# 2019-2020 学年第一学期九年级期中测试-数学试题卷

# 参考答案及评分建议

**一、选择题（本题共 12 小题，每小题 4 分，共 48 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，请用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑、涂满．）**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C | B | C | A | B | D | C | C | D | B | A | A |

**二、填空题（本题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分．答题请用黑色墨水笔或黑色签字笔直接答在答题卡的相应位置上．）**

13．12　　14．$-10\le x<6$

15．8073　　16．2

**三、解答题（本题共 8 小题，共 86 分．答题请用黑色墨水笔或黑色签字笔书写在答题卡相应位置上．解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．）**

17．（8 分）

解：（1）∵$a=1$，$b=3$，$c=1$，……1 分

∴$\Delta=b^2-4ac=9-4=5>0$，……2 分

∴方程有两个不相等的实数根，

∴$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$，……3 分

∴$x_1=\dfrac{-3+\sqrt{5}}{2}$，$x_2=\dfrac{-3-\sqrt{5}}{2}$．……4 分

（2）$3x(x-1)=4(x-1)$，

$3x(x-1)-4(x-1)=0$，……1 分

$(x-1)(3x-4)=0$，……3 分

$x_1=1$，$x_2=\dfrac{4}{3}$．……4 分

18．（8 分）

解：（1）∵关于 $x$ 的一元二次方程 $x^2-2(k-1)x+k^2+3=0$ 的两个根分别为 $x_1$，$x_2$，

∴$\Delta=[-2(k-1)]^2-4(k^2+3)\ge0$，……1 分

∴$4(k-1)^2-4(k^2+3)\ge0$，

∴$(k-1)^2-(k^2+3)\ge0$，

∴$k^2-2k+1-k^2-3\ge0$，

∴$-2k-2\ge0$，……3 分

∴$k\le-1$．……4 分

（2）∵$x_1+x_2=2(k-1)$，$x_1x_2=k^2+3$，……5 分

又$(x_1+2)(x_2+2)=8$，

∴$x_1x_2+2(x_1+x_2)+4=8$，……6 分

∴$k^2+3+4(k-1)-4=0$，

∴$k^2+4k-5=0$，

∴$k_1=-5$，$k_2=1$．……7 分

∵$k\le-1$，

$\therefore k=-5$. ……………………………………………………………………8 分

19.（10 分）

证明：$\because \angle ABC=90°$，$AB=1$，$AC=\sqrt{2}$，

$\therefore BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=1$，……………………………………………………3 分

$\therefore BC=BA=1$，

$\therefore \angle BAC=45°$，……………………………………………………………6 分

$\therefore \angle CAD=\angle BAD-\angle BAC=135°-45°=90°$. ………………………………8 分

$\because$点 $E$ 为 $CD$ 的中点，

$\therefore CD=2AE$. ……………………………………………………………… 10 分

20.（10 分）

解：（1）$y=-\frac{1}{2}x^2-x+4=-\frac{1}{2}(x^2+2x+1-1)+4=-\frac{1}{2}(x+1)^2+\frac{1}{2}+4=-\frac{1}{2}(x+1)^2+\frac{9}{2}$，………2 分

则顶点坐标是$(-1，\frac{9}{2})$，………………………………………………………3 分

对称轴是直线 $x=-1$. ……………………………………………………………4 分

（2）当 $x<-1$ 时，$y$ 随 $x$ 的增大而增大；……………………………………………5 分

当 $x>-1$ 时，$y$ 随 $x$ 的增大而减小. ……………………………………………6 分

（3）令 $y=0$，则 $-\frac{1}{2}x^2-x+4=0$，…………………………………………………7 分

解得 $x_1=-4$，$x_2=2$，…………………………………………………………9 分

$\because a=-\frac{1}{2}<0$，

$\therefore$抛物线开口向下，

$\therefore$当 $-4<x<2$ 时，抛物线在 $x$ 轴上方. …………………………………… 10 分

21.（12 分）

解：（1）由题意得：$x(30-2x)=72$，…………………………………………………2 分

整理得，$x^2-15x+36=0$，

解得 $x_1=3$，$x_2=12$. ……………………………………………………………4 分

当 $x=3$ 时，$30-2x=24>14$，不符合题意，故舍去，

当 $x=12$ 时，$30-2x=6<14$，

则当苗圃园的面积为 72 平方米时，$x=12$. ……………………………………5 分

（2）由题意得：$8\le 30-2x\le 14$，

即 $8\le x\le 11$. ……………………………………………………………………6 分

$\because S=x(30-2x)=-2(x-\frac{15}{2})^2+\frac{225}{2}$，…………………………………………8 分

$\therefore$该二次函数的图象开口向下，对称轴为直线 $x=\frac{15}{2}$，

$\therefore$当 $x>\frac{15}{2}$ 时，$S$ 随 $x$ 的增大而减小，

∴当 $x=8$ 时，$S$ 取得最大值，$S$ 的最大值为 112 平方米．…………………… 12 分

22．（12 分）

解：（1）由题意得，销售量 $=250-10(x-25)=-10x+500$，………………………………1 分

则 $w=(x-20)(-10x+500)$ ……………………………………………………………3 分

$=-10x^2+700x-10\ 000$．……………………………………………………………4 分

（2）$w=-10x^2+700x-10\ 000=-10(x-35)^2+2250$．………………………………6 分

∵ $-10<0$，

∴函数图象开口向下，$w$ 有最大值，

当 $x=35$ 时，$w_{最大}=2250$．……………………………………………………………7 分

答：当销售单价定为 35 元时，该文具每天的销售利润最大，最大利润为 2250 元．

………………………………………………………………………………………8 分

（3）A 方案的最大利润更高．理由如下：

在 A 方案中：$20<x\le30$，

∵利润 $w=-10(x-35)^2+2250$，其图象的对称轴为直线 $x=35$，且开口向下，

∴当 $x=30$ 时，$w$ 有最大值，

此时 $w_{A\,最大}=2000$；…………………………………………………………………9 分

在 B 方案中：$\begin{cases}-10x+500\ge10\\ x-20\ge25\end{cases}$，

解得：$45\le x\le49$，…………………………………………………………………… 10 分

∵利润 $w=-10(x-35)^2+2250$，其图象的对称轴为直线 $x=35$，且开口向下，

∴当 $x=45$ 时，$w$ 有最大值，

此时 $w_{B\,最大}=1250$，………………………………………………………………… 11 分

∵ $w_{A\,最大}>w_{B\,最大}$，

∴A 方案的最大利润更高．…………………………………………………………… 12 分

23．（12 分）

解：由题意知，$0\le t\le3$，$AP=2t$ cm，$CQ=t$ cm，

∴$PB=AB-AP=6-2t$(cm)，$DQ=CD-CQ=6-t$(cm)．

（1）当 $t=1$ 时，$PB=6-2t=4$ cm，$CQ=t=1$ cm，

∵ $BC=2$ cm，

∴$S_{四边形BCQP}=\frac{1}{2}(PB+CQ)\cdot BC=\frac{1}{2}\times(4+1)\times2=5\text{ cm}^2$．………………………………2 分

（2）如图 1，当 $AP<DQ$，即 $2t<6-t$，即 $0<t<2$ 时，

过点 $P$ 作 $PG\perp CD$ 于点 $G$，

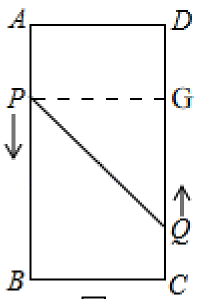


图1

$\therefore PG=AD=2$ cm，

$\therefore QG=DQ-DG=DQ-AP=6-t-2t=6-3t$(cm)，

在 Rt△$PGQ$ 中，由勾股定理得，$PG^2+QG^2=PQ^2$，

$\therefore 4+(6-3t)^2=5$，

$\therefore t=\frac{5}{3}$ 或 $t=\frac{7}{3}$（舍去）. ……………………………………………………………4 分

如图 2，当 $AP>DQ$，即 $2t>6-t$，即 $2<t<3$ 时，

过点 $P$ 作 $PG\perp CD$ 于点 $G$，

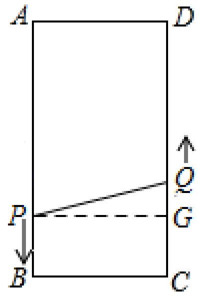



图 2

$\therefore PG=AD=2$ cm，

$\therefore QG=CQ-CG=CQ-PB=2t-(6-t)=3t-6$(cm)，

在 Rt△$PGQ$ 中，由勾股定理得，$PG^2+QG^2=PQ^2$，

$\therefore 4+(3t-6)^2=5$，

$\therefore t=\frac{7}{3}$ 或 $t=\frac{5}{3}$（舍去）.

综上所述，当 $t$ 为 $\frac{5}{3}$ 或 $\frac{7}{3}$ 时，$PQ$ 为 $\sqrt{5}$ cm. ……………………………………6 分

（3）由（1）（2）知：$PD^2=AD^2+AP^2=4+4t^2$，$PQ^2=4+(6-3t)^2$，$DQ^2=(6-t)^2$.

∵点 $P$，$Q$，$D$ 为顶点的三角形是等腰三角形，$0\le t\le 3$，

①当 $PD=PQ$ 时，即：$PD^2=PQ^2$，

$\therefore 4+4t^2=4+(6-3t)^2$，

$\therefore t=6$（舍去）或 $t=\frac{6}{5}$. ………………………………………………………………8 分

②当 $PD=DQ$ 时，即：$PD^2=DQ^2$，

$\therefore 4+4t^2=(6-t)^2$，

$\therefore t=\frac{-6-2\sqrt{33}}{3}$（舍去）或 $t=\frac{-6+2\sqrt{33}}{3}$. ………………………………… 10 分

③当 $PQ=DQ$ 时，即：$PQ^2=DQ^2$，

$\therefore 4+(6-3t)^2=(6-t)^2$，

$\therefore t=\frac{3+\sqrt{7}}{2}$ 或 $t=\frac{3-\sqrt{7}}{2}$.

综上所述，当 $t$ 的值为 $\frac{6}{5}$ 或 $\frac{-6+2\sqrt{33}}{3}$ 或 $\frac{3+\sqrt{7}}{2}$ 或 $\frac{3-\sqrt{7}}{2}$ 时，以点 $P$，$Q$，$D$ 为顶点的三角形是等腰三角形. ………………………………………………… 12 分

24．（14 分）

解：（1）∵四边形 $OABC$ 是矩形，$B(2，4)$，

∴$A(0，4)$，$C(2，0)$，……1 分

∵抛物线 $y=-2x^2+bx+c$ 经过 $A$，$C$ 两点，

∴$\begin{cases}c=4\\-8+2b+c=0\end{cases}$，

∴$\begin{cases}b=2\\c=4\end{cases}$，……2 分

∴抛物线的函数表达式为 $y=-2x^2+2x+4$．……3 分

（2）由题意得：$\triangle ABC\cong\triangle AB'C$，

∴$\angle BCA=\angle B'CA$．……4 分

∵$AO\parallel BC$，

∴$\angle BCA=\angle OAC$，

∴$\angle B'CA=\angle OAC$，……5 分

∴$AG=CG$．

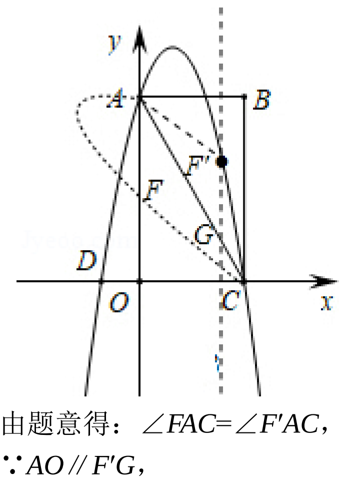
设 $OG=x$，则 $AG=CG=4-x$．

在 Rt$\triangle OGC$ 中，$2^2+x^2=(4-x)^2$，……6 分

解得 $x=\frac{3}{2}$，……7 分

∴$OG=\frac{3}{2}$．……8 分

（3）如图，在 $AC$ 上方的抛物线上取点 $F$ 的对称点 $F'$，过点 $F'$作 $y$ 轴的平行线交直线 $AC$ 于点 $G$．




由题意得：$\angle FAC=\angle F'AC$，$F'A=FA$．

∵$AO\parallel F'G$，

∴$\angle FAC=\angle AGF'$，

∴$\angle F'AC=\angle AGF'$，

∴$F'A=F'G$．……9 分

易得直线 $AC$ 的解析式为：$y=-2x+4$．……10 分

设点 $F'(n，-2n^2+2n+4)$，则 $G(n，-2n+4)$．

∴$F'G=-2n^2+4n$，$F'A^2=n^2+(-2n^2+2n)^2$．

∵$F'A=F'G$，

$\therefore F'A^2=F'G^2$，

即：$n^2+(-2n^2+2n)^2=(-2n^2+4n)^2$，…………………………………………………… 11 分

化简得：$8n^3-11n^2=0$，即 $n^2(8n-11)=0$，

解得 $n=0$（不合题意，舍去）或 $n=\frac{11}{8}$，……………………………………………… 12 分

$\therefore F'G=-2n^2+4n=\frac{55}{32}$，

$\therefore F'A=F'G=FA=\frac{55}{32}$，…………………………………………………………… 13 分

$\therefore OF=4-\frac{55}{32}=\frac{73}{32}$，

$\therefore F(0,\ \frac{73}{32})$．……………………………………………………………………… 14 分