

九年级数学试卷

命题：红星初中教研组 审题：红星初中教研组

一、选择题（本大题共10小题，每小题4分，满分40分）

在每小题给出的A、B、C、D四个选项中，只有一项是正确的，把正确选项的代号填在答题卡上。

1. 将抛物线 $y=x^2-2x+1$ 向下平移 2 个单位，再向左平移 1 个单位，所得抛物线的解析式是 ()

- A. $y=x^2-2x-1$ B. $y=x^2+2x-1$ C. $y=x^2-2$ D. $y=x^2+2$

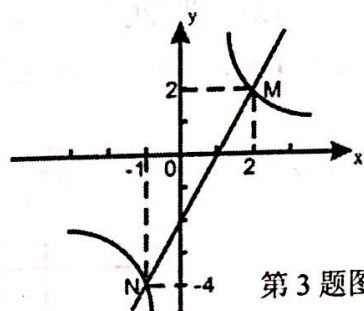
2. 若 $x:y=2:3$ ，则下列各式不成立的是 ()

- A. $\frac{x+y}{y}=\frac{5}{3}$ B. $\frac{y-x}{y}=\frac{1}{3}$ C. $\frac{x}{2y}=\frac{1}{3}$ D. $\frac{x+1}{y+1}=\frac{3}{4}$

3. 如图，已知一次函数 $y=ax+b$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 图象交于 M、

N 两点，则不等式 $ax+b > \frac{k}{x}$ 解集为 ()

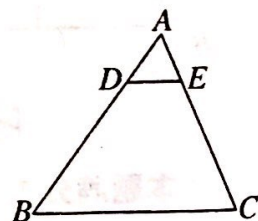
- A. $x>2$ 或 $-1<x<0$ B. $-1<x<0$
C. $-1<x<0$ 或 $0<x<2$ D. $x>2$



第 3 题图

4. 如图，已知 D、E 分别是 $\triangle ABC$ 的 AB、AC 边上的点， $DE \parallel BC$ ，且 $S_{\triangle ADE} : S_{\text{四边形 DBCE}} = 1 : 8$ ，那么 $AE : AC$ 等于 ()

- A. 1 : 9 B. 1 : 3 C. $1 : 2\sqrt{2}$ D. 1 : 8

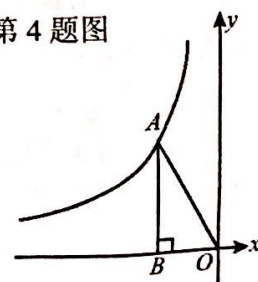


第 4 题图

5. 如图，A 为反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 图象上一点，AB 垂直于 x 轴于点 B，

若 $S_{\triangle AOB}=3$ ，则 k 的值为 ()

- A. -6 B. -3
C. $-\frac{3}{2}$ D. 不能确定



第 5 题图

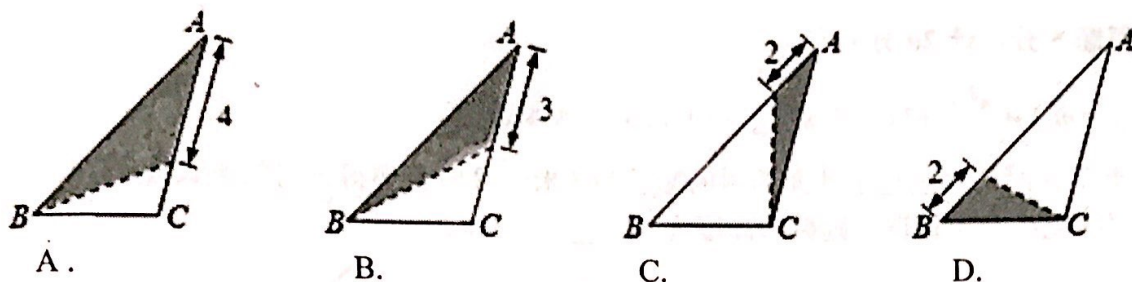
6. 已知点 A $(1, y_1)$ 、B $(-\sqrt{2}, y_2)$ 、C $(-2, y_3)$ 在函数

$y=2(x+1)^2-\frac{1}{2}$ 上，则 y_1 、 y_2 、 y_3 的大小关系是 ()

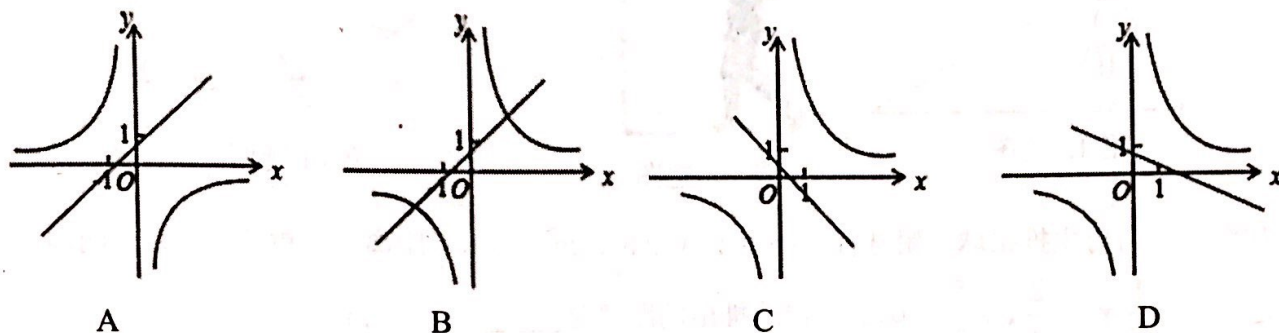
- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_1 > y_3 > y_2$ C. $y_3 > y_1 > y_2$ D. $y_2 > y_1 > y_3$

7. 在三角形纸片 ABC 中， $AB=8$ ， $BC=4$ ， $AC=6$ ，按下列方法沿虚线剪下，能使阴影部分的三角形与 $\triangle ABC$ 相似的是 ()





8. 一次函数 $y = ax + b$ 和反比例函数 $y = \frac{a-b}{x}$ 在同一直角坐标系中大致图像是 ()



9. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的 y 与 x 的部分对应值如下表:

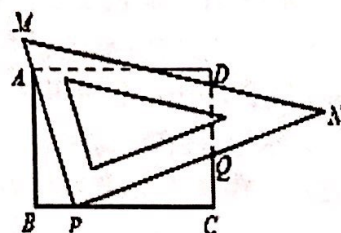
x	-1	0	1	3
y	-3	1	3	1

下列结论: ①抛物线的开口向下; ②其图象的对称轴为 $x = 1$; ③当 $x < 1$ 时, 函数值 y 随 x 的增大而增大; ④方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有一个根大于 4; ⑤若 $ax_1^2 + bx_1 = ax_2^2 + bx_2$, 且

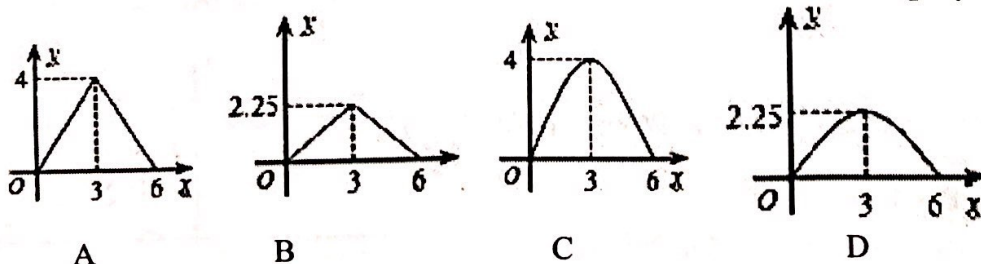
$x_1 \neq x_2$, 则 $x_1 + x_2 = 3$. 其中正确的结论有 ()

- A. ①②③ B. ①②③④⑤ C. ①③⑤ D. ①③④⑤

10. 如图, 在矩形 ABCD 中, $AB = 4$, $BC = 6$, 当直角三角板 MPN 的直角顶点 P 在 BC 边上移动时, 直角边 MP 始终经过点 A, 设直角三角板的另一直角边 PN 与 CD 相交于点 Q. $BP = x$, $CQ = y$, 那么 y 与 x 之间的函数图象大致是 ()



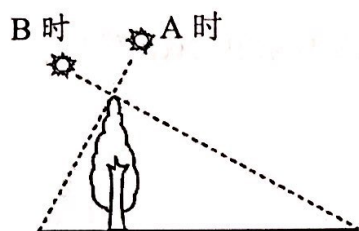
第 10 题图



二、填空（每题 5 分，计 20 分）

11. 已知函数 $y=(m-1)x^{m^2+1}+3x$, 当 $m=$ _____时,它是二次函数.

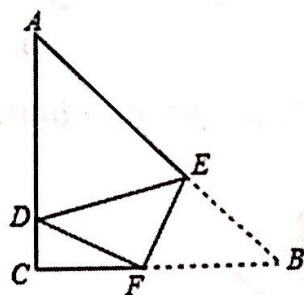
12. 如图, 小明在 A 时测得垂直于地面的树的影长为 3 米, B 时又测得该树的影长为 12 米, 若两次日照的光线互相垂直, 则树的高度为_____米.



第 12 题图



第 13 题图



第 14 题图

13. 如图, 一名男生推铅球, 铅球行进高度 y (单位: m) 与水平距离 x (单位: m) 之间的关系是 $y = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$. 则他将铅球推出的距离是_____m.

14. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AB=5$, $AC=4$, E , F 分别为 AB , BC 上的点, 沿直线 EF 将 $\angle B$ 折叠, 使点恰好落在 AC 上的 D 处, 当 $\triangle ADE$ 恰好为直角三角形时, BE 的长为_____.

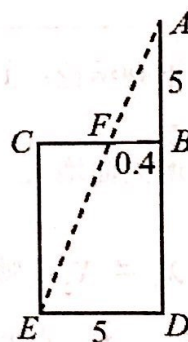
三、解答题（本题 2 题，每题 8 分）

15. 已知二次函数 $y = -2x^2 - 4x + 6$.

(1) 用配方法求出函数的顶点坐标.

(2) 将该二次函数图象向右平移几个单位, 可使平移后所得图象经过坐标原点? 并直接写出平移后所得图象与 x 轴的另一个交点的坐标.

16. “今有井径五尺, 不知其深, 立五尺木于井上, 从木末望水岸, 入径四寸, 问井深几何?” 这是我国古代数学《九章算术》中的“井深几何”问题, 它的题意可以由图获得, 求井深 BD .



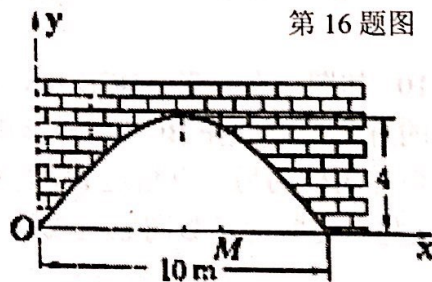
第 16 题图

四、解答题（本题 2 题，每题 8 分）

17. 有一个抛物线形的拱形桥洞, 桥洞离水面的最大高度为 4m, 跨度为 10m, 如图所示, 把它的图形放在直角坐标系中.

(1) 求这条抛物线所对应的函数关系式.

(2) 一辆宽为 2 米, 高为 3 米的货船能否从桥下通过?

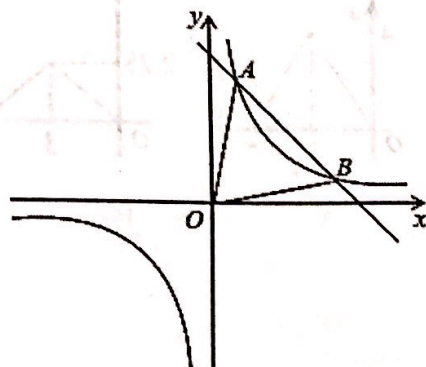


18. 如图, 一次函数 $y_1 = -x + 5$ 与反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ 的图象交

于 $A(1, m)$ 、 $B(4, n)$ 两点.

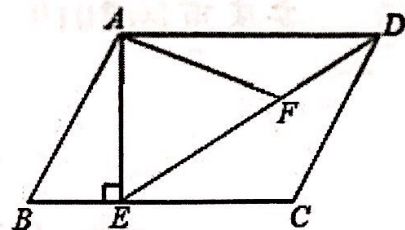
(1) 求 A 、 B 两点的坐标和反比例函数的解析式;

(2) 求 $\triangle AOB$ 的面积.



五、解答题 (本题 2 题, 每题 10 分)

19. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 过点 A 作 $AE \perp BC$, 垂足为 E , 连接 DE , F 为线段 DE 上一点, 且 $\angle AFE = \angle B$.



(1) 求证: $\triangle ADF \sim \triangle DEC$;

(2) 若 $AB=4$, $AD=3\sqrt{3}$, $AE=3$, 求 AF 的长.

20. 我们定义两个不相交的函数图象在竖直方向上的最短距离为这两个函数的“和谐值”.

(1) 求抛物线 $y=x^2-2x+2$ 与 x 轴的“和谐值”;

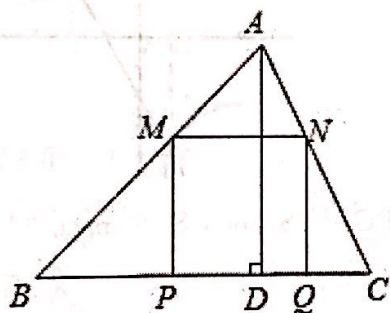
(2) 求抛物线 $y=x^2-2x+2$ 与直线 $y=x-1$ 的“和谐值”.

六、(本题满分 12 分)

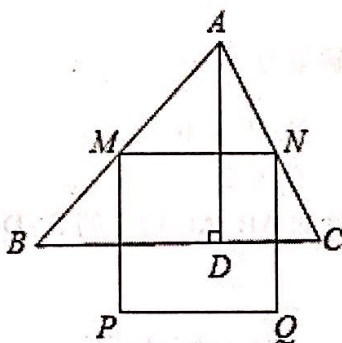
21. 如图在锐角 $\triangle ABC$ 中, $BC=6$, 高 $AD=4$, 两动点 M 、 N 分别在 AB 、 AC 上滑动 (不包含端点), 且 $MN \parallel BC$, 以 MN 为边长向下作正方形 $MPQN$, 设 $MN=x$, 正方形 $MPQN$ 与 $\triangle ABC$ 公共部分的面积为 y .

(1) 如图(1), 当正方形 $MPQN$ 的边 P 恰好落在 BC 边上时, 求 x 的值.

(2) 如图(2), 当 PQ 落 $\triangle ABC$ 外部时, 求出 y 与 x 的函数关系式 (写出 x 的取值范围) 并求出 x 为何值时 y 最大, 最大是多少?



(图 1)



(图 2)

七、(本题满分 12 分)

22. 某网店打出促销广告: 最潮新款服装 30 件, 每件售价 300 元. 若一次性购买不超过 10 件时, 售价不变; 若一次性购买超过 10 件时, 每多买 1 件, 所买的每件服装的售价均降低 3 元. 已知该服装成本是每件 200 元, 设顾客一次性购买服装 x 件时, 该网店从中获利 y 元.

(1) 求 y 与 x 的函数关系式, 并写出自变量 x 的取值范围;

(2) 顾客一次性购买多少件时, 该网店从中获利最多?

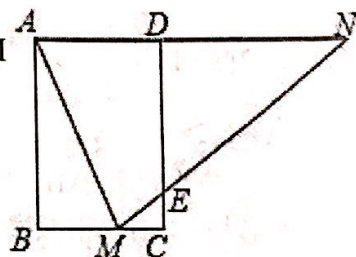
八、(本题满分 14 分)

23. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=3$, $BC=2$, 点 M 在 BC 上, 连接 AM . 点 N 在直线 AD 上, MN 交 CD 于点 E .

(1) 求证: $\triangle AMN$ 是等腰三角形;

(2) 求证: $AM^2 = 2BM \cdot AN$;

(3) 当 M 为 BC 中点时, 求 ME 的长.



二、填空题

11. -1 12. 6 13. 10 14. $\frac{15}{8}$ 或 $\frac{15}{7}$

三. 解答题

15.解: (1) $y = -2x^2 - 4x + 6 = -2(x+1)^2 + 8$

\therefore 顶点坐标为 $(-1, 8)$ 4 分

(2) 当 $y=0$ 时, $x_1 = 1, x_2 = -3 \therefore$ 二次函数与 x 轴交点为 $(1, 0), (-3, 0)$.

\therefore 将该二次函数图象向右平移 3 个单位, 可使平移后所得图象经过坐标原点, 平移后所得图象与 x 轴的另一个交点的坐标为 $(4, 0)$8 分

16.解:依题意可得 $\triangle ABF \sim \triangle ADE$,

$\therefore AB : AD = BF : DE$, 即 $5 : AD = 0.4 : 5$, 解得 $AD = 62.5$,

$\therefore BD = AD - AB = 62.5 - 5 = 57.5$.

\therefore 井深 BD 为 57.5 尺.8 分

四. 解答题

17.解: (1) 设 $y = a(x-5)^2 + 4$ $0 = a(-5)^2 + 4$ $a = -\frac{4}{25}$

$\therefore y = -\frac{4}{25}(x-5)^2 + 4$ $(0 \leq x \leq 10)$ 4 分

(2) 当 $x=4$ 或 6 时, $y = -\frac{4}{25} + 4 = 3.4(m)$

$\because 3.4 > 3 \therefore$ 能顺利通过。8 分

18. 解: (1) 分别把 $A(1, m)$ 、 $B(4, n)$ 代入 $y_1 = -x + 5$,

得 $m = -1 + 5 = 4$, $n = -4 + 5 = 1$,

所以 A 点坐标为 $(1, 4)$, B 点坐标为 $(4, 1)$,



把 A (1, 4) 代入 $y_2 = \frac{k}{x}$, 得 $k = 1 \times 4 = 4$,

所以反比例函数解析式为 $y_2 = \frac{4}{x}$;

.....4 分

(2) 如图, 设一次函数图象与 x 轴交于点 D, 与 y 轴交于点 C.

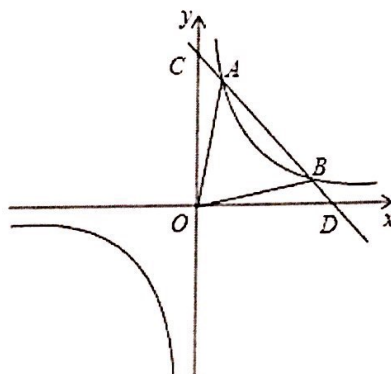
当 $x=0$ 时, $y = -x+5=5$, 则 C 点坐标为 (0, 5),

当 $y=0$ 时, $-x+5=0$, 解得 $x=5$, 则 D 点坐标为 (5, 0),

所以 $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle COD} - S_{\triangle COA} - S_{\triangle BOD}$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 5 - \frac{1}{2} \times 5 \times 1 - \frac{1}{2} \times 5 \times 1$$

$$= 7.5.$$



.....8 分

五. 解答题

19. (1) 证明: \because 四边形 ABCD 是平行四边形,

$\therefore AD \parallel BC, AB \parallel CD$,

$\therefore \angle ADF = \angle CED, \angle B + \angle C = 180^\circ$,

$\because \angle AFE + \angle AFD = 180^\circ, \angle AFE = \angle B$,

$\therefore \angle AFD = \angle C$,

$\therefore \triangle ADF \sim \triangle DEC$;

..... 5 分

(2) \because 四边形 ABCD 是平行四边形,

$\therefore AD \parallel BC, CD = AB = 4$,

又 $\because AE \perp BC$,

$\therefore AE \perp AD$,

在 $Rt\triangle ADE$ 中, $DE = \sqrt{AD^2 + AE^2} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 3^2} = 6$, 7 分

$\because \triangle ADF \sim \triangle DEC$,

$$\therefore \frac{AD}{DE} = \frac{AF}{CD},$$

$$\therefore \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{AF}{4}, AF = 2\sqrt{3}.$$

..... 10 分

20. 解: $\because y = (x-1)^2 + 1$,

\therefore 抛物线上的点到 x 轴的最短距离为 1,

\therefore 抛物线 $y = x^2 - 2x + 2$ 与 x 轴的“和谐值”为 1;4 分

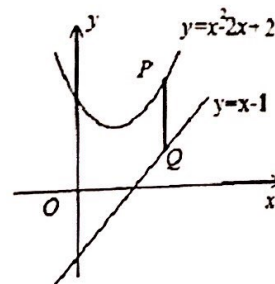


(2) 如图, P 点为抛物线 $y=x^2-2x+2$ 任意一点, 作 $PQ \parallel y$ 轴交直线 $y=x-1$ 于 Q, 设 $P(t, t^2-2t+2)$, 则 $Q(t, t-1)$,

$$\therefore PQ = t^2 - 2t + 2 - (t - 1) = t^2 - 3t + 3 = (t - \frac{3}{2})^2 + \frac{3}{4},$$

当 $t = \frac{3}{2}$ 时, PQ 有最小值, 最小值为 $\frac{3}{4}$,

\therefore 抛物线 $y=x^2-2x+3$ 与直线 $y=x-1$ 的“和谐值”为 $\frac{3}{4}$.



.....12 分

六. 解答题

21.解: (1) 设 AD 与 MN 相交于点 H,

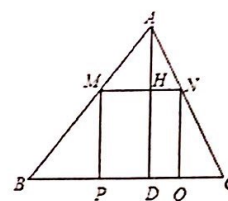
$\because MN \parallel BC$,

$\therefore \triangle AMN \sim \triangle ABC$,

$$\therefore \frac{AH}{AD} = \frac{MN}{BC}, \text{ 即 } \frac{4-x}{4} = \frac{x}{6},$$

解得, $x = \frac{12}{5}$,

\therefore 当 $x = \frac{12}{5}$ 时正方形 MPQN 的边 P 恰好落在 BC 边上;5 分



(2) 设 MP、NQ 分别与 BC 相交于点 E、F,

设 $HD=a$, 则 $AH=4-a$,

$$\text{由 } \frac{AH}{AD} = \frac{MN}{BC}, \text{ 即 } \frac{4-a}{4} = \frac{x}{6},$$

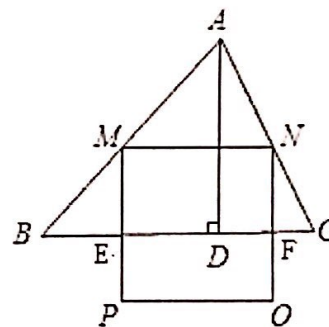
解得, $a = -\frac{2}{3}x + 4$,7 分

\because 矩形 MEFN 的面积 $= MN \times HD$,

$$\therefore y = x \left(-\frac{2}{3}x + 4 \right) = -\frac{2}{3}x^2 + 4x \quad (2.4 < x < 6) \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$y = -\frac{2}{3}(x-3)^2 + 6$$

\therefore 当 $x=3$ 时, $y_{\text{最大}}=6$ 12 分



七. 解答题

$$22.\text{解: (1) } y = \begin{cases} 300x - 200x = 100x & (0 \leq x \leq 10, \text{ 且 } x \text{ 为整数}) \\ [300 - 3(x-10) - 200]x = -3x^2 + 130x & (10 < x \leq 30, \text{ 且 } x \text{ 为整数}) \end{cases},$$

.....6 分

(2) 在 $0 \leq x \leq 10$ 时, $y=100x$, 当 $x=10$ 时, y 有最大值 1000;



在 $10 < x \leq 30$ 时, $y = -3x^2 + 130x$, 当 $x = 21\frac{2}{3}$ 时, y 取得最大值,

$\because x$ 为整数, 根据抛物线的对称性得 $x=22$ 时, y 有最大值 1408,10 分

$\because 1408 > 1000$, \therefore 顾客一次购买 22 件时, 该网站从中获利最多.12 分

23. (1) 证明: \because 四边形 ABCD 是矩形,

$\therefore AD \parallel BC$,

$\therefore \angle NAM = \angle BMA$, 又 $\angle AMN = \angle AMB$,

$\therefore \angle AMN = \angle NAM$,

$\therefore AN = MN$, 即 $\triangle AMN$ 是等腰三角形;

.....4 分

(2) 解: 作 $NH \perp AM$ 于 H ,

$\because AN = MN$, $NH \perp AM$,

$$\therefore AH = \frac{1}{2} AM,$$

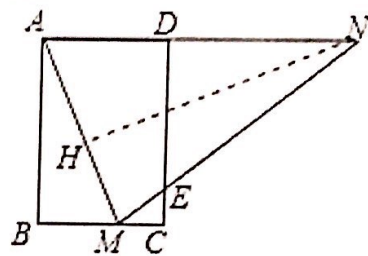
$\because \angle NHA = \angle ABM = 90^\circ$, $\angle AMN = \angle AMB$,

$\therefore \triangle NAH \sim \triangle AMB$, $\therefore \frac{AN}{AM} = \frac{AH}{BM}$,

$$\therefore AN \cdot BM = AH \cdot AM = \frac{1}{2} AM^2,$$

$$\therefore AM^2 = 2BM \cdot AN$$

.....9 分



(3) 解: $\because M$ 为 BC 中点,

$$\therefore BM = CM = \frac{1}{2} BC = 1,$$

由 (2) 得, $AM^2 = 2BM \cdot AN$,

$$\because AM^2 = 3^2 + 1^2 = 10,$$

$$\therefore AN = 5, \therefore DN = 5 - 2 = 3,$$

设 $DE = x$, 则 $CE = 3 - x$,

$$\because AN \parallel BC, \therefore \frac{DN}{CM} = \frac{DE}{CE}, \text{ 即 } \frac{3}{1} = \frac{x}{3-x},$$

$$\text{解得, } x = \frac{9}{4}, \text{ 即 } DE = \frac{9}{4},$$

$$\therefore CE = \frac{3}{4},$$

$$\therefore ME = \sqrt{CE^2 + CM^2} = \frac{5}{4}.$$

.....14 分

