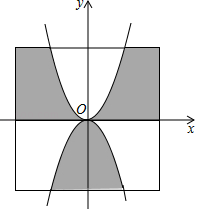
第一章 二次函数



一．填空题（共8小题，3\*8=24）

1．若*y*与*x*的函数http://www.zxxk.com+3*x*是二次函数，则*m*＝　 　．

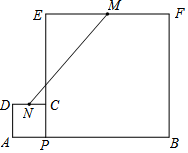
2．如图，正方形的边长为4，以正方形中心为原点建立平面直角坐标系，作出函数*y*＝2*x*2与*y*＝﹣2*x*2的图象，则阴影部分的面积是　 　．



3．若抛物线*y*＝﹣3*x*2+2*x*+*m*与*x*轴有两个公共点，则*m*的取值范围是　 　．

4．已知抛物线*y*＝*ax*2+*bx*+*c*经过*A*（0，2），*B*（4，2），对于任意*a*＞0，点*P*（*m*，*n*）均不在抛物线上．若*n*＞2，则*m*的取值范围是　 　．

5．如图，线段*AB*＝10，点*P*在线段*AB*上，在*AB*的同侧分别以*AP*、*BP*为边长作正方形*APCD*和*BPEF*，点*M*、*N*分别是*EF*、*CD*的中点，则*MN*的最小值是　 　．



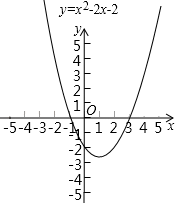
6．在实际问题中往往需要求得方程的近似解，这个时候，我们通常利用函数的图象来完成．如，求方程*x*2﹣2*x*﹣2＝0的实数根的近似解，观察函数*y*＝*x*2﹣2*x*﹣2的图象，发现，当自变量为2时，函数值小于0（点（2，﹣2）在*x*轴下方），当自变量为3时，函数值大于0（点（3，1）在*x*轴上方）．因为抛物线*y*＝*x*2﹣2*x*﹣2是一条连续不断的曲线，所以抛物线

*y*＝*x*2﹣2*x*﹣2在2＜*x*＜3这一段经过*x*轴，也就是说，当*x*取2、3之间的某个值时，函数值为0，即方程*x*2﹣2*x*﹣2＝0在2、3之间有根．

进一步，我们取2和3的平均数2.5，计算可知，对应的数值为﹣0.75，与自变量为3的函数值异号，所以这个根在2.5与3之间任意一个数作为近似解，该近似解与真实值的差都不会大于3﹣2.5＝0.5．

重复以上操作，随着操作次数增加，根的近似值越来越接近真实值．

用以上方法求得方程*x*2﹣2*x*﹣2＝0的小于0的解，并且使得所求的近似解与真实值的差不超过0.3，该近似解为

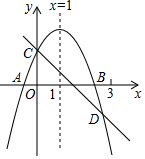


7．如图所示，已知二次函数*y*＝*ax*2+*bx*+*c*的图象与*x*轴交于*A*、*B*两点，与*y*轴交于点*C*，

对称轴为直线*x*＝1．直线*y*＝﹣*x*+*c*与抛物线*y*＝*ax*2+*bx*+*c*交于*C*、*D*两点，则下列结论：

①*abc*＞0②*a*﹣*b*+*c*＜0；③2*a*+*b*+*c*＞0；④*x*（*ax*+*b*）≤*a*+*b*；

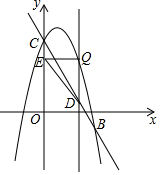
其中正确的有



8．已知抛物线*y*＝*ax*2﹣2*ax*+*c*（*a*＜0）的图象过点*A*（3，*m*）．

（1）当*a*＝﹣1，*m*＝0时，求抛物线的顶点坐标　 　；

（2）如图，直线*l*：*y*＝*kx*+*c*（*k*＜0）交抛物线于*B*，*C*两点，点*Q*（*x*，*y*）是抛物线上点*B*，*C*之间的一个动点，作*QD*⊥*x*轴交直线*l*于点*D*，作*QE*⊥*y*轴于点*E*，连接*DE*．设∠*QED*＝β，当2≤*x*≤4时，β恰好满足30°≤β≤60°，*a*＝　 　．



二．选择题（共10小题，3\*10=30）

9．下列函数关系中，是二次函数的是（　　）

A．在弹性限度内，弹簧的长度*y*与所挂物体质量*x*之间的关系

B．当距离一定时，火车行驶的时间*t*与速度*v*之间的关系

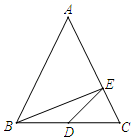
C．等边三角形的周长*C*与边长*a*之间的关系

D．半圆面积*S*与半径*R*之间的关系

10．抛物线*y*＝2*x*2﹣4*x*+*c*经过点（2，﹣3），则*c*的值为（　　）

A．﹣1 B．2 C．﹣3 D．﹣2

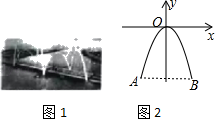
11．如图，在△*ABC*中，*AB*＝*AC*，*BC*＝6，*E*为*AC*边上的点且*AE*＝2*EC*，点*D*在*BC*边上且满足*BD*＝*DE*，设*BD*＝*y*，*S*△*ABC*＝*x*，则*y*与*x*的函数关系式为（　　）



A．*y*＝http://www.zxxk.com*x*2+http://www.zxxk.com B．*y*＝http://www.zxxk.com*x*2+http://www.zxxk.com

C．*y*＝http://www.zxxk.com*x*2+2 D．*y*＝http://www.zxxk.com*x*2+2

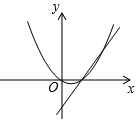
12．北中环桥是省城太原的一座跨汾河大桥（如图1），它由五个高度不同，跨径也不同的抛物线型钢拱通过吊桥，拉索与主梁相连，最高的钢拱如图2所示，此钢拱（近似看成二次函数的图象﹣抛物线）在同一竖直平面内，与拱脚所在的水平面相交于*A*，*B*两点．拱高为78米（即最高点*O*到*AB*的距离为78米），跨径为90米（即*AB*＝90米），以最高点*O*为坐标原点，以平行于*AB*的直线为*x*轴建立平面直角坐标系，则此抛物线钢拱的函数表达式为（　　）

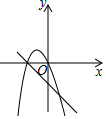


A．*y*＝http://www.zxxk.com*x*2 B．*y*＝﹣http://www.zxxk.com*x*2

C．*y*＝http://www.zxxk.com*x*2 D．*y*＝﹣http://www.zxxk.com*x*2

13．已知*a*，*b*是非零实数，|*a*|＞|*b*|，在同一平面直角坐标系中，二次函数*y*1＝*ax*2+*bx*与一次函数*y*2＝*ax*+*b*的大致图象不可能是（　　）

A． B．

C． D．

14．已知当*x*≥1时，关于*x*的二次函数*y*＝*x*2+2*kx*+1的函数值*y*随*x*的增大而增大，则*k*的取值范围为（　　）

A．*k*＝﹣1 B．*k*≥﹣1 C．*k*≤﹣1 D．*k*≤1

15．已知二次函数*y*＝4*x*2+4*x*﹣1，当自变量*x*取两个不同的值*x*1，*x*2时，函数值相等，则当*x*取http://www.zxxk.com时的函数值为（　　）

A．﹣1 B．﹣2 C．2 D．1

16．当*a*﹣1≤*x*≤*a*时，函数*y*＝*x*2﹣2*x*+1的最小值为1，则*a*的值为（　　）

A．1 B．2 C．1或2 D．0或3

17．如表给出了二次函数*y*＝*x*2+2*x*﹣10中*x*，*y*的一些对应值，则可以估计一元二次方程*x*2+2*x*﹣10＝0的一个近似解为（　　）

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | … | 2.1 | 2.2 | 2.3 | 2.4 | 2.5 | … |
| *y* | … | ﹣1.39 | ﹣0.76 | ﹣0.11 | 0.56 | 1.25 | … |

A．2.2 B．2.3 C．2.4 D．2.5

18．已知抛物线*y*＝*a*（*x*﹣3）2+http://www.zxxk.com过点*C*（0，4），顶点为*M*，与*x*轴交于*A*、*B*两点．如图所示以*AB*为直径作圆，记作⊙*D*，下列结论：

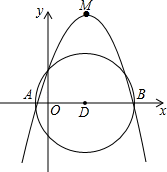
①抛物线的对称轴是直线*x*＝3；

②点*C*在⊙*D*外；

③在抛物线上存在一点*E*，能使四边形*ADEC*为平行四边形；

④直线*CM*与⊙*D*相切．

正确的结论是（　　）



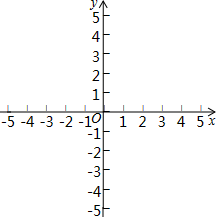
A．①③ B．①④ C．①③④ D．①②③④

三．解答题（共8小题，66分）

19．（6分）在平面直角坐标系*xOy*中，已知点*A*（0，2），*B*（2，2），抛物线*F*：*y*＝*x*2﹣2*mx*+*m*2﹣2．

（1）求抛物线*F*的顶点坐标（用含*m*的式子表示）；

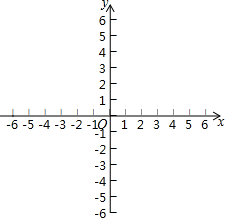
（2）当抛物线*F*与线段*AB*有公共点时，直接写出*m*的取值范围．



20．（6分）函数*y*＝*mx*2﹣2*mx*﹣3*m*是二次函数．

（1）如果该二次函数的图象与*y*轴的交点为（0，3），那么*m*＝　 　；

（2）在给定的坐标系中画出（1）中二次函数的图象．



21．（8分）阅读材料：我们学过一次函数的图象的平移，如：将一次函数*y*＝2*x*的图象沿*x*轴向右平移1个单位长度可得到函数*y*＝2（*x*﹣1）的图象，再沿*y*轴向上平移1个单位长度，得到函数*y*＝2（*x*﹣1）+1的图象；如果将一次函数*y*＝2*x*的图象沿*x*轴向左平移1个单位长度可得到函数*y*＝2（*x*+1）的图象，再沿*y*轴向下平移1个单位长度，得到函数*y*＝2（*x*+1）﹣1的图象；仿照上述平移的规律，解决下列问题：

（1）将一次函数*y*＝﹣2*x*的图象沿*x*轴向右平移3个单位长度，再沿*y*轴向上平移1个单位长度，得到函数的图象；

（2）将*y*＝*x*2的函数图象沿*y*轴向下平移3个单位长度，得到函数的图象，再沿*x*轴向左平移1个单位长度，得到函数的图象；

（3）函数*y*＝（*x*+2）2+2*x*+5的图象可由*y*＝*x*2+2*x*的图象经过怎样的平移变换得到？

22．（8分）问题：探究*y*＝http://www.zxxk.com*x*3﹣2*x*的图象与性质

操作：（1）请在横线上补充完整表格：

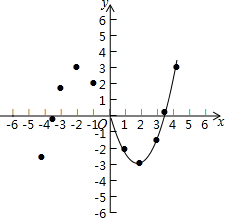
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | … | ﹣4 | ﹣3.5 | ﹣3 | ﹣2 | ﹣1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 3.5 | 4 | … |
| *y* | … | ﹣http://www.zxxk.com | ﹣http://www.zxxk.com | http://www.zxxk.com | http://www.zxxk.com | http://www.zxxk.com | 0 | ﹣http://www.zxxk.com | ﹣http://www.zxxk.com | ﹣http://www.zxxk.com | http://www.zxxk.com |  | … |

（2）请在图中根据剩余的点补全此函数的图象；

发现：写出该函数图象的一条性质　 　；

应用：（1）方程http://www.zxxk.com实数根的个数为　 　个．

（2）http://www.zxxk.com*x*的解集为　 　．

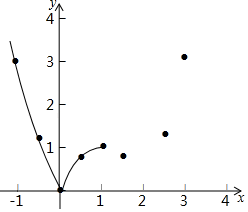


23．（8分）某班数学兴趣小组对函数*y*＝|*x*2﹣2*x*|的图象和性质进行了探究，探究过程如下，请补充完整：

（1）自变量*x*的取值范围取足全体实数，*x*与*y*的几组对应值列表如下：其中*m*＝　 　．

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | …… | ﹣1 | ﹣0.5 | 0 | 0.5 | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 | …… |
| *y* | …… | 3 | *m* | 0 | 0.75 | 1 | 0.75 | 0 | 1.25 | 3 | …… |

（2）根括上表数据，在如图所示的平面直角坐标系中描点，井画出了函数图象的一部分，请画出该函数图象的另一部分．



（3）观察函数图象，写出函数的一条性质　 　；

（4）进一步探究函数图象解决问题：

①方程|*x*2﹣2*x*|＝http://www.zxxk.com有　 　个实数根；

②在（2）问的平面直角坐标系中画出直线*y*＝﹣*x*+1，根据图象写出方程|*x*2﹣2*x*|＝﹣*x*+1的一个正数根约为　 　．（精确到0.1）

24．（10分）在平面直角坐标系*xOy*中，抛物线*y*＝*ax*2+*bx*+*c*（*a*＞0）经过点*A*（0，﹣3）和*B*（3，0）．

（1）求*c*的值及*a*、*b*满足的关系式；

（2）若抛物线在*A*、*B*两点间从左到右上升，求*a*的取值范围；

（3）结合函数图象判断，抛物线能否同时经过点*M*（﹣1+*m*，*n*）、*N*（4﹣*m*，*n*）？若能，写出一个符合要求的抛物线的表达式和*n*的值，若不能，请说明理由．

25．（10分）在平面直角坐标系中，如果一个点的纵坐标恰好是横坐标http://www.zxxk.com倍，

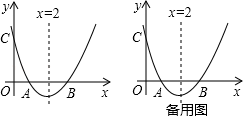
那么我们就把这个点定义为“萌点”．

（1）若点*A*、*B*、*C*、*D*的坐标分别为（﹣1，0）、（0，http://www.zxxk.com）、（1，0）、（0，http://www.zxxk.com），则四边形*ABCD*四条边上的“萌点”坐标是　 　．

（2）若一次函数*y*＝*kx*+2*k*﹣1的图象上有一个“萌点”的横坐标是﹣3，求*k*值；

（3）若二次函数*y*＝http://www.zxxk.com+*k*的图象上没有“萌点”，求*k*的取值范围．

26．（10分）如图，已知抛物线*y*＝*x*2+*bx*+*c*与*x*轴交于点*A*，*B*，*AB*＝2，与*y*轴交于点*C*，对称轴为直线*x*＝2．



（1）求抛物线的函数表达式；

（2）设*D*为抛物线的顶点，连接*DA*、*DB*，试判断△*ABD*的形状，并说明理由；

（3）设*P*为对称轴上一动点，要使*PC*﹣*PB*的值最大，求出*P*点的坐标．

参考答案

一．填空题（共8小题）

1．若*y*与*x*的函数http://www.zxxk.com+3*x*是二次函数，则*m*＝　﹣1　．

【分析】由二次函数的定义可知*m*2+1＝2，*m*﹣1≠0，从而可求得*m*的值．

【解答】解：∵http://www.zxxk.com+3*x*是二次函数，

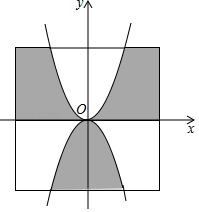
∴*m*2+1＝2，*m*﹣1≠0．

解得：*m*＝﹣1．

故答案为：﹣1．

【点评】本题主要考查的是二次函数的定义，掌握二次函数的定义是解题的关键．

2．如图，正方形的边长为4，以正方形中心为原点建立平面直角坐标系，作出函数*y*＝2*x*2与*y*＝﹣2*x*2的图象，则阴影部分的面积是　8　．



【分析】根据题意，观察图形可得图中的阴影部分的面积是图中正方形面积的一半，而正方形面积为16，由此可以求出阴影部分的面积．

【解答】解：∵函数*y*＝2*x*2与*y*＝﹣2*x*2的图象关于*x*轴对称，

∴图中的阴影部分的面积是图中正方形面积的一半，

而边长为4的正方形面积为16，

所以图中的阴影部分的面积是8．

故答案为8．

【点评】本题考查的是关于*x*轴对称的二次函数解析式的特点，解答此题的关键是根据函数解析式判断出两函数图象的特点，再根据正方形的面积即可解答．

3．若抛物线*y*＝﹣3*x*2+2*x*+*m*与*x*轴有两个公共点，则*m*的取值范围是　http://www.zxxk.com　．

【分析】根据抛物线*y*＝﹣3*x*2+2*x*+*m*与*x*轴有两个公共点，可知*b*2﹣4*ac*＞0，从而可以求得*m*的取值范围．

【解答】解：∵抛物线*y*＝﹣3*x*2+2*x*+*m*与*x*轴有两个公共点，

∴22﹣4×（﹣3）×*m*＞0，

解得，*m*＞﹣http://www.zxxk.com，

故答案为：*m*＞﹣http://www.zxxk.com．

【点评】本题考查二次函数图象与系数的关系、抛物线的交点，解答本题的关键是明确题意，利用二次函数的性质解答．

4．已知抛物线*y*＝*ax*2+*bx*+*c*经过*A*（0，2），*B*（4，2），对于任意*a*＞0，点*P*（*m*，*n*）均不在抛物线上．若*n*＞2，则*m*的取值范围是　0≤*m*≤4　．

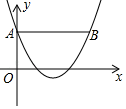
【分析】依照题意画出图形，由二次函数图象上点的坐标特征可得出当*n*＞2时*m*＜0或*m*＞4，再结合图形即可找出：当*n*＞2时，若点*P*（*m*，*n*）均不在抛物线上，则0≤*m*≤4，此题得解．

【解答】解：依照题意，画出图形，如图所示．

∵当*n*＞2时，*m*＜0或*m*＞4，

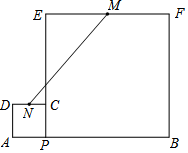
∴当*n*＞2时，若点*P*（*m*，*n*）均不在抛物线上，则0≤*m*≤4．

故答案为：0≤*m*≤4．



【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征，依照题意画出图形，利用数形结合解决问题是解题的关键．

5．如图，线段*AB*＝10，点*P*在线段*AB*上，在*AB*的同侧分别以*AP*、*BP*为边长作正方形*APCD*和*BPEF*，点*M*、*N*分别是*EF*、*CD*的中点，则*MN*的最小值是　5　．



【分析】设*MN*＝*y*，*PC*＝*x*，根据正方形的性质和勾股定理列出*y*2关于*x*的二次函数关系式，求二次函数的最值即可．

【解答】解：作*MG*⊥*DC*于*G*，如图所示：

设*MN*＝*y*，*PC*＝*x*，

根据题意得：*GN*＝5，*MG*＝|10﹣2*x*|，

在Rt△*MNG*中，由勾股定理得：*MN*2＝*MG*2+*GN*2，

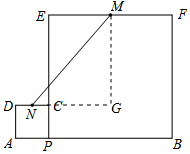
即*y*2＝52+（10﹣2*x*）2．

∵0＜*x*＜10，

∴当10﹣2*x*＝0，即*x*＝5时，*y*2最小值＝25，

∴*y*最小值＝5．即*MN*的最小值为5；

故答案为：5．



【点评】本题考查了正方形的性质、勾股定理、二次函数的最值．熟练掌握勾股定理和二次函数的最值是解决问题的关键．

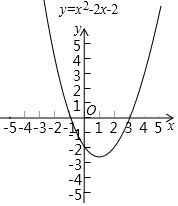
6．在实际问题中往往需要求得方程的近似解，这个时候，我们通常利用函数的图象来完成．如，求方程*x*2﹣2*x*﹣2＝0的实数根的近似解，观察函数*y*＝*x*2﹣2*x*﹣2的图象，发现，当自变量为2时，函数值小于0（点（2，﹣2）在*x*轴下方），当自变量为3时，函数值大于0（点（3，1）在*x*轴上方）．因为抛物线*y*＝*x*2﹣2*x*﹣2是一条连续不断的曲线，所以抛物线

*y*＝*x*2﹣2*x*﹣2在2＜*x*＜3这一段经过*x*轴，也就是说，当*x*取2、3之间的某个值时，函数值为0，即方程*x*2﹣2*x*﹣2＝0在2、3之间有根．

进一步，我们取2和3的平均数2.5，计算可知，对应的数值为﹣0.75，与自变量为3的函数值异号，所以这个根在2.5与3之间任意一个数作为近似解，该近似解与真实值的差都不会大于3﹣2.5＝0.5．

重复以上操作，随着操作次数增加，根的近似值越来越接近真实值．

用以上方法求得方程*x*2﹣2*x*﹣2＝0的小于0的解，并且使得所求的近似解与真实值的差不超过0.3，该近似解为　﹣0.75



【分析】观察函数*y*＝*x*2﹣2*x*﹣2的图象，发现，当自变量为0时，函数值小于0，当自变量为﹣1时，函数值大于0，求得﹣1和0的平均数﹣0.5，对应的数值为﹣0.75，与自变量为﹣1的函数值异号，再求﹣1和﹣0.5的平均数﹣0.75，对应的数值为0.0625，即可求得这个根在﹣0.75与﹣0.5之间任意一个数作为近似解，由﹣0.5﹣（﹣0.75）＝0.25＜0.3，即可求得近似值．

【解答】解：观察函数*y*＝*x*2﹣2*x*﹣2的图象，发现，当自变量为0时，函数值小于0，当自变量为﹣1时，函数值大于0，因为抛物线*y*＝*x*2﹣2*x*﹣2是一条连续不断的曲线，所以抛物线*y*＝*x*2﹣2*x*﹣2在﹣1＜*x*＜0这一段经过*x*轴，也就是说，当*x*取﹣1、0之间的某个值时，函数值为0，即方程*x*2﹣2*x*﹣2＝0在﹣1、0之间有根．

我们取﹣1和0的平均数﹣0.5，计算可知，对应的数值为﹣0.75，与自变量为﹣1的函数值异号，所以这个根在﹣1与﹣0.5之间，取﹣1和﹣0.5的平均数﹣0.75，计算可知，对应的数值为0.0625，与自变量为﹣0.5的函数值异号，所以这个根在﹣0.75与﹣0.5之间任意一个数作为近似解，该近似解与真实值的差都不会大于﹣0.5﹣（﹣0.75）＝0.25＜0.3，该近似解为﹣0.75，

故答案为﹣0.75．

【点评】本题考查的是根据图象求一元二次方程的解，读懂函数图象，从中获取正确的信息是解题的关键．

7．如图所示，已知二次函数*y*＝*ax*2+*bx*+*c*的图象与*x*轴交于*A*、*B*两点，与*y*轴交于点*C*，

对称轴为直线*x*＝1．直线*y*＝﹣*x*+*c*与抛物线*y*＝*ax*2+*bx*+*c*交于*C*、*D*两点，则下列结论：

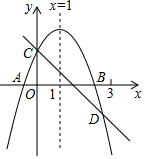
①*abc*＞0

②*a*﹣*b*+*c*＜0；

③2*a*+*b*+*c*＞0；

④*x*（*ax*+*b*）≤*a*+*b*；

其中正确的有　②③④



【分析】由已知对称轴*x*＝1，*b*＝﹣2*a*，由图可知*c*＞0，*a*＜0，①*abc*＜0；②当*x*＝﹣1时，*y*＜0，则有*a*﹣*b*+*c*＜0；③2*a*+*b*+*c*＝2*a*﹣2*a*+*c*＝*c*＞0；④当*x*＝1时，函数*y*有最大值*a*+*b*+*c*，所以*x*（*ax*+*b*）+*c*≤*a*+*b*+*c*，即*x*（*ax*+*b*）≤*a*+*b*；

【解答】解：∵对称轴*x*＝1，

∴*b*＝﹣2*a*，

由图可知*c*＞0，*a*＜0，

①*abc*＜0，不正确；

②当*x*＝﹣1时，*y*＜0，

∴*a*﹣*b*+*c*＜0；正确；

③2*a*+*b*+*c*＝2*a*﹣2*a*+*c*＝*c*＞0；正确；

④当*x*＝1时，函数*y*有最大值*a*+*b*+*c*，

∴*x*（*ax*+*b*）+*c*≤*a*+*b*+*c*，

∴*x*（*ax*+*b*）≤*a*+*b*；正确；

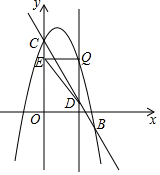
故答案为②③④；

【点评】本题考查二次函数的图象及性质；熟练掌握二次函数的图象及性质是解题的关键．

8．已知抛物线*y*＝*ax*2﹣2*ax*+*c*（*a*＜0）的图象过点*A*（3，*m*）．

（1）当*a*＝﹣1，*m*＝0时，求抛物线的顶点坐标　（1，4）　；

（2）如图，直线*l*：*y*＝*kx*+*c*（*k*＜0）交抛物线于*B*，*C*两点，点*Q*（*x*，*y*）是抛物线上点*B*，*C*之间的一个动点，作*QD*⊥*x*轴交直线*l*于点*D*，作*QE*⊥*y*轴于点*E*，连接*DE*．设∠*QED*＝β，当2≤*x*≤4时，β恰好满足30°≤β≤60°，*a*＝　﹣http://www.zxxk.com　．



【分析】（1）利用待定系数法求得抛物线解析式，然后利用配方法将抛物线解析式转化为顶点式，可以直接得到答案；

（2）将点*Q*（*x*，*y*）代入抛物线解析式得到：*y*＝*ax*2﹣2*ax*+*c*．结合一次函数解析式推知：*D*（*x*，*kx*+*c*）．则由两点间的距离公式知*QD*＝*ax*2﹣2*ax*+*c*﹣（*kx*+*c*）＝*ax*2﹣（2*a*+*k*）*x*．在Rt△*QED*中，由锐角三角函数的定义推知tanβ＝http://www.zxxk.com＝http://www.zxxk.com＝*ax*﹣2*a*﹣*k*．所以tanβ随着*x*的增大而减小．结合已知条件列出方程组http://www.zxxk.com，解该方程组即可求得*a*的值．

【解答】解：（1）当*a*＝﹣1，*m*＝0时，*y*＝﹣*x*2+2*x*+*c*，*A*点的坐标为（3，0），

∴﹣9+6+*c*＝0．

解得 *c*＝3．

∴抛物线的表达式为*y*＝﹣*x*2+2*x*+3．

即*y*＝﹣（*x*﹣1）2+4．

∴抛物线的顶点坐标为（1，4），

故答案为：（1，4）．

（2）∵点*Q*（*x*，*y*）在抛物线上，

∴*y*＝*ax*2﹣2*ax*+*c*．

又∵*QD*⊥*x*轴交直线 *l*：*y*＝*kx*+*c*（*k*＜0）于点*D*，

∴*D*点的坐标为（*x*，*kx*+*c*）．

又∵点*Q*是抛物线上点*B*，*C*之间的一个动点，

∴*QD*＝*ax*2﹣2*ax*+*c*﹣（*kx*+*c*）＝*ax*2﹣（2*a*+*k*）*x*．

∵*QE*＝*x*，

∴在Rt△*QED*中，tanβ＝http://www.zxxk.com＝http://www.zxxk.com＝*ax*﹣2*a*﹣*k*．

∴tanβ是关于*x*的一次函数，

∵*a*＜0，

∴tanβ随着*x*的增大而减小．

又∵当2≤*x*≤4时，β恰好满足30°≤β≤60°，且tanβ随着β的增大而增大，

∴当*x*＝2时，β＝60°；当*x*＝4时，β＝30°．

∴http://www.zxxk.com，

解得 http://www.zxxk.com，

故答案为：﹣http://www.zxxk.com．

【点评】考查了二次函数综合题，涉及了待定系数法求二次函数解析式，二次函数图象的性质，二次函数解析式的三种性质，一次函数的性质，锐角三角函数的定义等知识点，综合性较强，难度较大．

二．选择题（共10小题）

9．下列函数关系中，是二次函数的是（　　）

A．在弹性限度内，弹簧的长度*y*与所挂物体质量*x*之间的关系

B．当距离一定时，火车行驶的时间*t*与速度*v*之间的关系

C．等边三角形的周长*C*与边长*a*之间的关系

D．半圆面积*S*与半径*R*之间的关系

【分析】根据二次函数的定义，分别列出关系式，进行选择即可．

【解答】解：*A*、*y*＝*kx*+*b*，是一次函数，错误；

*B*、*t*＝http://www.zxxk.com，是反比例函数，错误；

*C*、*C*＝3*a*，是正比例函数，错误；

*D*、*S*＝http://www.zxxk.com．是二次函数，正确；

故选：*D*．

【点评】本题主要考查的是二次函数定义，根据题意列出函数关系式是解题的关键．

10．抛物线*y*＝2*x*2﹣4*x*+*c*经过点（2，﹣3），则*c*的值为（　　）

A．﹣1 B．2 C．﹣3 D．﹣2

【分析】将经过的点的坐标代入抛物线求解即可．

【解答】解：∵抛物线*y*＝2*x*2﹣4*x*+*c*经过点（2，﹣3），

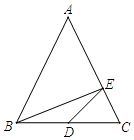
∴2×22﹣4×2+*c*＝﹣3，

解得*c*＝﹣3，

故选：*C*．

【点评】本题考查了待定系数法求二次函数解析式，二次函数图象上点的坐标适合解析式是解题的关键．

11．如图，在△*ABC*中，*AB*＝*AC*，*BC*＝6，*E*为*AC*边上的点且*AE*＝2*EC*，点*D*在*BC*边上且满足*BD*＝*DE*，设*BD*＝*y*，*S*△*ABC*＝*x*，则*y*与*x*的函数关系式为（　　）

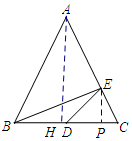


A．*y*＝http://www.zxxk.com*x*2+http://www.zxxk.com B．*y*＝http://www.zxxk.com*x*2+http://www.zxxk.com

C．*y*＝http://www.zxxk.com*x*2+2 D．*y*＝http://www.zxxk.com*x*2+2

【分析】过*A*作*AH*⊥*BC*，过*E*作*EP*⊥*BC*，则*AH*∥*EP*，由此得出关于*x*和*y*的方程，即可得出关系式．

【解答】解：过*A*作*AH*⊥*BC*，过*E*作*EP*⊥*BC*，则*AH*∥*EP*，



∴*HC*＝3，*PC*＝1，*BP*＝5，*PE*＝http://www.zxxk.com*AH*，

∵*BD*＝*DE*＝*y*，

∴在Rt△*EDP*中，*y*2＝（5﹣*y*）2+*PE*2，

∵*x*＝6*AH*÷2＝3*AH*，

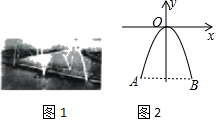
∴*y*2＝（5﹣*y*）2+http://www.zxxk.com，

∴*y*＝http://www.zxxk.com*x*2+http://www.zxxk.com，

故选：*A*．

【点评】此题主要考查了根据实际问题列二次函数关系式的知识，关键是根据等腰三角形的性质进行分析，难度适中．

12．北中环桥是省城太原的一座跨汾河大桥（如图1），它由五个高度不同，跨径也不同的抛物线型钢拱通过吊桥，拉索与主梁相连，最高的钢拱如图2所示，此钢拱（近似看成二次函数的图象﹣抛物线）在同一竖直平面内，与拱脚所在的水平面相交于*A*，*B*两点．拱高为78米（即最高点*O*到*AB*的距离为78米），跨径为90米（即*AB*＝90米），以最高点*O*为坐标原点，以平行于*AB*的直线为*x*轴建立平面直角坐标系，则此抛物线钢拱的函数表达式为（　　）



A．*y*＝http://www.zxxk.com*x*2 B．*y*＝﹣http://www.zxxk.com*x*2

C．*y*＝http://www.zxxk.com*x*2 D．*y*＝﹣http://www.zxxk.com*x*2

【分析】直接利用图象假设出抛物线解析式，进而得出答案．

【解答】解：设抛物线的解析式为：*y*＝*ax*2，

将*B*（45，﹣78）代入得：﹣78＝*a*×452，

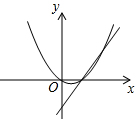
解得：*a*＝﹣http://www.zxxk.com，

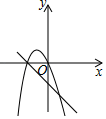
故此抛物线钢拱的函数表达式为：*y*＝﹣http://www.zxxk.com*x*2．

故选：*B*．

【点评】此题主要考查了根据实际问题列二次函数解析式，正确假设出抛物线解析式是解题关键．

13．已知*a*，*b*是非零实数，|*a*|＞|*b*|，在同一平面直角坐标系中，二次函数*y*1＝*ax*2+*bx*与一次函数*y*2＝*ax*+*b*的大致图象不可能是（　　）

A． B．

C． D．

【分析】根据二次函数*y*＝*ax*2+*bx*与一次函数*y*＝*ax*+*b*（*a*≠0）可以求得它们的交点坐标，然后根据一次函数的性质和二次函数的性质，由函数图象可以判断*a*、*b*的正负情况，从而可以解答本题．

【解答】解：http://www.zxxk.com解得http://www.zxxk.com或http://www.zxxk.com．

故二次函数*y*＝*ax*2+*bx*与一次函数*y*＝*ax*+*b*（*a*≠0）在同一平面直角坐标系中的交点在*x*轴上为（﹣http://www.zxxk.com，0）或点（1，*a*+*b*）．

在*A*中，由一次函数图象可知*a*＞0，*b*＞0，二次函数图象可知，*a*＞0，*b*＞0，﹣http://www.zxxk.com＜0，*a*+*b*＞0，故选项*A*错误；

在*B*中，由一次函数图象可知*a*＞0，*b*＜0，二次函数图象可知，*a*＞0，*b*＜0，由|*a*|＞|*b*|，则*a*+*b*＞0，故选项*B*错误；

在*C*中，由一次函数图象可知*a*＜0，*b*＜0，二次函数图象可知，*a*＜0，*b*＜0，*a*+*b*＜0，故选项*C*错误；

在*D*中，由一次函数图象可知*a*＜0，*b*＞0，二次函数图象可知，*a*＜0，*b*＞0，由|*a*|＞|*b*|，则*a*+*b*＜0，故选项*D*正确；

故选：*D*．

【点评】本题考查二次函数的图象、一次函数的图象，解题的关键是明确二次函数与一次函数图象的特点．

14．已知当*x*≥1时，关于*x*的二次函数*y*＝*x*2+2*kx*+1的函数值*y*随*x*的增大而增大，则*k*的取值范围为（　　）

A．*k*＝﹣1 B．*k*≥﹣1 C．*k*≤﹣1 D．*k*≤1

【分析】利用二次函数的性质得到抛物线的对称轴为：*x*＝﹣*k*，则当*x*≥﹣*k*时，函数值*y*随*x*的增大而增大，再根据“当*x*≥1时，关于*x*的二次函数*y*＝*x*2+2*kx*+1的函数值*y*随*x*的增大而增大”，得到关于*k*的不等式，解之即可．

【解答】解：抛物线的对称轴为：*x*＝﹣http://www.zxxk.com＝﹣*k*，

∵抛物线开口向上，

∴*x*≥﹣*k*时，函数值*y*随*x*的增大而增大，

又∵当*x*≥1时，关于*x*的二次函数*y*＝*x*2+2*kx*+1的函数值*y*随*x*的增大而增大，

∴﹣*k*≤1，

解得：*k*≥﹣1，

故选：*B*．

【点评】本题考查了二次函数图象与系数的关系，熟练掌握二次函数的图象和性质是解题的关键．

15．已知二次函数*y*＝4*x*2+4*x*﹣1，当自变量*x*取两个不同的值*x*1，*x*2时，函数值相等，则当*x*取http://www.zxxk.com时的函数值为（　　）

A．﹣1 B．﹣2 C．2 D．1

【分析】先求出抛物线的对称轴，根据抛物线的对称性得到*x*2﹣（﹣http://www.zxxk.com）＝﹣http://www.zxxk.com﹣*x*1，所以http://www.zxxk.com＝﹣http://www.zxxk.com，然后计算当*x*＝﹣http://www.zxxk.com时的函数值即可．

【解答】解：∵抛物线的对称轴为直线*x*＝﹣http://www.zxxk.com＝﹣http://www.zxxk.com，

而自变量*x*取两个不同的值*x*1，*x*2时，函数值相等，

∴*x*2﹣（﹣http://www.zxxk.com）＝﹣http://www.zxxk.com﹣*x*1，

∴*x*1+*x*2＝﹣1，

∴*x*＝http://www.zxxk.com＝﹣http://www.zxxk.com，

当*x*＝﹣http://www.zxxk.com时，*y*＝4×（﹣http://www.zxxk.com）2+4×（﹣http://www.zxxk.com）﹣1＝﹣2．

故选：*B*．

【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征：二次函数图象上点的坐标满足其解析式．也考查了二次函数的性质．

16．当*a*﹣1≤*x*≤*a*时，函数*y*＝*x*2﹣2*x*+1的最小值为1，则*a*的值为（　　）

A．1 B．2 C．1或2 D．0或3

【分析】利用二次函数图象上点的坐标特征找出当*y*＝1时*x*的值，结合当*a*﹣1≤*x*≤*a*时函数有最小值1，即可得出关于*a*的一元一次方程，解之即可得出结论

【解答】解：当*y*＝1时，有*x*2﹣2*x*+1＝1，

解得：*x*1＝0，*x*2＝2．

∵当*a*﹣1≤*x*≤*a*时，函数有最小值1，

∴*a*﹣1＝2或*a*＝0，

∴*a*＝3或*a*＝0，

故选：*D*．

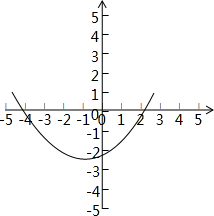
【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征以及二次函数的最值，利用二次函数图象上点的坐标特征找出当*y*＝1时*x*的值是解题的关键．

17．如表给出了二次函数*y*＝*x*2+2*x*﹣10中*x*，*y*的一些对应值，则可以估计一元二次方程*x*2+2*x*﹣10＝0的一个近似解为（　　）

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | … | 2.1 | 2.2 | 2.3 | 2.4 | 2.5 | … |
| *y* | … | ﹣1.39 | ﹣0.76 | ﹣0.11 | 0.56 | 1.25 | … |

A．2.2 B．2.3 C．2.4 D．2.5

【分析】根据函数值，可得一元二次方程的近似根．

【解答】解：如图：

*x*＝2.3，*y*＝﹣0.11，*x*＝2.4，*y*＝0.56，*x*2+2*x*﹣10＝0的一个近似根是2.32．

故选：*B*．

【点评】本题考查了图象法求一元二次方程的近似根，图象与*x*轴的交点的横坐标就是一元二次方程的解．

18．已知抛物线*y*＝*a*（*x*﹣3）2+http://www.zxxk.com过点*C*（0，4），顶点为*M*，与*x*轴交于*A*、*B*两点．如图所示以*AB*为直径作圆，记作⊙*D*，下列结论：

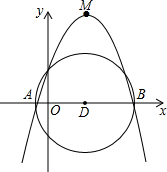
①抛物线的对称轴是直线*x*＝3；

②点*C*在⊙*D*外；

③在抛物线上存在一点*E*，能使四边形*ADEC*为平行四边形；

④直线*CM*与⊙*D*相切．

正确的结论是（　　）



A．①③ B．①④ C．①③④ D．①②③④

【分析】①根据抛物线的解析式即可判定；

②求得*AD*、*CD*的长进行比较即可判定，

③过点*C*作*CE*∥*AB*，交抛物线于*E*，如果*CE*＝*AD*，则根据一组等边平行且相等的四边形是平行四边形即可判定；

④求得直线*CM*、直线*CD*的解析式通过它们的斜率进行判定；

【解答】解：由抛物线*y*＝*a*（*x*﹣3）2+http://www.zxxk.com可知：抛物线的对称轴*x*＝3，故①正确；

∵抛物线*y*＝*a*（*x*﹣3）2+http://www.zxxk.com过点*C*（0，4），

∴4＝9*a*+http://www.zxxk.com，解得：*a*＝﹣http://www.zxxk.com，

∴抛物线的解析式为*y*＝﹣http://www.zxxk.com（*x*﹣3）2+http://www.zxxk.com，

令*y*＝0，则﹣http://www.zxxk.com（*x*﹣3）2+http://www.zxxk.com＝0，解得：*x*＝8或*x*＝﹣2，

∴*A*（﹣2，0），*B*（8，0）；

∴*AB*＝10，

∴*AD*＝5，

∴*OD*＝3

∵*C*（0，4），

∴*CD*＝http://www.zxxk.com＝5，

∴*CD*＝*AD*，

∴点*C*在圆上，故②错误；

过点*C*作*CE*∥*AB*，交抛物线于*E*，

∵*C*（0，4），

代入*y*＝﹣http://www.zxxk.com（*x*﹣3）2+http://www.zxxk.com得：4＝﹣http://www.zxxk.com（*x*﹣3）2+http://www.zxxk.com，

解得：*x*＝0，或*x*＝6，

∴*CE*＝6，

∴*AD*≠*CE*，

∴四边形*ADEC*不是平行四边形，故③错误；

由抛物线*y*＝*a*（*x*﹣3）2+http://www.zxxk.com可知：*M*（3，http://www.zxxk.com），

∵*C*（0，4），

∴直线*CM*为*y*＝http://www.zxxk.com*x*+4，直线*CD*为：*y*＝﹣http://www.zxxk.com*x*+4，

∴*CM*⊥*CD*，

∵*CD*＝*AD*＝5，

∴直线*CM*与⊙*D*相切，故④正确；

故选：*B*．

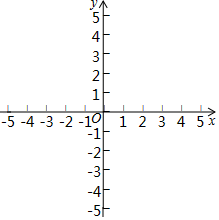
【点评】本题考查了抛物线的顶点坐标的求法和对称轴，平行四边形的判定，点是在圆上还是在圆外的判定，切线的判定等．

三．解答题（共8小题）

19．在平面直角坐标系*xOy*中，已知点*A*（0，2），*B*（2，2），抛物线*F*：*y*＝*x*2﹣2*mx*+*m*2﹣2．

（1）求抛物线*F*的顶点坐标（用含*m*的式子表示）；

（2）当抛物线*F*与线段*AB*有公共点时，直接写出*m*的取值范围．



【分析】（1）由函数解析式*y*＝*x*2﹣2*mx*+*m*2﹣2，可求顶点坐标为（*m*，﹣2）；

（2）当*m*≤0时，令*x*＝0，则*m*2﹣2≤2；当0＜*m*＜2时，*m*2﹣2＞2或*m*2﹣4*m*+2＞2；当*m*≥2时，令*x*＝2，则*m*2﹣4*m*+2≤2；

【解答】解：（1）由函数解析式*y*＝*x*2﹣2*mx*+*m*2﹣2＝（*x*﹣*m*）2﹣2，

∴顶点坐标为（*m*，﹣2）；

（2）如图，当*m*≤0时，抛物线*F*与线段*AB*有公共点时，

令*x*＝0，则*m*2﹣2≤2，

∴﹣2≤*m*≤2，

∴﹣2≤*m*≤0；

当0＜*m*＜2时，抛物线*F*与线段*AB*有公共点时，

*m*2﹣2＞2或*m*2﹣4*m*+2＞2，

∴*m*＞2或*m*＜﹣2或*m*＞4或*m*＜0，

∴*m*不存在；

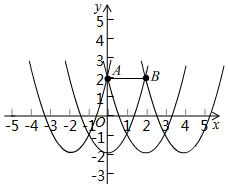
当*m*≥2时，抛物线*F*与线段*AB*有公共点时，

令*x*＝2，则*m*2﹣4*m*+2≤2，

∴0≤*m*≤4，

∴2≤*m*≤4；

综上所述：﹣2≤*m*≤0，2≤*m*≤4；

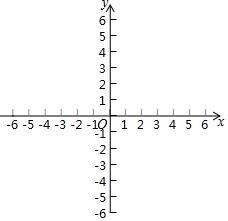


【点评】本题考查二次函数图象及性质；分情况讨论函数图象与线段的交点的存在，并将问题转化为不等式求解是关键．

20．函数*y*＝*mx*2﹣2*mx*﹣3*m*是二次函数．

（1）如果该二次函数的图象与*y*轴的交点为（0，3），那么*m*＝　﹣1　；

（2）在给定的坐标系中画出（1）中二次函数的图象．



【分析】（1）由抛物线与*y*轴交于（0，3），将*x*＝0，*y*＝3代入抛物线解析式，即可求出*m*的值；

（2）由（1）求得解析式，配方后找出顶点坐标，根据确定出的解析式列出相应的表格，由表格得出7个点的坐标，在平面直角坐标系中描出7个点，然后用平滑的曲线作出抛物线的图象．

【解答】解：（1）∵该函数的图象与*y*轴交于点（0，3），

∴把*x*＝0，*y*＝3代入解析式得：﹣3*m*＝3，

解得*m*＝﹣1，

故答案为﹣1；

（2）由（1）可知函数的解析式为*y*＝﹣*x*2+2*x*+3，

∵*y*＝﹣*x*2+2*x*+3＝﹣（*x*﹣1）2+4，

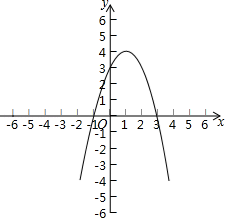
∴顶点坐标为（1，4）；

列表如下：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | ﹣2 | ﹣1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| *y* | ﹣5 | 0 | 3 | 4 | 3 | 0 | ﹣5 |

描点；

画图如下：



【点评】此题考查了待定系数法确定函数解析式，函数图象的画法，以及二次函数的图象上点的坐标特征．

21．阅读材料：我们学过一次函数的图象的平移，如：将一次函数*y*＝2*x*的图象沿*x*轴向右平移1个单位长度可得到函数*y*＝2（*x*﹣1）的图象，再沿*y*轴向上平移1个单位长度，得到函数*y*＝2（*x*﹣1）+1的图象；如果将一次函数*y*＝2*x*的图象沿*x*轴向左平移1个单位长度可得到函数*y*＝2（*x*+1）的图象，再沿*y*轴向下平移1个单位长度，得到函数*y*＝2（*x*+1）﹣1的图象；仿照上述平移的规律，解决下列问题：

（1）将一次函数*y*＝﹣2*x*的图象沿*x*轴向右平移3个单位长度，再沿*y*轴向上平移1个单位长度，得到函数的图象；

（2）将*y*＝*x*2的函数图象沿*y*轴向下平移3个单位长度，得到函数的图象，再沿*x*轴向左平移1个单位长度，得到函数的图象；

（3）函数*y*＝（*x*+2）2+2*x*+5的图象可由*y*＝*x*2+2*x*的图象经过怎样的平移变换得到？

【分析】（1）由于把直线平移*k*值不变，利用“左加右减，上加下减”的规律即可求解；

（2）由于把抛物线平移*k*值不变，利用“左减右加，上加下减”的规律即可求解；

（3）利用平移规律写出函数解析式即可．

【解答】解：（1）将一次函数*y*＝﹣2*x*的图象沿*x*轴向右平移3个单位长度，再沿*y*轴向上平移1个单位长度后，得到一次函数解析式为：*y*＝﹣2（*x*﹣3）+1；

（2）∵*y*＝*x*2的函数图象沿*y*轴向下平移3个单位长度，

∴得到函数*y*＝*x*2﹣3，

再沿*x*轴向左平移1个单位长度，

得到函数*y*＝（*x*+1）2﹣3；

（3）函数*y*＝*x*2+2*x*的图象向左平移两个单位得到：*y*＝（*x*+2）2+2（*x*+2），

然后将其向上平移一个单位得到：*y*＝（*x*+2）2+2（*x*+2）+1＝（*x*+2）2+2*x*+5．

【点评】本题考查图形的平移变换和函数解析式之间的关系．在平面直角坐标系中，图形的平移与图形上某点的平移相同．平移中点的变化规律是：横坐标右移加，左移减；纵坐标上移加，下移减．平移后解析式有这样一个规律“左加右减，上加下减”．关键是要搞清楚平移前后的解析式有什么关系．

22．问题：探究*y*＝http://www.zxxk.com*x*3﹣2*x*的图象与性质

操作：（1）请在横线上补充完整表格：

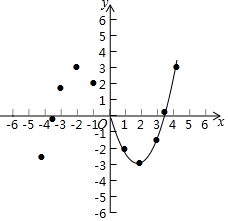
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | … | ﹣4 | ﹣3.5 | ﹣3 | ﹣2 | ﹣1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 3.5 | 4 | … |
| *y* | … | ﹣http://www.zxxk.com | ﹣http://www.zxxk.com | http://www.zxxk.com | http://www.zxxk.com | http://www.zxxk.com | 0 | ﹣http://www.zxxk.com | ﹣http://www.zxxk.com | ﹣http://www.zxxk.com | http://www.zxxk.com | http://www.zxxk.com | … |

（2）请在图中根据剩余的点补全此函数的图象；

发现：写出该函数图象的一条性质　当*x*＜﹣2时，*y*随*x*的增大而增大　；

应用：（1）方程http://www.zxxk.com实数根的个数为　3　个．

（2）http://www.zxxk.com*x*的解集为　﹣http://www.zxxk.com＜*x*＜0或*x*＞http://www.zxxk.com　．



【分析】操作：（1）把*x*＝4代入函数解析式即可得到结论；

（2）由题意补全函数图象即可；

发现：根据函数图象得到函数的性质即可；

应用：（1）作出直线*y*＝http://www.zxxk.com*x*的图象，根据*y*＝http://www.zxxk.com*x*3﹣2*x*的图象和直线*y*＝http://www.zxxk.com*x*的交点个数即可得到结论；

（2）根据函数图象即可得到结论．

【解答】解：操作：（1）当*x*＝4时，函数*y*＝http://www.zxxk.com*x*3﹣2*x*＝http://www.zxxk.com×64﹣2×4＝http://www.zxxk.com；

故答案为：http://www.zxxk.com；

（2）补全函数图象如图所示，

发现：根据图象得，当*x*＜﹣2时，*y*随*x*的增大而增大；

故答案为：当*x*＜﹣2时，*y*随*x*的增大而增大；

应用：（1）作出直线*y*＝http://www.zxxk.com*x*的图象，

由图象知，函数*y*＝http://www.zxxk.com*x*3﹣2*x*的图象和直线*y*＝http://www.zxxk.com*x*有三个交点，

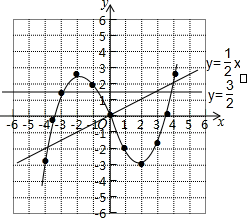
∴方程http://www.zxxk.com实数根的个数为3，

故答案为：3；

（2）根据图象得，当﹣http://www.zxxk.com＜*x*＜0或*x*＞http://www.zxxk.com时，http://www.zxxk.com*x*，

∴http://www.zxxk.com*x*的解集为﹣http://www.zxxk.com＜*x*＜0或*x*＞http://www.zxxk.com，

故答案为：﹣http://www.zxxk.com＜*x*＜0或*x*＞http://www.zxxk.com．



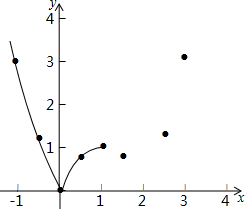
【点评】本题考查了二次函数的图象，函数自变量的取值范围，二次函数的性质，正确的画出函数的图形是解题的关键．

23．某班数学兴趣小组对函数*y*＝|*x*2﹣2*x*|的图象和性质进行了探究，探究过程如下，请补充完整：

（1）自变量*x*的取值范围取足全体实数，*x*与*y*的几组对应值列表如下：其中*m*＝　0.75　．

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | …… | ﹣1 | ﹣0.5 | 0 | 0.5 | 1 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 | …… |
| *y* | …… | 3 | *m* | 0 | 0.75 | 1 | 0.75 | 0 | 1.25 | 3 | …… |

（2）根括上表数据，在如图所示的平面直角坐标系中描点，井画出了函数图象的一部分，请画出该函数图象的另一部分．



（3）观察函数图象，写出函数的一条性质　当*x*＜0时，*y*随*x*的增大而减小　；

（4）进一步探究函数图象解决问题：

①方程|*x*2﹣2*x*|＝http://www.zxxk.com有　2　个实数根；

②在（2）问的平面直角坐标系中画出直线*y*＝﹣*x*+1，根据图象写出方程|*x*2﹣2*x*|＝﹣*x*+1的一个正数根约为　0.5　．（精确到0.1）

【分析】（1）把*x*＝0.5代入函数解析式即可得*m*的值；

（2）描点、连线即可得到函数的图象；

（3）观察函数图象，得到函数*y*＝|*x*2﹣2*x*|的图象当*x*＜0时，*y*随*x*的增大而减小；

（4）①根据函数图象与直线*y*＝http://www.zxxk.com交点个数即可得到结论；

②画出直线*y*＝﹣*x*+1，根据题意和表格即可求得．

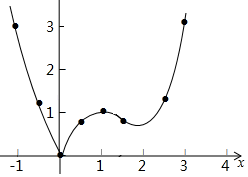
【解答】解：（1）把*x*＝﹣0.5代入*y*＝|*x*2﹣2*x*|，

得*y*＝|0.52﹣2×0.5|＝0.75，

即*m*＝0.75，

故答案为：0.75；

（2）如图所示；

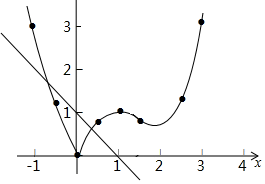


（3）由函数图象知：当*x*＜0时，*y*随*x*的增大而减小；

（4）①由函数图象知：函数图象与*x*＝http://www.zxxk.com有2个交点，所以对应的方程|*x*2﹣2*x*|＝http://www.zxxk.com 2个实数根．

故答案为2；

②如图，



由图象和表格可知方程|*x*2﹣2*x*|＝﹣*x*+1的一个正数根约为0.5，

故答案为0.5．

【点评】本题考查了抛物线与*x*轴的交点以及二次函数的性质，根据题意画出图形，利用数形结合解决问题是解题的关键．

24．在平面直角坐标系*xOy*中，抛物线*y*＝*ax*2+*bx*+*c*（*a*＞0）经过点*A*（0，﹣3）和*B*（3，0）．

（1）求*c*的值及*a*、*b*满足的关系式；

（2）若抛物线在*A*、*B*两点间从左到右上升，求*a*的取值范围；

（3）结合函数图象判断，抛物线能否同时经过点*M*（﹣1+*m*，*n*）、*N*（4﹣*m*，*n*）？若能，写出一个符合要求的抛物线的表达式和*n*的值，若不能，请说明理由．

【分析】（1）直接将*AB*两点代入解析式可求*C*，以及*ab*之间的关系式．

（2）根据抛物线的性质可知，当*a*＞0时，抛物线对称轴右边的*y*随*x*增大而增大，结合抛物线对称轴*x*＝http://www.zxxk.com和*AB*两点位置列出不等式即可求解．，

（3）用反证法，先假设抛物线能同时经过点*M*（﹣1+*m*，*n*）、*N*（4﹣*m*，*n*）得出抛物线对称轴是*x*＝http://www.zxxk.com，由抛物线对称性质可知，经过*A*点（0，﹣3）也必经过（3，﹣3）这样与已知*B*（3，0）在抛物线上矛盾，从而命题得到证明．

【解答】解：（1）∵抛物线*y*＝*ax*2+*bx*+*c*（*a*＞0）经过点*A*（0，﹣3）和*B*（3，0）．

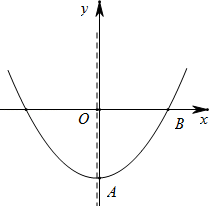
∴http://www.zxxk.com，

∴*c*＝﹣3，3*a*+*b*﹣1＝0．

（2）由1可得：*y*＝*ax*2+（1﹣3*a*）*x*﹣3，

对称轴为*x*＝http://www.zxxk.com，

∵抛物线在*A*、*B*两点间从左到右上升，当*a*＞0时，对称轴在*A*点左侧，如图：



即：http://www.zxxk.com≤0，解得：http://www.zxxk.com，

∴0＜*a*≤http://www.zxxk.com．*A*、*B*两点间从左到右上升，

∴当0＜*a*≤http://www.zxxk.com时，抛物线在*A*、*B*两点间从左到右上升，

（3）抛物线不能同时经过点*M*（﹣1+*m*，*n*）、*N*（4﹣*m*，*n*）．

理由如下：

若抛物线同时经过点*M*（﹣1+*m*，*n*）、*N*（4﹣*m*，*n*）．则对称轴为：http://www.zxxk.com，

由抛物线经过*A*点可知抛物线经过（3，﹣3），与抛物线进过*B*（3，0）相矛盾，

故：抛物线不能同时经过点*M*（﹣1+*m*，*n*）、*N*（4﹣*m*，*n*）

【点评】主要考查图象与二次函数系数之间的关系，灵活利用抛物线对称轴的公式是解题的关键．

25．在平面直角坐标系中，如果一个点的纵坐标恰好是横坐标http://www.zxxk.com倍，

那么我们就把这个点定义为“萌点”．

（1）若点*A*、*B*、*C*、*D*的坐标分别为（﹣1，0）、（0，http://www.zxxk.com）、（1，0）、（0，http://www.zxxk.com），则四边形*ABCD*四条边上的“萌点”坐标是　（﹣http://www.zxxk.com，﹣http://www.zxxk.comhttp://www.zxxk.com）和（http://www.zxxk.com，http://www.zxxk.comhttp://www.zxxk.com）．　．

（2）若一次函数*y*＝*kx*+2*k*﹣1的图象上有一个“萌点”的横坐标是﹣3，求*k*值；

（3）若二次函数*y*＝http://www.zxxk.com+*k*的图象上没有“萌点”，求*k*的取值范围．

【分析】（1）分别求出四边形*ABCD*四条边的直线解析式，设（*m*，http://www.zxxk.com*m*）是“萌点”，分别在四条直线上求出满足条件的*m*；

（2）“萌点”是（﹣3，﹣3http://www.zxxk.com），代入*y*＝*kx*+2*k*﹣1，即可求出*k*的值；

（3）设点（*n*，http://www.zxxk.com*n*）是二次函数*y*＝http://www.zxxk.com+*k*的图象上任意一点，∵（*n*，http://www.zxxk.com*n*）满足萌点条件，因此它不是二次函数上的点，利用△＜0确定*k*的取值范围．

【解答】解：（1）设*yAB*＝*k*1*x*+*b*1，

将点（﹣1，0）、（0，http://www.zxxk.com）代入，

得到*yAB*＝http://www.zxxk.com*x*http://www.zxxk.com，

设*yCB*＝*k*2*x*+*b*2，

将点（0，http://www.zxxk.com）、（1，0）代入，

得到*yCB*＝http://www.zxxk.com*x*http://www.zxxk.com，

设*yCD*＝*k*3*x*+*b*3，

将点（1，0）、（0，http://www.zxxk.com）代入，

得到*yCD*＝http://www.zxxk.com*x*+http://www.zxxk.com，

设*yAD*＝*k*4*x*+*b*4，

将点（﹣1，0）（0，http://www.zxxk.com）代入，

*yAD*＝http://www.zxxk.com*x*+http://www.zxxk.com，

∵点的纵坐标恰好是横坐标http://www.zxxk.com倍是“萌点”，

∴设点（*m*，http://www.zxxk.com*m*）是“萌点”，

①点（*m*，http://www.zxxk.com*m*）在*yAB*＝http://www.zxxk.com*x*http://www.zxxk.com上，*m*＝﹣http://www.zxxk.com，

②点（*m*，http://www.zxxk.com*m*）在*yCB*＝http://www.zxxk.com*x*http://www.zxxk.com上，*m*不存在，

③点（*m*，http://www.zxxk.com*m*）在*yCD*＝http://www.zxxk.com*x*+http://www.zxxk.com上，*m*＝http://www.zxxk.com，

④点（*m*，http://www.zxxk.com*m*）在*yAD*＝http://www.zxxk.com*x*+http://www.zxxk.com上，*m*不存在，

综上，四边形*ABCD*四条边上的“萌点”坐标是（﹣http://www.zxxk.com，﹣http://www.zxxk.comhttp://www.zxxk.com）和（http://www.zxxk.com，http://www.zxxk.comhttp://www.zxxk.com）．

故答案是（﹣http://www.zxxk.com，﹣http://www.zxxk.comhttp://www.zxxk.com）和（http://www.zxxk.com，http://www.zxxk.comhttp://www.zxxk.com）．

（2）∵一次函数*y*＝*kx*+2*k*﹣1的图象上有一个“萌点”的横坐标是﹣3，

∴该“萌点”是（﹣3，﹣3http://www.zxxk.com），

∴﹣3http://www.zxxk.com＝﹣3*k*+2*k*﹣1，

∴*k*＝3http://www.zxxk.com﹣1，

（3）设点（*n*，http://www.zxxk.com*n*）是二次函数*y*＝http://www.zxxk.com+*k*的图象上任意一点，

∴http://www.zxxk.com*n*＝http://www.zxxk.com+*k*，

∴http://www.zxxk.com﹣http://www.zxxk.com*n*+*k*＝0，

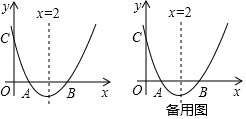
∵点（*n*，http://www.zxxk.com*n*）不是二次函数*y*＝http://www.zxxk.com+*k*的“萌点”，

∴△＝（http://www.zxxk.com）2﹣4×http://www.zxxk.com*k*＜0，

∴*k*＞http://www.zxxk.com．

【点评】考查知识点：一次函数表达式求法，一次函数上点的特点；二次函数上点的特点，利用判别式判断点的存在性．准确理解题中给的概念，正确运用点与函数的关系是解题的关键．

26．如图，已知抛物线*y*＝*x*2+*bx*+*c*与*x*轴交于点*A*，*B*，*AB*＝2，与*y*轴交于点*C*，对称轴为直线*x*＝2．



（1）求抛物线的函数表达式；

（2）设*D*为抛物线的顶点，连接*DA*、*DB*，试判断△*ABD*的形状，并说明理由；

（3）设*P*为对称轴上一动点，要使*PC*﹣*PB*的值最大，求出*P*点的坐标．

【分析】（1）根据抛物线对称轴的定义易求*A*（1，0），*B*（3，0）．所以1、3是关于*x*的一元二次方程*x*2+*bx*+*c*＝0的两根．由韦达定理易求*b*、*c*的值；

（2）先求出顶点*D*的坐标，再由勾股定理的逆定理证明△*ABD*是直角三角形，再由对称得*AD*＝*BD*，进而得△*ABD*是等腰直角三角形；

（3）连接*CA*，延长*CA*与直线*x*＝2交于点*P*，连接*BP*，此时*P*点就是*PC*﹣*PB*的值最大的点，求出直线*AC*的解析式，再求直线*AC*与直线*x*＝2的交点坐标便可．

【解答】解：（1）如图，∵*AB*＝2，对称轴为直线*x*＝2．

∴点*A*的坐标是（1，0），点*B*的坐标是（3，0）．

∵抛物线*y*＝*x*2+*bx*+*c*与*x*轴交于点*A*，*B*，

∴1、3是关于*x*的一元二次方程*x*2+*bx*+*c*＝0的两根．

由韦达定理，

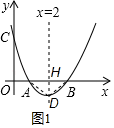
1+3＝﹣*b*，1×3＝*c*，

∴*b*＝﹣4，*c*＝3，

∴抛物线的函数表达式为*y*＝*x*2﹣4*x*+3；

（2）∵*y*＝*x*2﹣4*x*+3＝（*x*﹣2）2﹣1，

∴*D*（2，﹣1），



∴*AD*2+*BD*2＝（2﹣1）2+（﹣1）2+（2﹣3）2+（﹣1）2＝4，

∵*AB*2＝22＝4，

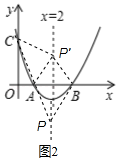
∴*AD*2+*BD*2＝*AB*2，

∴△*ADB*是直角三角形，

由对称性有*AD*＝*BD*，

∴△*ADB*是等腰直角三角形；

（3）连接*CA*，延长*CA*与直线*x*＝2交于点*P*，连接*BP*，如图2，



∵*A*、*B*两点关于直线*x*＝2对称，

∴*PB*＝*PA*，

∴*PC*﹣*PB*＝*PC*﹣*PA*＝*AC*其值最大（∵另取一点*P*′，有*P*′*C*﹣*P*′*B*＝*P*′*C*﹣*P*′*A*＜*AC*），

*A*令*x*＝0，得*y*＝*x*2﹣4*x*+3＝3，

∴*C*（0，3），

∵*A*（1，0），

∴易求直线*AC*的解析式为：*y*＝﹣3*x*+3，

当*x*＝2时，*y*＝﹣3*x*+3＝﹣3，

∴*P*（2，﹣3）．

【点评】考查了二次函数综合题，涉及的知识点有：待定系数法求抛物线的解析式，等腰直角三角形，勾股定理的应用，待定系数法求直线的解析式，关于*x*轴的对称点的特征，以及对称性．求线段差的最大值，综合性较强，有一定的难度．