

# 第 16 章《分式》测试卷

(时间:120 分钟 满分:120 分)

## 一、选择题(每小题 3 分,共 30 分)

- 要使分式  $\frac{5}{x-1}$  有意义,则  $x$  的取值范围是 ( A )  
A.  $x \neq 1$  B.  $x > 1$   
C.  $x < 1$  D.  $x \neq -1$
- 在下列各式中:  $-\frac{3}{2}x, \frac{4}{x-y}, x+y, \frac{x^2+2}{\pi}, \frac{7y^2}{3y}, \frac{13}{9}$ , 是分式的有 ( B )  
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
- (2018·温州)若分式  $\frac{x-2}{x+5}$  的值为 0,则  $x$  的值是 ( A )  
A. 2 B. 0 C. -2 D. -5
- 若  $x-y=2xy$ ,则  $\frac{1}{x}-\frac{1}{y}$  的值为 ( B )  
A. 2 B. -2 C.  $\frac{1}{2}$  D.  $-\frac{1}{2}$
- 化简  $(x-\frac{2x-1}{x}) \div (1-\frac{1}{x})$  的结果是 ( B )  
A.  $\frac{1}{x}$  B.  $x-1$   
C.  $\frac{x-1}{x}$  D.  $\frac{x}{x-1}$
- (2018·梧州)研究发现,银原子的半径约是 0.00015 微米,把 0.00015 这个数字用科学记数法表示应是 ( A )  
A.  $1.5 \times 10^{-4}$  B.  $1.5 \times 10^{-5}$   
C.  $15 \times 10^{-5}$  D.  $15 \times 10^{-6}$
- 实数  $a, b$  满足  $ab=1$ ,记  $M=\frac{1}{1+a}+\frac{1}{1+b}, N=\frac{a}{1+a}+\frac{b}{1+b}$ ,则  $M, N$  的大小关系为 ( B )  
A.  $M > N$  B.  $M = N$   
C.  $M < N$  D. 不确定
- 若  $x=-1, y=2$ ,则  $\frac{2x}{x^2-64y^2}-\frac{1}{x-8y}$  的值等于 ( D )  
A.  $-\frac{1}{17}$  B.  $\frac{1}{17}$  C.  $\frac{1}{16}$  D.  $\frac{1}{15}$

- 分式方程  $\frac{2x+1}{x^2+x}=\frac{m}{6x+6}$  无解,则  $m$  的值为 ( D )  
A. -1 B. 0 C. 1 和 0 D. 6 或 12

【解析】方程两边同时乘以  $6x(x+1)$  得,  $12x+6=mx$ , 即  $(m-12)x=6$ , ①当  $m-12=0$  时,即  $m=12$  时,方程无解;②当  $m-12 \neq 0$  时,要使方程无解,则  $x=0$  或  $-1$ ,解得  $m=6$ . 综上所述,  $m=12$  或 6 时,原方程无解.

- (2018·衡阳)衡阳市某生态示范园计划种植一批梨树,原计划总产值 30 万千克,为了满足市场需求,现决定改良梨树品种,改良后平均每亩产量是原来的 1.5 倍,总产量比原计划增加了 6 万千克,种植亩数减少了 10 亩,则原来平均每亩产量是多少万千克? 设原来平均每亩产量为  $x$  万千克,根据题意,列方程为 ( A )  
A.  $\frac{30}{x}-\frac{36}{1.5x}=10$  B.  $\frac{30}{x}-\frac{30}{1.5x}=10$   
C.  $\frac{36}{1.5x}-\frac{30}{x}=10$  D.  $\frac{30}{x}+\frac{36}{1.5x}=10$

## 二、填空题(每小题 3 分,共 18 分)

- 分式  $\frac{1}{2x(x-1)}, \frac{1}{x^2-1}, \frac{2}{3xy+3y}$  的最简公分母为  $6xy(x+1)(x-1)$ .
- 如果分式  $\frac{3}{2x+4}$  无意义,  $\frac{y+4}{y^2+2}$  的值为 0,那么  $x-y=2$ .
- 已知  $3^x+3^{-x}=5$ ,那么  $9^x+9^{-x}$  的值是 23.
- 使分式方程  $\frac{x}{x-3}-2=\frac{m^2}{x-3}$  产生增根,  $m$  的值为  $\pm\sqrt{3}$ .
- 已知关于  $x$  的分式方程  $\frac{k}{x+1}+\frac{x+k}{x-1}=1$  的解为负数,则  $k$  的取值范围是  $k > -\frac{1}{2}$  且  $k \neq 0$ .

【解析】去分母得:  $k(x-1)+(x+k)(x+1)=(x+1)(x-1)$ , 整理得  $(2k+1)x=-1, x=\frac{-1}{2k+1}, \because$  方程  $\frac{k}{x+1}+\frac{x+k}{x-1}=1$  的解为负数,  $\therefore 2k+1 > 0$  且  $x \neq \pm 1$ , 即  $2k+1 \neq 1$  且  $2k+1 \neq -1$ , 解得  $k > -\frac{1}{2}$  且  $k \neq 0, k \neq -1$ , 即  $k$  的取值范围为  $k > -\frac{1}{2}$  且  $k \neq 0$ .

- (2018·宿迁)为了改善生态环境,防止水土流失,红旗村计划在荒坡上种树 960 棵,由于青年志愿者支援,实际每天种树的棵树是原计划的 2 倍,结果提前 4 天完成任务,则原来计划每天种树的棵树是 120 棵.

## 三、解答题(共 72 分)

- (每小题 4 分,共 8 分)计算:

$$(1) \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - \left(\frac{1}{\sqrt{5}+2}\right)^0 + (3 \times 10^{-2})^4 \div (3 \times 10^{-5})^2;$$

解:原式=903;

$$(2) \left(\frac{1}{a-b} - \frac{b}{a^2-b^2}\right) \div \frac{a}{a+b}.$$

解:原式= $\frac{1}{a-b}$ .

- (每小题 4 分,共 8 分)解方程:

$$(1) \text{解方程: } \frac{x}{x+1} - \frac{4}{x^2-1} = 1.$$

解: $x=-3$ ,

经检验,  $x=-3$  是原分式方程的解.

$$(2) \frac{2x+2}{x} - \frac{x+2}{x-2} = \frac{x^2-2}{x^2-2x}.$$

解:去分母,得  $(2x+2)(x-2)-x(x+2)=x^2-2$ ,

解得  $x=-\frac{1}{2}$ .

当  $x=-\frac{1}{2}$  时,  $x(x-2) \neq 0$ ,

$\therefore$  原方程的解为  $x=-\frac{1}{2}$ .

19. (8分)先化简,再求值:

$$\left(\frac{x-1}{x}-\frac{x-2}{x+1}\right)\div\frac{2x^2-x}{x^2+2x+1}, \text{其中 } x \text{ 满足 } x^2-x-1=0.$$

$$\begin{aligned}\text{解:原式}&=\left[\frac{x^2-1}{x(x+1)}-\frac{x^2-2x}{x(x+1)}\right]\div\frac{x(2x-1)}{(x+1)^2} \\&=\frac{x^2-1-x^2+2x}{x(x+1)}\div\frac{x(2x-1)}{(x+1)^2} \\&=\frac{2x-1}{x(x+1)}\cdot\frac{(x+1)^2}{x(2x-1)}=\frac{x+1}{x^2}.\end{aligned}$$

$$\because x^2-x-1=0, \therefore x^2=x+1, \therefore \text{原式}=\frac{x+1}{x+1}=1.$$

20. (8分)已知  $x$  为整数,且  $\frac{2}{x-3}+\frac{2}{3-x}+\frac{2x+6}{x^2-9}$  为整数,求  $x$  的值.

$$\text{解:原式}=\frac{2}{x-3} \text{ 为整数.}$$

$$\therefore x-3 \text{ 是 } 2 \text{ 的约数.}$$

$$\therefore x-3=-2,-1,1 \text{ 或 } 2.$$

$$\therefore x=1,2,4 \text{ 或 } 5.$$

21. (8分)如果  $\frac{3}{(x+1)(x-2)}=\frac{Ax+B}{x+1}+\frac{C}{x-2}$ ,求  $A,B,C$  的值.

$$\text{解: } A=0, B=-1, C=1.$$

22. (10分)阅读下面的解答过程:

$$\text{已知 } \frac{x}{x^2+1}=\frac{1}{2}, \text{求 } \frac{x^2}{x^4+1} \text{ 的值.}$$

$$\text{解:由 } \frac{x}{x^2+1}=\frac{1}{2}, \text{知 } x \neq 0, \text{所以 } \frac{x^2+1}{x}=2, \text{即 } x+\frac{1}{x}=2,$$

$$\therefore \frac{x^4+1}{x^2}=x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=4-2=2, \therefore \frac{x^2}{x^4+1}=\frac{1}{2}.$$

请你依照上述解题过程,解答下面的题目:

$$\text{已知 } \frac{x}{x^2-x+1}=\frac{1}{7}, \text{求 } \frac{x^2}{x^4+x^2+1} \text{ 的值.}$$

$$\text{解:由 } \frac{x}{x^2-x+1}=\frac{1}{7}, \text{知 } x \neq 0, \text{所以 } \frac{x^2-x+1}{x}=7,$$

$$\text{即 } x-1+\frac{1}{x}=7, \therefore x+\frac{1}{x}=8,$$

$$\therefore \frac{x^4+x^2+1}{x^2}=x^2+1+\frac{1}{x^2}=\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+1=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2+1$$

$$=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-1=64-1=63,$$

$$\therefore \frac{x^2}{x^4+x^2+1}=\frac{1}{63}.$$

23. (10分)(2018·贵阳)某青春党支部在精准扶贫活动中,给结对帮扶的贫困家庭赠送甲、乙两种树苗让其栽种,已知乙种树苗的价格比甲种树苗贵 10 元,用 480 元购买乙种树苗的棵树恰好与用 360 元购买甲种树苗的棵树相同.

(1)求甲、乙两种树苗每棵的价格各是多少元?

(2)在实际帮扶中,他们决定再次购买甲、乙两种树苗共 50 棵,此时,甲种树苗的售价比第一次购买时降低了 10%,乙种树苗的售价不变,如果再次购买两种树苗的总费用不超过 1500 元,那么他们最多可购买多少棵乙种树苗?

$$\text{解: (1) 设甲种树苗每棵的价格是 } x \text{ 元, 则乙种树苗每棵的价格是 } (x+10) \text{ 元, 依题意有 } \frac{480}{x+10}=\frac{360}{x},$$

$$\text{解得 } x=30.$$

经检验,  $x=30$  是原分式方程的解,

$$x+10=30+10=40.$$

答:甲种树苗每棵的价格是 30 元,乙种树苗每棵的价格是 40 元.

(2)设他们可购买  $y$  棵乙种树苗,依题意有

$$30 \times (1-10\%)(50-y)+40y \leq 1500,$$

$$\text{解得 } y \leq 11 \frac{7}{13},$$

$$\because y \text{ 为整数, } \therefore y \text{ 最大为 } 11.$$

答:他们最多可购买 11 棵乙种树苗.

24. (12分)问题探索:

(1)已知一个正分数  $\frac{n}{m}(m>n>0)$ ,如果分子、分母同时增加 1,分数的值是增大还是减小?请证明你的结论.

(2)若正分数  $\frac{n}{m}(m>n>0)$  中分子和分母同时增加 2,3,...,  $k$  (整数  $k>0$ ),情况如何?

(3)请你用上面的结论解释下面的问题:

建筑学规定:民用住宅窗户面积必须小于地板面积,但按采光标准,窗户面积与地板面积的比应不小于 10%,并且这个比值越大,住宅的采光条件越好,问同时增加相等的窗户面积和地板面积,住宅的采光条件是变好还是变坏?请说明理由.

解:(1)增大.

理由如下:

$$\frac{n+1}{m+1}-\frac{n}{m}=\frac{m(n+1)-n(m+1)}{m(m+1)}=\frac{m-n}{m(m+1)},$$

$$\because m>n, m>0, \therefore \text{原式的值为正数, } \therefore \frac{n+1}{m+1}>\frac{n}{m}.$$

$$(2) \frac{n+k}{m+k}-\frac{n}{m}=\frac{m(n+k)-n(m+k)}{m(m+k)}=\frac{mk-nk}{m(m+k)}=$$

$$\frac{k(m-n)}{m(m+k)},$$

$$\because k>0, m-n>0, m>0, m+k>0,$$

$$\therefore \text{原式值为正数, } \therefore \frac{n+k}{m+k}>\frac{n}{m}.$$

(3)设窗户面积为  $a$ ,地板面积为  $b$ ,同时增加  $x(x>0)$ .

$$\text{由题意得 } \frac{a}{b} \geq \frac{1}{10},$$

$$\therefore \frac{a+x}{b+x}>\frac{a}{b}, \therefore \frac{a+x}{b+x}>\frac{a}{b} \geq \frac{1}{10} (x>0), \therefore \frac{a+x}{b+x}>\frac{1}{10}.$$

$\therefore$ 同时增加窗户和地板的面积,有利于采光.