第19章 　四边形



一、选择题(本大题共8小题，每小题4分，共32分)

1．正五边形的每个外角等于(　　)

A．36° B．60° C．72° D．108°

2．如图19－Z－1，*DE*是△*ABC*的中位线，若*BC*＝8，则*DE*的长为(　　)

A．2 B．4 C．6 D．8

图19－Z－1



　　　图19－Z－2



3．如图19－Z－2所示，在▱*ABCD*中，对角线*AC*，*BD*相交于点*O*，且*AB*≠*AD*，则下列式子不正确的是(　　)

A．*AC*⊥*BD* B．*AB*＝*CD*

C．*BO*＝*OD* D．∠*BAD*＝∠*BCD*

4．下列关于矩形的说法中正确的是(　　)

A．对角线相等的四边形是矩形

B．对角线互相平分的四边形是矩形

C．矩形的对角线互相垂直且平分

D．矩形的对角线互相平分且相等

5．矩形*ABCD*的对角线*AC*，*BD*相交于点*O*，∠*AOD*＝120°，*AC*＝8，则△*ABO*的周长为(　　)

A．12 B．16

C．20 D．24

6．如图19－Z－3，顺次连接四边形*ABCD*各边的中点得到四边形*EFGH*，要使四边形*EFGH*为菱形，应添加的条件是(　　)

A．*AB*∥*DC* B．*AB*＝*DC*

C．*AC*⊥*BD* D．*AC*＝*BD*

图19－Z－3



　　图19－Z－4



7．如图19－Z－4，在△*ABC*中，*AC*＝*BC*，*D*，*E*分别是边*AB*，*AC*的中点，延长*DE*到点*F*，使*EF*＝*DE*，连接*AF*，*CF*，则四边形*ADCF*一定是(　　)

A．矩形 B．菱形

C．正方形 D．不能确定



图19－Z－5

8．如图19－Z－5，将长为8 cm，宽为4 cm的矩形纸片*ABCD*折叠，使点*A*与点*C*重合，则折痕*EF*的长为(　　)

A. B．2

C．3 D．4

二、填空题(本大题共4小题，每小题4分，共16分)

9．如图19－Z－6，在▱*ABCD*中，添加一个条件：\_\_\_\_\_\_\_\_，使▱*ABCD*是菱形．

图19－Z－6



　　　图19－Z－7



10．如图19－Z－7，菱形*ABCD*的周长为8 cm，∠*BAD*＝60°，则*AC*＝\_\_\_\_\_\_\_\_cm.

11．如图19－Z－8，已知正方形*ABCD*的边长为*a*，连接*AC*，*BD*，*CE*平分∠*ACD*交*BD*于点*E*，则*DE*的长为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

图19－Z－8



　　　图19－Z－9



12．如图19－Z－9，四边形*ABCD*是矩形，点*E*在线段*CB*的延长线上，连接*DE*交*AB*于点*F*，∠*AED*＝2∠*CED*，*G*是*DF*的中点．若*BE*＝1，*AG*＝4，则*AB*的长为\_\_\_\_\_\_\_\_．

三、解答题(本大题共5小题，共52分)

13．(8分)如图19－Z－10，四边形风筝的四个内角∠*A*，∠*B*，∠*C*，∠*D*的度数之比为1.1∶1∶0.5∶1.求它的四个内角的度数．



图19－Z－10

14．(10分)如图19－Z－11，分别以Rt△*ABC*的直角边*AC*及斜边*AB*为边向外作等边三角形*ACD*及等边三角形*ABE*，已知∠*BAC*＝30°，*EF*⊥*AB*，垂足为*F*，连接*DF*.

求证：(1)*AC*＝*EF*；

(2)四边形*ADFE*是平行四边形．



图19－Z－11

15．(10分)如图19－Z－12，在正方形*ABCD*的对角线*AC*上取一点*E*，使*CE*＝*CD*，过点*E*作*EF*⊥*AC*交*AD*于点*F*.

求证：*AE*＝*EF*＝*DF*.



图19－Z－12

16．(10分)如图19－*Z*－13，在▱ABCD中，AE⊥BC，AF⊥CD，垂足分别为E，F，且BE＝DF.

(1)求证：▱ABCD是菱形；

(2)若AB＝5，AC＝6，求▱ABCD的面积．



图19－*Z*－13

17．(14分)如图19－*Z*－14所示，M为正方形ABCD的边AB的中点，E是AB延长线上的一点，MN⊥DM，交∠CBE的平分线于点N.

(1)求证：MD＝NM；

(2)若将上述条件中的“M为AB边的中点”改为“M为AB边上任意一点”，其余条件不变，则结论“MD＝NM”还成立吗？请说明理由．



图19－*Z*－14

1．[解析] *C*　360°÷5＝72°.故正五边形的每个外角等于72°.故选*C*.

2．[答案] *B*

3．[答案] *A*

4．[答案] *D*

5．[解析] *A*　∵四边形ABCD是矩形，AC＝8，

∴AC＝BD，AC＝2AO，BD＝2BO，

∴AO＝BO＝4.

∵∠AOD＝120°，∴∠AOB＝60°，

∴△AOB是等边三角形，∴AB＝AO＝4，

∴△ABO的周长是4＋4＋4＝12.故选*A*.

6．[解析] *D*　如图，连接AC，BD.



∵E，F，G，H为四边形ABCD各边的中点，

∴EF∥AC，EF＝AC，

HG∥AC，HG＝AC，

∴EF∥HG，EF＝HG，

∴四边形EFGH为平行四边形．要使四边形EFGH为菱形，则需EF＝EH，而EF＝AC，EH＝BD，

∴AC＝BD.当AB∥DC和AB＝DC时，只能判定四边形EFGH为平行四边形，∴*A*，*B*选项错误；当AC⊥BD时，只能判定四边形EFGH为矩形，∴*C*选项错误．故选*D*.

7．[解析] *A*　∵AE＝EC，EF＝DE，

∴四边形ADCF是平行四边形．

∵D，E分别是AB，AC的中点，

∴BC＝2DE.

又∵DF＝2DE，AC＝BC，∴AC＝DF，

∴四边形ADCF是矩形．



8．[解析] *B*　如图，过点F作FG⊥AB于点G.

由折叠的性质知，CE＝AE，DF＝D′F，CD′＝AD＝CB＝4 *cm*，

∠AEF＝∠CEF.又∵CD∥AB，

∴∠CFE＝∠AEF，∴∠CFE＝∠CEF，

∴CF＝CE.在*Rt*△CD′F中，设DF＝D′F＝x *cm*，则CF＝(8－x)*cm*，由勾股定理得D′F2＋D′C2＝CF2，即x2＋42＝(8－x)2，解得x＝3，∴8－x＝5，即DF＝D′F＝3 *cm*，CF＝CE＝AE＝5 *cm*.

∵∠A＝∠D＝90°，FG⊥AB，∴四边形ADFG是矩形，∴AG＝DF＝3 *cm*，FG＝AD＝4 *cm*，

∴GE＝AE－AG＝2 *cm*.在*Rt*△EGF中，

∵GE2＋FG2＝EF2，∴EF＝＝2 (*cm*)．

9．答案不唯一，如AB＝BC或AC⊥BD

10．[答案] 2

[解析] 由菱形的四边相等得AD＝AB＝8×＝2(*cm*)．又∵∠BAD＝60°，∴△ABD为等边三角形．由菱形的对角线互相垂直平分，得AO⊥BD，AC＝2AO.在等边三角形ABD中，OB＝AB＝1 *cm*，∴AO＝ *cm*，∴AC＝2AO＝2 *cm*.

11．[答案] (－1)a

[解析] ∵四边形ABCD是正方形，

∴∠ACB＝∠DBC＝∠ACD＝45°.

∵CE平分∠ACD交BD于点E，

∴∠ACE＝∠DCE＝22.5°，

∴∠BCE＝45°＋22.5°＝67.5°.

∵∠CBE＝45°，

∴∠BEC＝67.5°，

∴BE＝BC.

∵正方形ABCD的边长为a，

∴BC＝CD＝BE＝a，∠BCD＝90°，

∴BD＝＝a，

∴DE＝BD－BE＝a－a＝(－1)a.

12．[答案]

13．解：设四边形的四个内角∠A，∠B，∠C，∠D的度数分别为1.1x，x，0.5x，x，

则1.1x＋x＋0.5x＋x＝360°，

解得x＝100°.

则1.1x＝110°，0.5x＝50°.

故∠A，∠B，∠C，∠D的度数分别为110°，100°，50°，100°.

14．证明：(1)∵△ABE是等边三角形，EF⊥AB，

∴∠AEF＝∠AEB＝30°＝∠BAC，AE＝AB，∠EFA＝90°.

又∵∠ACB＝90°，∴∠ACB＝∠EFA，

∴△BAC≌△AEF，

∴AC＝EF.

(2)∵△ACD是等边三角形，

∴AC＝AD，∠DAC＝60°.

∵AC＝EF，∴AD＝EF.

又∵∠BAC＝30°，

∴∠FAD＝∠BAC＋∠DAC＝90°.

又∵∠EFA＝90°，

∴EF∥AD，

∴四边形ADFE是平行四边形．

15．[解析] 连接CF，证△CEF≌△CDF，得EF＝DF.可证AE＝EF，故AE＝EF＝DF.

证明：如图，连接CF，在正方形ABCD中，∠D＝∠DAB＝90°，AC平分∠DAB，



∴∠DAC＝∠CAB＝45°.

又∵EF⊥AC，

∴∠DAC＝∠AFE＝45°，

∴AE＝EF.

在*Rt*△CEF和*Rt*△CDF中，

∴*Rt*△CEF≌*Rt*△CDF(HL)，

∴EF＝DF，∴AE＝EF＝DF.

[点评] 本题考查的是正方形的性质，解题中易忽视△AEF是等腰直角三角形．解题的关键是证△AEF是等腰直角三角形，连接CF，证△CEF≌△CDF.

16．解：(1)证明：∵四边形ABCD是平行四边形，

∴∠B＝∠D.

∵AE⊥BC，AF⊥CD，

∴∠AEB＝∠AFD＝90°.

又∵BE＝DF，∴△AEB≌△AFD，

∴AB＝AD，

∴▱ABCD是菱形．

(2)如图，连接BD交AC于点O.



∵四边形ABCD是菱形，AC＝6，∴AC⊥BD，

AO＝CO＝AC＝×6＝3.

∵AB＝5，AO＝3，

∴BO＝＝＝4，

∴BD＝2BO＝8，

∴S▱ABCD＝AC·BD＝24.

17．[解析] (1)欲证MD＝NM，可以在AD上取中点P，连接MP，证△PDM≌△BMN，得MD＝NM；(2)改变条件后，结论依然成立，只需在AD上截取DP＝MB，证△PDM≌△BMN即可．

解：(1)证明：取AD的中点P，连接MP.

∵四边形ABCD是正方形，M是AB的中点，∴∠A＝∠ABC＝90°，DP＝AP＝AM＝MB，

∴∠APM＝45°.

又∵BN平分∠CBE，

∴∠EBN＝45°，

∴∠EBN＝∠APM，

∴∠DPM＝∠MBN.

又∵∠PDM＋∠DMA＝90°，

∠BMN＋∠DMA＝90°，

∴∠PDM＝∠BMN，

∴△PDM≌△BMN，∴MD＝NM.

(2)结论“MD＝NM”仍然成立．

理由：与(1)类似，在AD上截取DP＝MB，连接MP.

易得∠PDM＝∠BMN，∠DPM＝∠MBN，

从而△PDM≌△BMN，∴MD＝NM.