

人大附中历届新初一分班考试奥数真题

1. 计算: $\frac{10}{13} \div 2\frac{19}{22} - 1\frac{2}{5} \times \frac{11}{13} \div 7 + \frac{1}{5} \times \frac{22}{63}$

2. 计算: $\left(5\frac{1}{3} + \frac{2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{5}}{1\frac{1}{3} + 150\%} \right) \times \frac{1\frac{1}{3} + 150\%}{5\frac{1}{3} + \left(1\frac{1}{3} + 150\% \right) + 2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{5}}$

3. 计算: $\left(1 - \frac{1}{2 \times 4} \right) \times \left(1 - \frac{3}{3 \times 5} \right) \times \dots \times \left(1 - \frac{13}{9 \times 11} \right)$

4. 50 个互不相同的非零自然数的和为 101101, 那么它们的最大公约数的最大值是多少?

5. 自然数 n 是 48 的倍数, 但不是 28 的倍数, 并且 n 恰好有 48 个约数 (包括 1 和它本身), 那么 n 的最小值是多少?

6. 某三位数, 若它本身增加 3, 那么新的三位数的各位数字之和就减少到原来三位数的各位数字之和的 $\frac{1}{3}$, 则所有这样的三位数的和是多少?

7. 在 8 进制中, 一个多位数的数字和为 68, 求除以 7 的余数为多少?

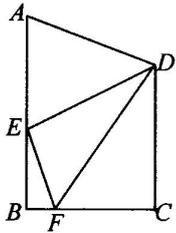
8. 时钟的表盘上任意做 n 个 120° 的扇形, 每 1 个都恰好覆盖 4 个数字, 每两个覆盖的数字不全相同, 如果从任做的 n 个扇形中总能恰好取出 3 个盖住整个钟面的 12 个数字, 求 n 的最小值。

9. 有一个四位数, 它与它的逆序四位数和为 9999, 例如 $7812+2187=9999$, $3636+6363=9999$ 等, 那么这样的四位数一共有多少个?

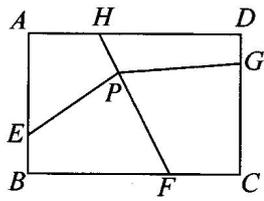
10. 灌满一个水池, 只打开 A 管要 8 小时, 只打开 B 管要 10 小时, 只打开 C 管要 15 小时。开始时只打开 A 管和 B 管, 中途关掉 A 管和 B 管, 然后打开 C 管, 前后共用了 10 小时 15 分钟灌满了水池, 那么, C 管打开了多少时间?

11. 小明家在颐和园，如果骑车到人大附中，每隔 3 分钟就能见到一辆 332 路公共汽车迎面开来；如果步行到人大附中，每隔 4 分钟能见到一辆 332 路公共汽车迎面开来。已知任意两辆 332 路汽车的发车间隔都是一样的，并且小明骑车速度是小明步行速度的 3 倍，那么如果小明 332 路汽车到人大附中的话，每隔几分钟能见到一辆 332 路公共汽车迎面开来？

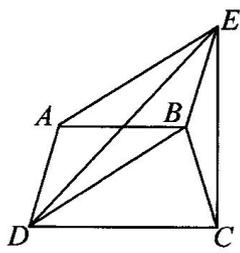
12. 如下图，直角梯形 ABCD 中，AB=12，BC=8，CD=9，且三角形 AED、三角形 FCD 和四边形 EBF D 的面积相等，求三角形 DEF 的面积。



13. 如下图，有一个长 6 厘米，宽 4 厘米的长方形 ABCD，已知线段 DG、AH、AE、BF 的长度依次是 1，2，3，4 厘米，且四边形 AEPH 的面积是 5 平方厘米，且四边形 PFCG 的面积是多少平方厘米？



14. 如下图，四边形 ABCD 是等腰梯形，ADBE 是平行四边形，面积等于 8，还知道三角形 BCE 的面积是 2，那么三角形 CDE 的面积是多少？



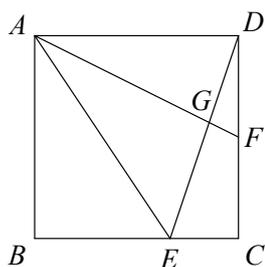
15. 已知 $38^2 = 1444$ ，像 1444 这样能表示为某个自然数的平方，并且抹末位数字为不等于 0 的相同数字，我们就定义为“好数”。

- (1) 请再找出一个“好数”。
- (2) 讨论所有“好数”的个位数字可能是多少？
- (3) 如果有一个好数的末 4 位数字都相等，我们就称之为“超好数”，请找出一个“超好数”，或者证明不存在“超好数”。

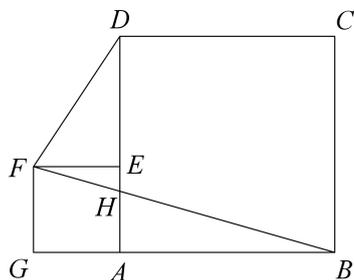
16. 一个自然数，加上 4 后就可表示 3 个连续的 3 的倍数的和，加上 3 后就可表示成 4 个连续的 4 的倍数之和，那么它最少需要加 () 后才能表示成 6 个连续的 6 的倍数之和。

17. 已知甲车的速度为每小时 90 千米，乙车的速度为每小时 60 千米。第一天甲乙两车分别从 A、B 两地同时出发相向而行，在途经 C 地时，乙车比甲车早到十分钟；第二天甲乙两车分别从 B、A 两地出发返回第一天出发的位置，在途经 C 地时，甲车比乙车早到一个半小时，AB 两地的距离是多少？

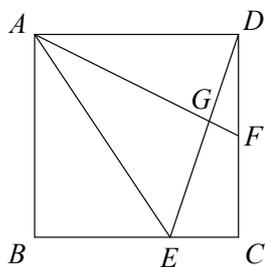
18. 如图，边长为 1 的正方形 $ABCD$ 中， $BE = 2EC$ ， $CF = FD$ ，求三角形 AEG 的面积。



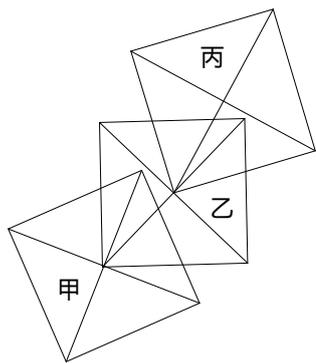
19. 如图， $ABCD$ 与 $AEFG$ 均为正方形，三角形 ABH 的面积为 6 平方厘米，图中阴影部分的面积为_____。



20. 如图，边长为 1 的正方形 $ABCD$ 中， $BE = 2EC$ ， $CF = FD$ ，求三角形 AEG 的面积。

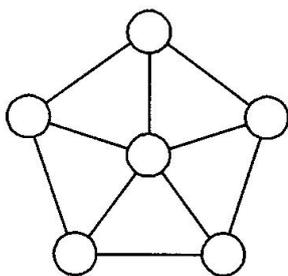


21. 如图, 3 个边长为 2 的正方形, 甲的中心在乙的一个顶点上, 乙的中心在丙的一个顶点上, 甲与丙不重叠, 求甲、乙、丙总共覆盖的面积是_____.



22. 用 3 种颜色把一个 3×3 的方格表染色, 要求相同行和相同列的 3 个格所染的颜色互不相同, 一共有 () 种不同的染色法。

23. 如下图, 在 6 个圆圈中填入 2、3、5、7、11、13 各一次, 并在每个小三角形的中心处写下它 3 个顶点上 3 个数的和。那么这些三角形中心处所写数的和被 3 除的余数是 ()。这个总合一共有 () 种不同的可能。



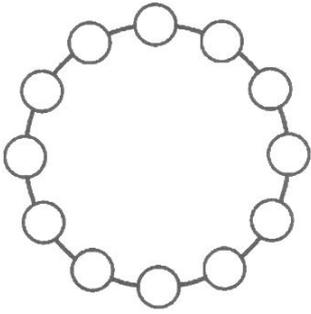
24. 设 t_1, t_2, \dots, t_n 是有序的数, 已知: $t_1 = 1$, $t_n = \begin{cases} 1 + t_{\frac{n}{2}} & (n \text{ 为偶数}) \\ \frac{1}{t_{n-1}} & (n \text{ 为奇数}) \end{cases}$, 若 $t_m = \frac{3}{7}$, 求 m 的值。

25. 一个自然数的 3 次方恰好有 1 0 0 个约数, 那么这个自然数本身最少有 () 个约数。

26. 一个自然数在四进制表示当中的各位数字之和是 5, 在五进制表示当中的各位数字之和是 4, 那么这个自然数除以 3 的余数是 (), 满足要求的最小自然数是 () (十进制表示)。

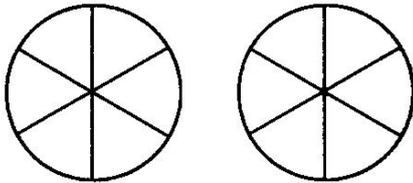
27. 有一个国家货币仅有六元和七元这两种钱币, 如果你是央行的行长, 你在设定取款机取现时, 设定的最低限额为多少元? 即这之上的金额都可取出。

28. 请你从 $1 \sim 100$ 中选出 12 个数填入下图的圆圈里，使得每个数均为与它相邻的两个数的最大公约数或最小公倍数。



29. 找出 5 个互不相同的大于 1 的自然数，使得其中两个数的积等于其余三个数的积，两个数的和（不一定是刚才的两个数）等于其余三个数的和，请写出满足条件的式子。

30. 用 A、B、C、D、E、F 六种燃料去染下图的两个调色盘，要求每个调色盘里的六种颜色不能相同，且相邻四种颜色在两个调色盘里不能重复，那么共有（ ）种不同的染色方案（旋转算不同方法）。



31. 若一个整数 a 被 2, 3, ..., 9 这 8 个整数除，所得的余数都为 1，则 a 的最小值是_____。

32. 某乡镇小学到县城参观，规定汽车从县城出发与上午 7 时到达学校，接参观的学生立即出发去县城。由于汽车在赴校途中发生故障，不得不停车修理，学校师生等到 7 时 10 分，仍然不见汽车来接，就步行想县城走去，在行进途中遇到了已经修理好了的汽车。立即上车赶赴县城，结果比预定到达县城的时间晚了半个小时，如果汽车的速度是步行速度的 6 倍，问汽车在途中排除故障用了多少时间？

33. 甲乙两人现在的年龄之和是 98 岁，当甲的年龄是乙的年龄的一半时，乙恰好是甲现在的年龄。求甲乙现在各多少岁？

34. 已知三角形 ABC 是直角三角形， $AC = 4$ 厘米， $BC = 2$ 厘米，求阴影部分的面积。

