用“*SAS*”证明$\triangle AOB\cong\triangle DOC$，还需（　　）



A．$AB=DC$　　B．$OB=OC$　　C．$\angle A=\angle D$　　D．$\angle AOB=\angle DOC$

【分析】根据全等三角形的判定定理逐个判断即可．

【解答】解：A、根据条件 $AB=DC$，$OA=OB$，$\angle AOB=\angle DOC$ 不能推出$\triangle AOB\cong\triangle DOC$，故本选项错误；

B、∵在$\triangle AOB$和$\triangle DOC$中

$$\begin{cases}OA=OD\\ \angle AOB=\angle DOC\\ OB=OC\end{cases}$$

∴$\triangle AOB\cong\triangle DOC$（$SAS$），故本选项正确；

C、$\angle A=\angle D$，$OA=OD$，$\angle AOB=\angle DOC$，符合全等三角形的判定定理 ASA，不符合全等三角形的判定定理 SAS，故本选项错误；

D、根据$\angle AOB=\angle DOC$ 和 $OA=OD$ 不能推出$\triangle AOB\cong\triangle DOC$，故本选项错误；

故选：B．

【点评】本题考查了全等三角形的判定定理，能熟记全等三角形的判定定理是解此题的关键，注意：全等三角形的判定定理有 SAS，ASA，AAS，SSS．

6．（3 分）下列各式由左边到右边的变形中，是分解因式的为（　　）

A．$a（x+y）=ax+ay$

B．$x^2-4x+4=x（x-4）+4$

C．$10x^2-5x=5x（2x-1）$

D．$x^2-16+3x=（x-4）（x+4）+3x$

【分析】直接利用分解因式的意义分别分析得出答案．

【解答】解：A、$a（x+y）=ax+ay$，是整式的乘法运算，故此选项不合题意；

B、$x^2-4x+4=（x-2）^2$，故此选项不合题意；

C、$10x^2-5x=5x（2x-1）$，正确，符合题意；

D、$x^2-16+3x$，无法分解因式，故此选项不合题意；

故选：C．

【点评】此题主要考查了因式分解的意义，正确分解因式是解题关键．

7.（3 分）若把分式$\frac{2x}{x+y}$中的 x 和 y 同时扩大为原来的 10 倍，则分式的值（　　）

A．扩大 10 倍　　B．缩小 10 倍　　C．缩小 100 倍　　D．保持不变

【分析】把 x，y 分别换为 $10x$，$10y$，计算得到结果，即可作出判断．

【解答】解：变形得：$\frac{2•10x}{10x+10y}=\frac{2x}{x+y}$，

则分式的值保持不变，

故选：D．

【点评】此题考查了分式的基本性质，熟练掌握分式的基本性质是解本题的关键．

8.（3 分）若等腰三角形底角为 72°，则顶角为（　　）

A．108°　　B．72°　　C．54°　　D．36°

【分析】根据三角形内角和定理和等腰三角形的性质，可以计算其顶角的度数．

【解答】解：∵等腰三角形底角为 72°

∴顶角＝180°﹣（72°×2）＝36°

故选：D．

【点评】根据三角形内角和定理和等腰三角形的性质来计算．

9.（3 分）已知甲车行驶 30 千米与乙车行驶 40 千米所用时间相同，并且乙车每小时比甲车多行驶 15 千米．若设甲车的速度为 x 千米/时，依题意列方程正确的是（　　）

A．$\frac{30}{x-15}=\frac{40}{x}$　　B．$\frac{30}{x+15}=\frac{40}{x}$　　C．$\frac{30}{x}=\frac{40}{x+15}$　　D．$\frac{30}{x}=\frac{40}{x-15}$

【分析】设甲车的速度为 x 千米/时，则乙车的速度为（x+15）千米/时，根据“甲车行驶 30 千米与乙车行驶 40 千米所用时间相同”，结合时间＝路程÷时间，列出关于 x 的分式方程，即可得到答案．

【解答】解：设甲车的速度为 x 千米/时，则乙车的速度为（x+15）千米/时，

甲车行驶 30 千米所用的时间为：$\frac{30}{x}$，

乙车行驶 40 千米所用时间为：$\frac{40}{x+15}$，

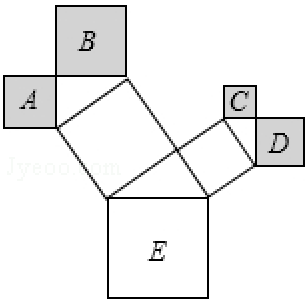
根据题意得：

$\frac{30}{x}=\frac{40}{x+15}$，

故选：C．

【点评】本题考查由实际问题抽象出分式方程，分析题意，找到关键描述语，找到合适的等量关系是解决问题的关键．

10．（3 分）如图是一株美丽的勾股树，其中所有的四边形都是正方形，所有的三角形都是直角三角形．若正方形 A，B，C，D 的边长分别是 3，5，2，3，则最大正方形 E 的面积是（　　）



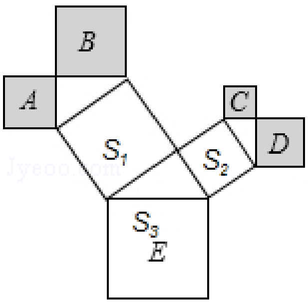
A．13　　　　B．26　　　　C．47　　　　D．94

【分析】根据正方形的面积公式，结合勾股定理，能够导出正方形 A，B，C，D 的面积和即为最大正方形的面积．

【解答】解：根据勾股定理的几何意义，可得 A、B 的面积和为 S_1，C、D 的面积和为 S_2，$S_1+S_2=S_3$，于是 $S_3=S_1+S_2$，

即 $S_3=9+25+4+9=47$．

故选：C．



【点评】能够发现正方形 A，B，C，D 的边长正好是两个直角三角形的四条直角边，根据勾股定理最终能够证明正方形 A，B，C，D 的面积和即是最大正方形的面积．

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

11．（3 分）已知等腰三角形两条边的长分别是 3 和 6，则它的周长等于__15__．

【分析】由于等腰三角形的两边长分别是 3 和 6，没有直接告诉哪一条是腰，哪一条是底边，所以有两种情况，分别利用三角形的三边关系与三角形周长的定义求解即可．

【解答】解：①当腰为 6 时，三角形的周长为：6+6+3＝15；

②当腰为 3 时，3+3＝6，三角形不成立；

∴此等腰三角形的周长是 15．

故答案为：15．

【点评】本题考查了等腰三角形的性质与三角形的三边关系，利用分类讨论思想求解是解答本题的关键．

12．（3 分）当 $x\neq$___3___时，分式$\frac{1}{x-3}$有意义．

【分析】分式$\frac{1}{x-3}$有意义的条件为分母不为 0．

【解答】解：根据题意得：$x-3\neq0$．解得：$x\neq3$．

【点评】此题主要考查了分式的意义，要求掌握．分式有意义的条件：对于任意一个分式，分母都不能为 0，否则分式无意义．

解此类问题，只要令分式中分母不等于 0，求得字母的取值即可．

13．（3 分）因式分解：$x^2-9=$___$(x+3)(x-3)$___．

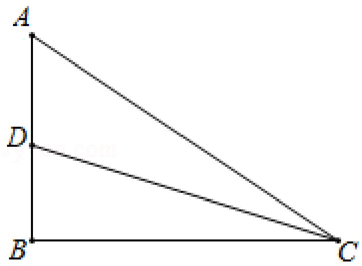
【分析】原式利用平方差公式分解即可．

【解答】解：原式＝$(x+3)(x-3)$，

故答案为：$(x+3)(x-3)$．

【点评】此题考查了因式分解﹣运用公式法，熟练掌握平方差公式是解本题的关键．

14．（3 分）如图，在 Rt△ABC 中，$\angle B=90^\circ$，CD 是$\angle ACB$ 的平分线，若 $BD=2$，则 D 到 AC 的距离为___2___．



【分析】作 $DH\perp AC$ 于 H，根据角平分线的性质求出 DH 即可．

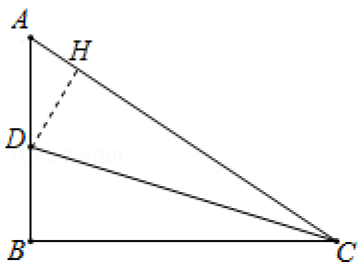
【解答】解：作 $DH\perp AC$ 于 H，

∵CD 是$\angle ACD$ 的平分线，$\angle B=90^\circ$，$DH\perp AC$，

∴$DH=DB=2$，

故 D 到 AC 的距离为 2，

故答案为：2．



【点评】本题考查的是角平分线的性质，掌握角的平分线上的点到角的两边的距离相等是解题的关键．

15．（3 分）如果实数 a，b 满足 $a+b=6$，$ab=8$，那么 $a^2+b^2=$__20__．

【分析】原式利用完全平方公式化简，将已知等式代入计算即可求出值．

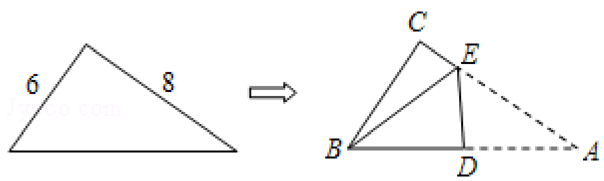
【解答】解：∵$a+b=6$，$ab=8$，

∴$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=36-16=20$，

故答案为：20

【点评】此题考查了完全平方公式，熟练掌握完全平方公式是解本题的关键．

16．（3 分）直角三角形纸片的两直角边长分别为 6，8，现将△ABC 如图那样折叠，使点 A 与点 B 重合，折痕为 DE，则 AE 的长为__$\frac{25}{4}$__．



【分析】由题意可得：$\angle C=90°$，$BC=6$，$AC=8$，由折叠的性质得 $BE=AE$，然后设 $AE=x$，在 Rt△BCE 中，利用勾股定理即可求得方程 $x^2=6^2+(8-x)^2$，解此方程即可求得答案．

【解答】解：根据题意得：$\angle C=90°$，$BC=6$，$AC=8$，

设 $AE=x$，

由折叠的性质得：$BE=AE=x$，

则 $CE=AC-AE=8-x$，

在 Rt△BCE 中，$BE^2=CE^2+BC^2$，

即 $x^2=6^2+(8-x)^2$，

解得：$x=\frac{25}{4}$．

故答案为：$\frac{25}{4}$.

【点评】此题考查了折叠的性质与勾股定理．此题难度适中，注意掌握方程思想与数形结合思想的应用，注意折叠中的对应关系．

三、解答题（本题共 4 小题，17 题 12 分 18 题 12 分 19 各 7 分、20 题 8 分，共 39 分）

17.（12 分）计算：

（1）$-(-2)+(\pi-3.14)^{0}+\sqrt[3]{27}+(-\frac{1}{3})^{-1}$

（2）先化简，再求值：$(2x+3y)^{2}-(2x+y)(2x-y)$，其中 $x=\frac{1}{2}$，$y=-1$．

【分析】（1）先利用相反数定义、零指数幂和立方根及负整数指数幂的运算法则计算，再计算加减可得；

（2）先利用完全平方公式和平方差公式计算，再去括号、合并同类项即可化简原式，继而将 x、y 的值代入计算．

【解答】解：（1）原式＝2+1+3+（﹣3）＝3；

（2）原式$=4x^{4}+12xy+9y^{2}-(4x^{2}-y^{2})$

$=4x^{4}+12xy+9y^{2}-4x^{2}+y^{2}$

$=12xy+10y^{2}$，

当 $x=\frac{1}{2}$，$y=-1$ 时，

原式$=12\times\frac{1}{2}\times(-1)+10\times(-1)^{2}$

$=-6+10$

$=4$.

【点评】本题主要考查整式的混合运算﹣化简求值，解题的关键是掌握实数和整式的混合运算顺序和运算法则．

18.（12 分）计算

（1）$\frac{5x+3y}{x^{2}-y^{2}}-\frac{2x}{x^{2}-y^{2}}$

（2）$(1-\frac{1}{x+1})\div\frac{x^{2}-1}{x^{2}+2x+1}$

【分析】（1）先根据同分母分式的减法计算，再约分化简即可得；

（2）根据分式的混合运算顺序和运算法则计算可得．

【解答】解：（1）原式$=\frac{3x+3y}{x^2-y^2}=\frac{3(x+y)}{(x+y)(x-y)}=\frac{3}{x-y}$；

（2）原式$=（\frac{x+1}{x+1}-\frac{1}{x+1}）\div\frac{(x+1)(x-1)}{(x+1)^2}$

$=\frac{x}{x+1}\cdot\frac{x+1}{x-1}$

$=\frac{x}{x-1}$．

【点评】本题主要考查分式的混合运算，解题的关键是掌握分式的混合运算顺序和运算法则．

19．（7 分）解方程：$\frac{2}{x}+\frac{x}{x-3}=1$

【分析】分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解．

【解答】解：去分母得：$2x-6+x^2=x^2-3x$

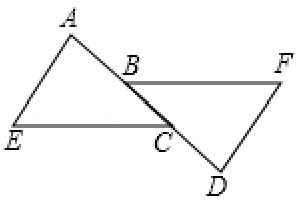
解得：$x=\frac{6}{5}$，

经检验 $x=\frac{6}{5}$是原方程的解．

【点评】此题考查了解分式方程，利用了转化的思想，解分式方程注意要检验．

20．（8 分）如图，点 A、B、C、D 在同一条直线上，$AB=DC$，$AE\parallel DF$，$AE=DF$．

求证：$EC=FB$．



【分析】因为 $AB=DC$，$AE\parallel DF$，所以$\angle EAC=\angle FDB$，$AC=DB$．又因为 $AE=DF$，故$\triangle EAC\cong\triangle FDB$，则 $EC=FB$．

【解答】证明：$\because AE\parallel DF$，

$\therefore\angle EAC=\angle FDB$．

$\because AB=DC$，$BC=BC$，

$\therefore AC=DB$．

在△*EAC* 和△*FDB* 中

$$\because \begin{cases} AE=DF \\ \angle EAC=\angle FDB, \\ AC=BD \end{cases}$$

∴△*EAC*≌△*FDB*（*SAS*）.

∴*EC*＝*FB*.

【点评】三角形全等的判定是中考的热点，一般以考查三角形全等的方法为主，判定两个三角形全等，先根据已知条件或求证的结论确定三角形，然后再根据三角形全等的判定方法，看缺什么条件，再去证什么条件.

四、解答题（本题共 3 小题，其中 21 题、22 题各 9 分，23 题 10 分，共 28 分）

21.（9 分）某服装店购进一批甲、乙两种款型时尚 *T* 恤衫，甲种款型共用了 7800 元，乙种款型共用了 6400 元，甲种款型的件数是乙种款型件数的 1.5 倍，甲种款型每件的进价比乙种款型每件的进价少 30 元.

（1）甲、乙两种款型的 *T* 恤衫各购进多少件？

（2）商店进价提高 60%标价销售，销售一段时间后，甲款型全部售完，乙款型剩余一半，商店决定对乙款型按标价的五折降价销售，很快全部售完，求售完这批 *T* 恤衫商店共获利多少元？

【分析】（1）可设乙种款型的 *T* 恤衫购进 x 件，则甲种款型的 *T* 恤衫购进 $1.5x$ 件，根据甲种款型每件的进价比乙种款型每件的进价少 30 元，列出方程即可求解；

（2）先求出甲款型的利润，乙款型前面销售一半的利润，后面销售一半的亏损，再相加即可求解.

【解答】解：（1）设乙种款型的 *T* 恤衫购进 x 件，则甲种款型的 *T* 恤衫购进 $1.5x$ 件，依题意有

$\frac{7800}{1.5x}+30=\frac{6400}{x}$,

解得 $x=40$，

经检验，$x=40$ 是原方程组的解，且符合题意，

$1.5x=60$.

答：甲种款型的 *T* 恤衫购进 60 件，乙种款型的 *T* 恤衫购进 40 件；

（2）$\frac{6400}{x}=160$,

160﹣30＝130（元），

$130\times60\%\times60+160\times60\%\times(40\div2)-160\times[1-(1+60\%)\times0.5]\times(40\div2)$

$=4680+1920-640$

$=5960$（元）

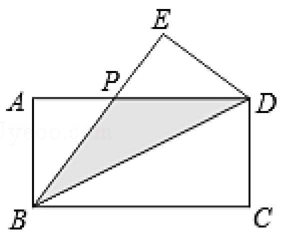
答：售完这批 T 恤衫商店共获利 5960 元．

【点评】本题考查了列分式方程解实际问题的运用，分式方程的解法的运用，分析题意，找到关键描述语，找到合适的等量关系是解决问题的关键．

22．（9 分）如图，在长方形 $ABCD$ 中，把△BCD 沿对角线 BD 折叠得到△BED，线段 BE 与 AD 相交于点 P，若 $AB=3m$，$BC=4m$．

（1）求 BD 长度（用含 m 的式子表示）；

（2）若点 P 到 BD 的距离为$\frac{15}{2}$，试求此时 m 的值．



【分析】（1）利用勾股定理计算即可解决问题．

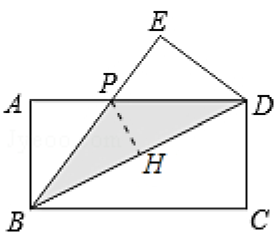
（2）如图，作 $PH\perp BD$ 于 H．首先证明 $PB=PD$，推出 $BH=HD=\frac{5}{2}m$，利用相似三角形的性质构建方程解决问题即可．

【解答】解：（1）∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$\angle C=90°$，$CD=AB=3m$，$BC=AD=4m$，

∴$BD=\sqrt{BC^2+CD^2}=\sqrt{(3m)^2+(4m)^2}=5m$．

（2）如图，作 $PH\perp BD$ 于 H．



∵$AD\parallel BC$，

∴$\angle PDB=\angle DBC$，

∵$\angle DBC=\angle DBP$，

∴$\angle PDB=\angle PBD$，

∴$PD=PB$，

∵$PH\perp BD$，

∴$BH=DH=\frac{5}{2}m$，

∵$\angle PDH=\angle ADH$，$\angle PHD=\angle A=90^{\circ}$，

∴$\triangle PDH\backsim\triangle BDA$，

∴$\frac{PH}{AB}=\frac{DH}{DA}$，

∴$\frac{\frac{15}{2}}{3m}=\frac{\frac{5}{2}m}{4m}$，

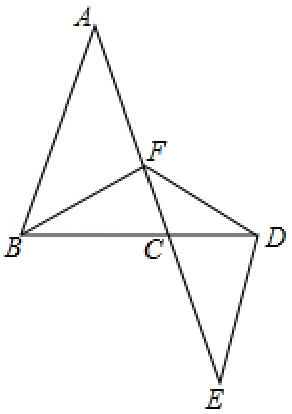
∴$m=4$．

【点评】本题考查矩形的性质，翻折变换，相似三角形的判定和性质，勾股定理等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型．

23．（10 分）如图，在等腰△ABC 中，$AB=AC$，D 为底边 BC 延长线上任意一点，过点 D 作 $DE\parallel AB$，与 AC 延长线交于点 E．

（1）则△CDE 的形状是<u> 等腰三角形 </u>；

（2）若在 AC 上截取 $AF=CE$，连接 FB、FD，判断 FB、FD 的数量关系，并给出证明．



【分析】（1）根据等腰三角形的性质得到 $AB=AC$，求得$\angle ABC=\angle ACB$，根据全等三角形的性质得到$\angle ABC=\angle CDE$，于是得到结论；

（2）根据平行线的性质得到$\angle A=\angle E$，根据全等三角形的性质即可得到结论．．

【解答】解：（1）△CDE 是等腰三角形，

理由：∵$AB=AC$，

∴$\angle ABC=\angle ACB$，

∵∠DCE＝∠ACB，

∵DE∥AB，

∴∠ABC＝∠CDE，

∴∠DCE＝∠CDE，

∴△CDE 是等腰三角形；

故答案为：等腰三角形；

（2）BF＝DF，

理由：∵AB∥DE，

∴∠A＝∠E，

∵AF＝CE，

∴AF＝DE，AF+CF＝CE+CF，

即 EF＝AC＝AB，

在△AFB 与△EDF 中$\begin{cases}AB=EF\\ \angle A=\angle E\\ AF=DE\end{cases}$，

∴△ABF≌△EDF（SAS），

∴BF＝DF．

【点评】本题考查了等腰三角形的判定和性质，全等三角形的判定和性质，平行线的性质，熟练掌握全等三角形的判定和性质是解题的关键．

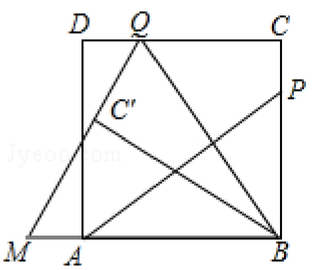
五、解答题（本题共 3 小题，其中 24 题 11 分，25、26 题各 12 分，共 35 分）

24．（11 分）如图，P 为正方形 $ABCD$ 的边 BC 上一动点（P 与 B、C 不重合），连接 AP，过点 B 作 BQ⊥AP 交 CD 于点 Q，将△BQC 沿 BQ 所在的直线对折得到△BQC'，延长 QC' 交 BA 的延长线于点 M．

（1）试探究 AP 与 BQ 的数量关系，并证明你的结论；

（2）当 AB＝3，BP＝2PC，求 QM 的长；

（3）当 BP＝m，PC＝n 时，求 AM 的长．



【分析】(1) 要证 $AP=BQ$，只需证$\triangle PBA\cong\triangle QCB$即可；

(2) 过点 Q 作 $QH\perp AB$ 于 H，如图．易得 $QH=BC=AB=3$，$BP=2$，$PC=1$，然后运用勾股定理可求得 AP(即 BQ)$=\sqrt{13}$，$BH=2$．易得 $DC\parallel AB$，从而有$\angle CQB=\angle QBA$．由折叠可得$\angle C'QB=\angle CQB$，即可得到$\angle QBA=\angle C'QB$，即可得到 $MQ=MB$．设 $QM=x$，则有 $MB=x$，$MH=x-2$．在 Rt$\triangle MHQ$ 中运用勾股定理就可解决问题；

(3) 过点 Q 作 $QH\perp AB$ 于 H，如图，同 (2) 的方法求出 QM 的长，就可得到 AM 的长．

【解答】解：(1) $AP=BQ$．

理由：∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$AB=BC$，$\angle ABC=\angle C=90°$，

∴$\angle ABQ+\angle CBQ=90°$．

∵$BQ\perp AP$，∴$\angle PAB+\angle QBA=90°$，

∴$\angle PAB=\angle CBQ$．

在$\triangle PBA$ 和$\triangle QCB$ 中，

$$\begin{cases}\angle PAB=\angle CBQ\\ AB=BC\\ \angle ABP=\angle BCQ\end{cases}，$$

∴$\triangle PBA\cong\triangle QCB$，

∴$AP=BQ$；

(2) 过点 Q 作 $QH\perp AB$ 于 H，如图．

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$QH=BC=AB=3$．

∵$BP=2PC$，

∴$BP=2$，$PC=1$，

∴$BQ=AP=\sqrt{AB^2+PB^2}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$，

∴$BH=\sqrt{BQ^2-QH^2}=\sqrt{13-9}=2$．

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$DC\parallel AB$，

∴$\angle CQB=\angle QBA$．

由折叠可得$\angle C'QB=\angle CQB$，

$\therefore \angle QBA = \angle C'QB$，

$\therefore MQ = MB$.

设 $QM = x$，则有 $MB = x$，$MH = x - 2$.

在 Rt$\triangle MHQ$ 中，

根据勾股定理可得 $x^2 = (x-2)^2 + 3^2$，

解得 $x = \frac{13}{4}$.

$\therefore QM$ 的长为$\frac{13}{4}$；

（3）过点 Q 作 $QH \perp AB$ 于 H，如图.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，$BP = m$，$PC = n$，

$\therefore QH = BC = AB = m+n$.

$\therefore BQ^2 = AP^2 = AB^2 + PB^2$，

$\therefore BH^2 = BQ^2 - QH^2 = AB^2 + PB^2 - AB^2 = PB^2$，

$\therefore BH = PB = m$.

设 $QM = x$，则有 $MB = QM = x$，$MH = x - m$.

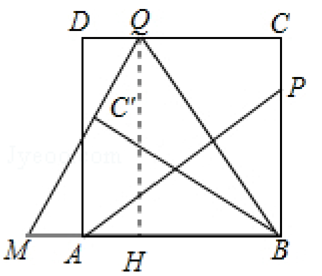
在 Rt$\triangle MHQ$ 中，

根据勾股定理可得 $x^2 = (x-m)^2 + (m+n)^2$，

解得 $x = m+n+\frac{n^2}{2m}$，

$\therefore AM = MB - AB = m+n+\frac{n^2}{2m} - m - n = \frac{n^2}{2m}$.

$\therefore AM$ 的长为$\frac{n^2}{2m}$.



【点评】本题主要考查了正方形的性质、全等三角形的判定与性质、勾股定理、轴对称的性质等知识，设未知数，然后运用勾股定理建立方程，是求线段长度常用的方法，应熟练掌握.

25．（12 分）阅读下列材料：

小明遇到这样问题：

如图 1，在△*ABC* 中，*AB*＝*AC*，在 *AB* 上取一点 *D*，在 *AC* 延长线上取一点 *E*，若 *BD*＝*CE*，判断 *PD* 与 *PE* 的数量关系．

小明通过思考发现，可以采用两种方法解决问题：

方法一：过点 *D* 作 *DF*∥*AC*，交 *BC* 于 *F*，即可解决问题；

方法二：过点 *D*、点 *E* 分别向直线 *BC* 引垂钱，垂足分别是 *F*、*G*，也可解决问题．

（1）请回答：*PD* 与 *PE* 的数量关系是 <u>*PD*＝*DE*</u>；

（2）任选上述两种方法中的一种方法，在图 1 中补全图象，并给出证明；

参考小明思考问题的方法，解决问题：

（3）如图 2，在△*ABC* 中，∠*ABC*＝α，将 *AC* 绕点 *A* 顺时针旋转 α 度后得到 *AD*，过点 *D* 作 *DE*∥*BC*，交 *AB* 于点 *E*，*BC*＝*BA*，则图中是否存在与 *DE* 相等的线段，请找出来并给出证明．

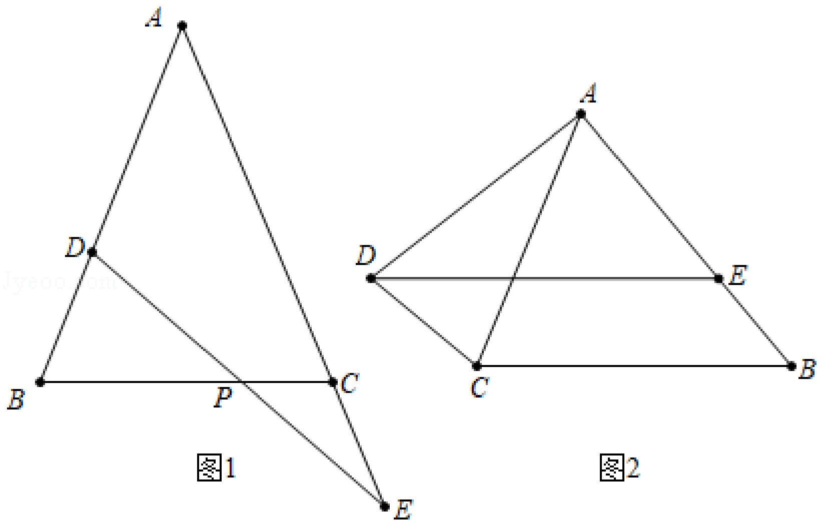


图1　　图2

【分析】（1）结论：*PD*＝*DE*．

（2）方法一：如图 1﹣1 中，作 *DF*∥*AC* 交 *BC* 于 *F*．理由全等三角形的性质证明即可．

方法二：如图 1﹣2 中，作 *DF*⊥*BC* 于 *F*，*EG*⊥*BC* 交 *BC* 的延长线于 *G*．理由全等三角形的性质证明即可．

（3）证明四边形 *DEBC* 是平行四边形即可解决问题．

【解答】（1）解：结论：*PD*＝*PE*．

故答案为 *PD*＝*DE*．

（2）证明：方法一：如图 1－1 中，作 $DF∥AC$ 交 BC 于 F.

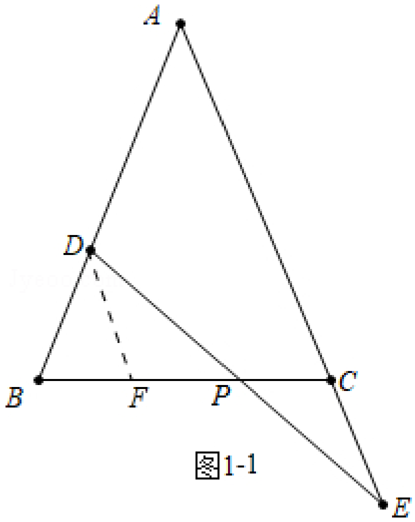


图1-1

∵$AB=AC$，

∴$\angle B=\angle ACB$，

∵$DF∥AC$，

∴$\angle DFB=\angle ACB$，$\angle FDP=\angle E$，

∴$\angle B=\angle DFB$，

∴$BD=DF$，

∵$EC=BD$，

∴$DF=EC$，

∵ $\angle DPF=\angle EPC$，

∴$\triangle DPF\cong\triangle EPC$（$AAS$），

∴$PA=PE$.

方法二：如图 1－2 中，作 $DF\perp BC$ 于 F，$EG\perp BC$ 交 BC 的延长线于 G.

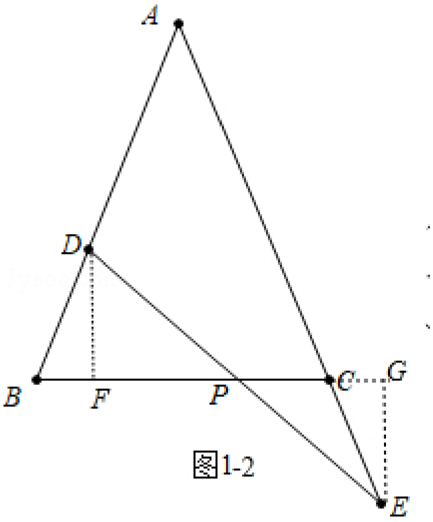


图1-2

∵$AC=AC$，

∴$\angle B=\angle ACB=\angle ECG$，

∵$\angle DFB=\angle G=90^\circ$，$BD=EC$，

∴$\triangle DFB\cong\triangle EGC$（$AAS$），

∴$DF=EG$，

∵$\angle DFP=\angle G=90^\circ$，$\angle DPF=\angle EPG$，

∴$\triangle DPF\cong\triangle EPG$（$AAS$），

∴$PD=PE$.

（3）解：结论：$DE=BC$.

理由：如图 2 中，

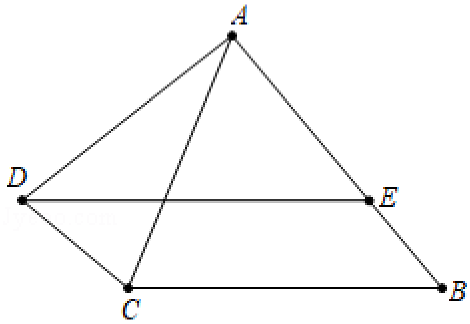


图2

∵$AD=AC$，$BC=BA$，

∴$\angle ADC=\angle ACD$，$\angle BCA=\angle BAC$，

∵$\angle DAC=\angle B=\alpha$，

∴$2\angle ACD+\alpha=180^\circ$，$2\angle BAC+\alpha=180^\circ$，

∴$\angle ACD=\angle BAC$，

∴$CD\parallel AB$，

∵$DE\parallel BC$，

∴四边形 $DEBC$ 是平行四边形.

∴$DE=BC$.

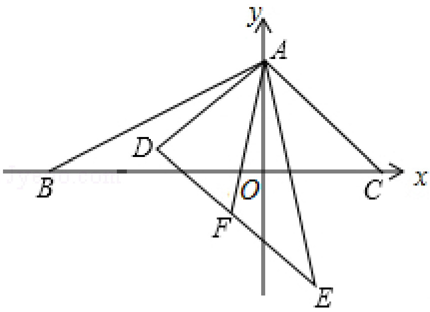
【点评】本题属于三角形综合题，考查了等腰三角形的性质，平行线的性质，全等三角形的判定和性质，平行四边形的判定和性质等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造全等三角形解决问题，属于中考常考题型.

26.（12 分）如图，在平面直角坐标系中，点 A（0，2），B（﹣4，0），C（2，0），$\angle DAE+\angle BAC=180^\circ$，且 $AD=2\sqrt{2}$，$AE=2\sqrt{5}$，连接 DE，点 F 是 DE 的中点，连接 AF.

（1）$\angle ACB=$__45__°；

（2）猜想 AF 的长并说明理由；

（3）直接写出△ADE 的面积是__6__.



【分析】（1）根据等腰直角三角形的判定和性质即可得到结论；

（2）延长 AF 到 G 使 $FG=AF$，连接 EG，根据全等三角形的性质得到 $GE=AD=2\sqrt{2}$，$\angle DAF=\angle G$，根据勾股定理得到 $AB=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$，$AC=2\sqrt{2}$，$BC=4+2=6$，根据全等三角形的性质即可得到结论；

（3）根据全等三角形的面积公式即可得到结论.

【解答】解：（1）∵A（0，2），C（2，0），

∴$OA=2$，$OC=2$，

∴$OA=OC$，

∵$\angle AOC=90^\circ$，

∴$\angle ACB=45^\circ$，

故答案为：45；

（2）$AF=3$，

理由：延长 AF 到 G 使 $FG=AF$，连接 EG，

在△ADF 与△GEF 中，$\begin{cases}DF=EF\\ \angle AFD=\angle EFG,\\ AF=GF\end{cases}$

∴△ADF≌△GEF（SAS），

∴$GE=AD=2\sqrt{2}$，$\angle DAF=\angle G$，

∴$\angle GAE+\angle G=\angle DAE$，

∵$\angle DAE+\angle BAC=180°$，

∴$\angle G+\angle GAE+\angle BAC=180°$，

∵$\angle G+\angle GAE+\angle AEG=180°$，

∴$\angle BAC=\angle AEG$，

∵点 A（0，2），B（－4，0），C（2，0），

∴$AB=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$，$AC=2\sqrt{2}$，$BC=4+2=6$，

在△ABC 与△EAG 中，$\begin{cases}AB=AE=2\sqrt{5}\\ \angle BAC=\angle AEG,\\ AC=EG=2\sqrt{2}\end{cases}$

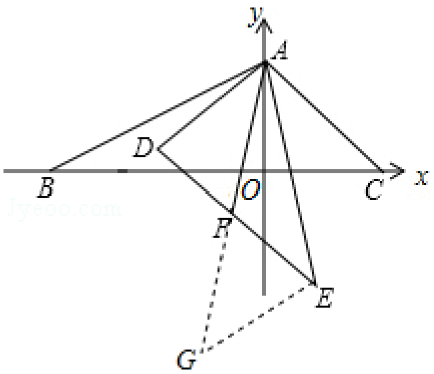
∴△ABC≌△EAG（SAS），

∴$AG=BC=6$，

∴$AF=3$；

（3）△ADE 的面积＝△AEG 的面积＝△ABC 的面积$=\frac{1}{2}BC\cdot AO=\frac{1}{2}\times6\times2=6$，

故答案为：6．



【点评】本题考查了三角形的内角和，全等三角形的判定和性质，等腰直角三角形的判

定和性质，正确的作出辅助线是解题的关键．