

2019-2020 学年第一学期朝阳外国语学校初三数学期中考试试卷

班级: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_ 得分: \_\_\_\_\_

一、选择题 (共 8 小题; 共 16 分)

1. 下面四个手机应用图标中, 属于中心对称图形的是 ( )



2. 已知  $\odot O$  的半径为 3, 圆心  $O$  到直线  $L$  的距离为 2, 则直线  $L$  与  $\odot O$  的位置关系是 ( )

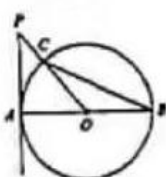
- A. 相交 B. 相切 C. 相离 D. 不能确定

3. 对二次函数  $y = 3(x-3)^2 - 1$ , 下列说法正确的是 ( )

- A. 其图象的开口向下 B. 其图象的对称轴为直线  $x = -3$   
C. 其最小值为  $-1$  D. 当  $x < 3$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大

4. 如图,  $AB$  是  $\odot O$  的直径, 直线  $PA$  与  $\odot O$  相切于点  $A$ ,  $PO$  交  $\odot O$  于点  $C$ , 连接  $BC$ , 若  $\angle P = 40^\circ$ , 则  $\angle ABC$  的度数为 ( )

- A.  $20^\circ$  B.  $25^\circ$  C.  $40^\circ$  D.  $50^\circ$



第 4 题图

$x$	.....	-1	0	2	4	5	.....
$y_1$	.....	0	2	6	10	12	.....
$y_2$	.....	0	-3	-3	5	12	.....

第 5 题表

5. 已知一次函数  $y_1 = kx + m$  ( $k \neq 0$ ) 与二次函数  $y_2 = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的部分自变量和对应函数值如上表所示, 请你说出当  $y_1 < y_2$  时, 自变量  $x$  的取值范围是 ( )

- A.  $x < -1$  B.  $x > 5$  C.  $-1 < x < 5$  D.  $x < -1$  或  $x > 5$

6. 一个圆锥的侧面展开图形是半径为 8 cm, 圆心角为  $120^\circ$  的扇形, 则此圆锥的底面半径为 ( )

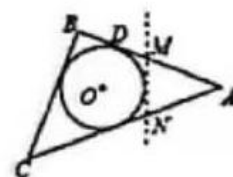
- A.  $\frac{8}{3}$  cm B.  $\frac{16}{3}$  cm C. 3 cm D.  $\frac{4}{3}$  cm

7. 如图,  $\triangle ABC$  是一张周长为 18cm 的三角形纸片,  $BC=5$ cm,  $\odot O$  是它的内切圆, 小明准备用剪刀在  $\odot O$  的右侧沿着与  $\odot O$  相切的任意一条直线  $MN$  剪下  $\triangle AMN$ , 则剪下的三角形的周长为 ( )

- A. 13cm B. 8cm C. 6.5cm D. 随  $MN$  的变化而变化

8. 摩天轮时游乐场最受欢迎的一个项目, 小安随爸妈来到石景山游乐园乘坐摩天轮游玩时发现: 他距离地面的高度  $y$  (米) 与旋转时间  $x$  (分) 之间的关系可以近似地用二次函数来刻画. 经测试得部分数据如下表: 下列选项中, 最接近摩天轮转一圈的时间的是 ( )

- A. 7 分 B. 6.5 分 C. 6 分 D. 5.5 分



第 7 题图

的部分自变量和对应

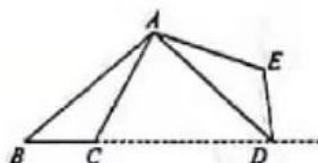
X/分	...	2.66	3.23	3.46	...
Y/米	...	69.16	69.62	68.46	...



## 二、填空题（共8小题；共16分）

9. 在平面直角坐标系中，将函数  $y = -2x^2$  的图象先向右平移1个单位长度，再向上平移5个单位长度，所得图象的函数表达式是\_\_\_\_\_。

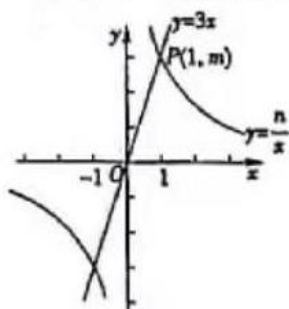
10. 如图，将  $\triangle ABC$  绕点  $A$  逆时针旋转  $100^\circ$ ，得到  $\triangle ADE$ 。若点  $D$  在线段  $BC$  的延长线上，则  $\angle B$  的大小为\_\_\_\_\_。



11. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，直线  $y=3x$  与双曲线  $y=\frac{n}{x}$  ( $n \neq 0$ ) 在第一象限的公共点是

$P(1, m)$ 。小明说：“从图象上可以看出，满足  $3x > \frac{n}{x}$  的  $x$  的取值范围是  $x > 1$ 。”你同意他的观点吗？

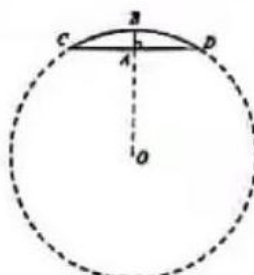
答：\_\_\_\_，理由是\_\_\_\_\_。（若同意，请写出支撑依据；若不同意，请写出正确答案）



第11题图



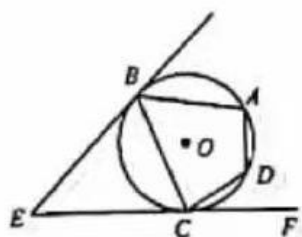
12题图①



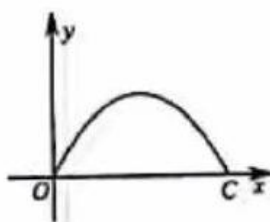
12题图②

12. 《九章算术》是中国传统数学重要的著作，奠定了中国传统数学的基本框架。《九章算术》中记载：“今有圆材，埋在壁中，不知大小，以锯锯之，深一寸，锯道长一尺，问径几何？”（如图①）（1尺等于10寸）。阅读完这段文字后，小智画出了一个圆柱截面示意图（如图②），其中  $BO \perp CD$  于点  $A$ ，求问径就是要求  $\odot O$  的直径。再次阅读后，发现  $AB=1$  寸， $CD=10$  寸（一尺等于十寸），通过运用有关知识即可解决这个问题。请帮助小智求出  $\odot O$  的直径为\_\_\_\_\_寸。

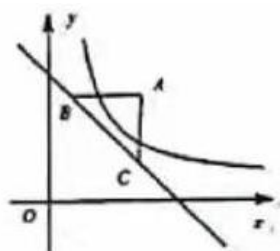
13. 如图， $EB$ ， $EC$  是  $\odot O$  的两条切线，与  $\odot O$  相切于  $B$ ， $C$  两点，点  $A$ ， $D$  在圆上。若  $\angle E = 46^\circ$ ， $\angle DCF = 32^\circ$ ，则  $\angle A$  的度数是\_\_\_\_\_。



第 13 题图



第 14 题图



第 15 题图

14. 如图，大石大桥有一段抛物线的拱梁，抛物线的表达式为  $y = ax^2 + bx$  . 张涵同学骑自行车从拱梁一端  $O$  沿直线匀速穿过拱梁部分的桥面  $OC$ ，当张涵骑自行车行驶 10 秒和 26 秒时拱梁的高度相同，则她骑自行车通过拱梁部分的桥面  $OC$  共需\_\_\_\_\_秒.

15. 如图，过点  $A(4,5)$  分别作  $x$  轴、 $y$  轴的平行线，交直线  $y = -x + 6$  于  $B, C$  两点，若函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  的图象与  $\triangle ABC$  的边有 2 个公共点，则  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

16. 如图 1，一个电子蜘蛛从点  $A$  出发匀速爬行，它先沿线段  $AB$  爬到点  $B$ ，再沿半圆经过点  $M$  爬到点  $C$ ，如果准备在  $M, N, P, Q$  四点中选定一点安装一台记录仪，记录电子蜘蛛爬行的全过程，设电子蜘蛛爬行的时间为  $x$ ，电子蜘蛛与记录仪之间的距离为  $y$ ，表示  $y$  与  $x$  函数关系的图象如图 2 所示，那么记录仪可能位于图 1 中的\_\_\_\_\_点.

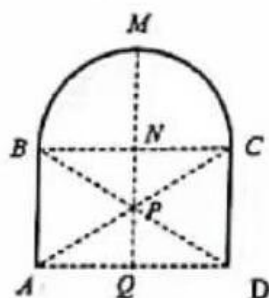


图 1



图 2

### 三、解答题（共 12 小题；共 68 分）

17. 下面是“经过已知直线外一点作这条直线的垂线”的尺规作图过程.

已知：直线  $a$  和直线外一点  $P$ . 求作：直线  $a$  的垂线，使它经过  $P$ .

$P$ .

作法：如图，

(1) 在直线  $a$  上取一点  $A$ ，连接  $PA$ ；

(2) 分别以点  $A$  和点  $P$  为圆心，大于  $AP$  的长为半径作弧，



两弧相交于  $B, C$  两点, 连接  $BC$  交  $PA$  于点  $D$ ;

- (3) 以点  $D$  为圆心,  $DP$  为半径作圆, 交直线  $a$  于点  $E$ , 作直线  $PE$ .

所以直线  $PE$  就是所求作的垂线.

- (1) 请使用直尺和圆规, 补全图形 (保留作图痕迹);

- (2) 完成下面的证明.

证明:

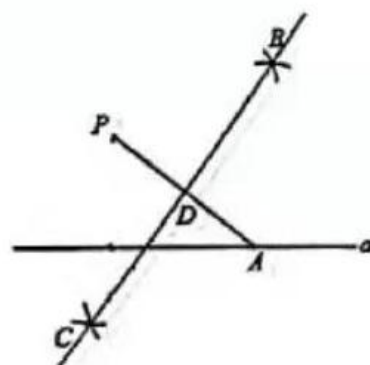
$$\because PB=AB, PC=AC$$

$\therefore D$  是线段  $AP$  的中点.

$\therefore AP$  是圆  $D$  的直径,

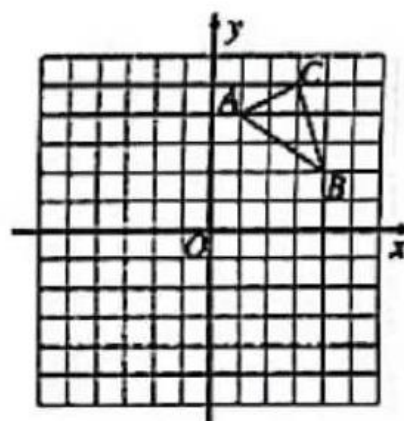
$\therefore \angle \underline{\quad} = 90^\circ$  (依据:  $\underline{\hspace{4cm}}$ )

$\therefore$  直线  $PE$  就是所求作的垂线.



3. 如图, 在平面直角坐标系中,  $\triangle ABC$  的三个顶点坐标分别为  $A(1, 4)$ ,  $B(4, 2)$ ,  $C(3, 5)$  (每个方格的边长均为 1 个单位长度).

- (1) 将  $\triangle ABC$  绕点  $O$  逆时针旋转  $90^\circ$ , 画出旋转后得到的  $\triangle A_1B_1C_1$ ;  
(2) 求出点  $B$  旋转到点  $B_1$  所经过的路径长;  
(3) 求线段  $BC$  扫过的图形的面积.



1. 二次函数  $y = ax^2 - 2ax - 3$  ( $a \neq 0$ ) 的图象经过点  $A$ .

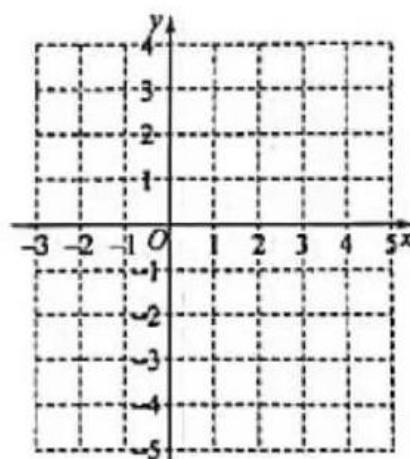
- 1) 求二次函数的对称轴;

- 2) 当  $A(-1, 0)$  时,

①求此时二次函数的表达式; ②画出函数的图象;

③若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 2x - 3 - t = 0$

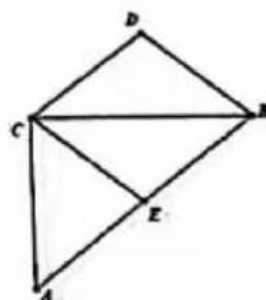
在  $0 < x < 3$  的范围内有解, 则实数  $t$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



20. 如图, 在  $Rt\triangle ACB$  的斜边  $AB$  上取一点  $E$ , 使得  $CE=AE$ , 连结  $CE$ ; 分别过点  $C$  作  $AB$  的平行线, 点  $B$  作  $CE$  的平行线, 交于点  $D$ .

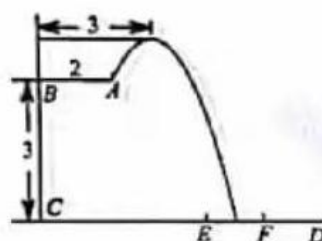
(1) 求证: 四边形  $CBDB$  是菱形;

(2) 若  $AC=6$ ,  $EC=5$ , 求四边形  $ABDC$  的面积.



21. 2016年里约奥运会, 中国跳水队赢得8个项目中的7块金牌, 优秀成绩的取得离不开艰辛的训练. 某跳水运动员在进行跳水训练时, 身体(看成一点)在空中的运动路线是如图所示的一条抛物线, 已知跳板  $AB$  长为2米, 跳板距水面  $CD$  的高  $BC$  为3米, 训练时跳水曲线在离起跳点水平距离1米时达到距水面最大高度4米, 现以  $CD$  为横轴,  $CB$  为纵轴建立直角坐标系.

(1) 求这条抛物线的解析式; (2) 求运动员落水点与点  $C$  的距离.



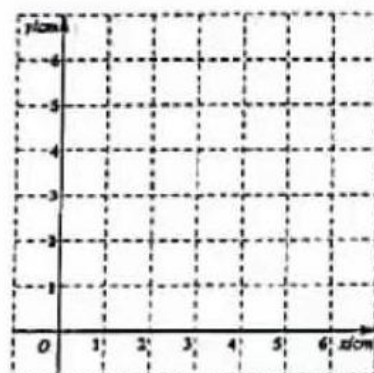
22. 如图, 在平面直角坐标系中, 反比例函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  的图象与直线  $y = 2x + 1$  交于点  $A(1, a)$ ,

(1) 求  $k$ 、 $a$  的值.

(2) 有  $y$  轴上一点  $P(0, n)$ , 过点  $P$  作  $x$  轴的平行线, 交反比例函数图象与点  $M$ , 交直线  $y = 2x + 1$  于点  $N$ .

①当  $n=4$  时, 请你判断并直接写出线段  $PM$  与  $PN$  的数量关系(用等式示).

②若线段  $PN \leq 2PM$ , 结合函数图象, 直接写出  $n$  的取值范围.



23. 如图, 在平面内, 给定不在同一直线上的点  $A, B, C$  且  $\angle BCA = 90^\circ$ , 点  $O$  到点  $A, B, C$  的距离均等于  $a$  ( $a$  为常数), 到点  $O$  的距离等于  $a$  的所有点组成图形  $G$ .  $\angle ACB$  的平分线交图形  $G$  于点  $E$ , 连结  $BE$ .

(1) 若线段  $BC=BO$ , 直接写出  $\angle CEB$  的度数.

(2) 延长  $AB$  至点  $D$ , 使得  $DC=AC$ , 连结  $CD$ ; 在(1)问的前提下

①请你判断直线  $CD$  与图形  $G$  的交点个数, 并说明理由.

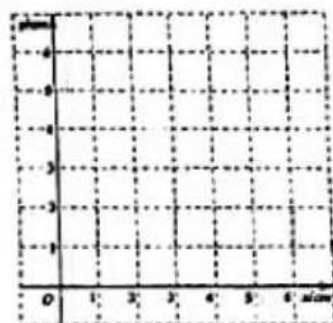
②若  $BE=2$ , 求  $CA$ 、 $CE$  的长.

$C$

$A$

$B$

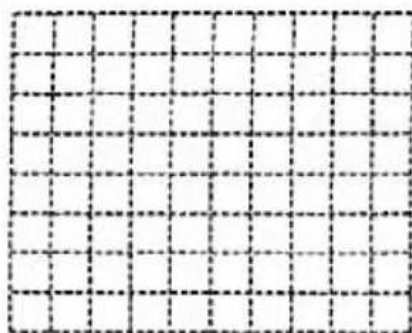
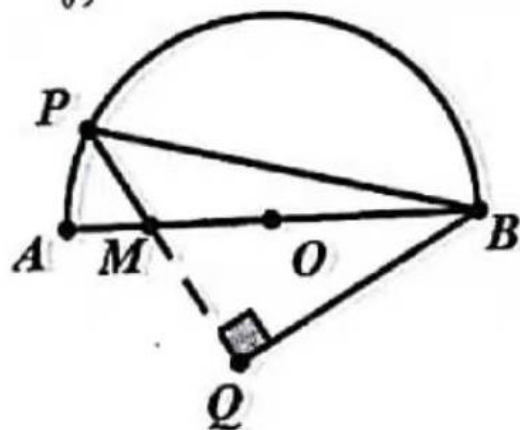
24. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 双曲线  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  与直线  $x = k$ , 直线  $y = k$  分别交于点  $A, B$ ; 两条直线的交点为  $C$ . 横、纵坐标都是整数的点叫做整点. 记曲线  $AB$  与线段  $BC, CA$  围成的区域 (不含边界) 为  $W$ .



(1) 当  $k = 3$  时, 结合函数图象, 求区域  $W$  内的整点个数;

(2) 若区域  $W$  内没有整点, 直接写出  $k$  的取值范围.

25. 如图, 半圆  $O$  的直径  $AB = 5\text{cm}$ , 点  $M$  在  $AB$  上且  $AM = 1\text{cm}$ , 点  $P$  是半圆  $O$  上的动点, 过点  $B$  作  $BQ \perp PM$  交  $PM$  (或  $PM$  的延长线) 于点  $Q$ . (当点  $P$  与点  $A$  或点  $B$  重合时,  $BQ$  的值为 0)



小石根据学习函数的经验, 对函数随自变量的变化而变化的规律进行了探究.

下面是小石的探究过程, 请补充完整:

- (1) 对于点  $P$  在半圆  $AB$  上的不同位置, 画图, 测量, 得到线段  $PM, BQ, BP$  的长度的几组值, 如下表:

$PM / \text{cm}$	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
$BQ / \text{cm}$	0	3.7	4.0	3.7	3.3	2.5	0
$BP / \text{cm}$	5	4.8	4.5	4.1	3.4	2.5	0

在  $PM, BQ, BP$  的长度这三个量中, 确定\_\_\_\_\_的长度是自变量, \_\_\_\_\_的长度和\_\_\_\_\_的长度都是这个自变量的函数;

- (2) 建立平面直角坐标系, 描出以补全后的表中各对应值为坐标的点, 画出该函数的图象;

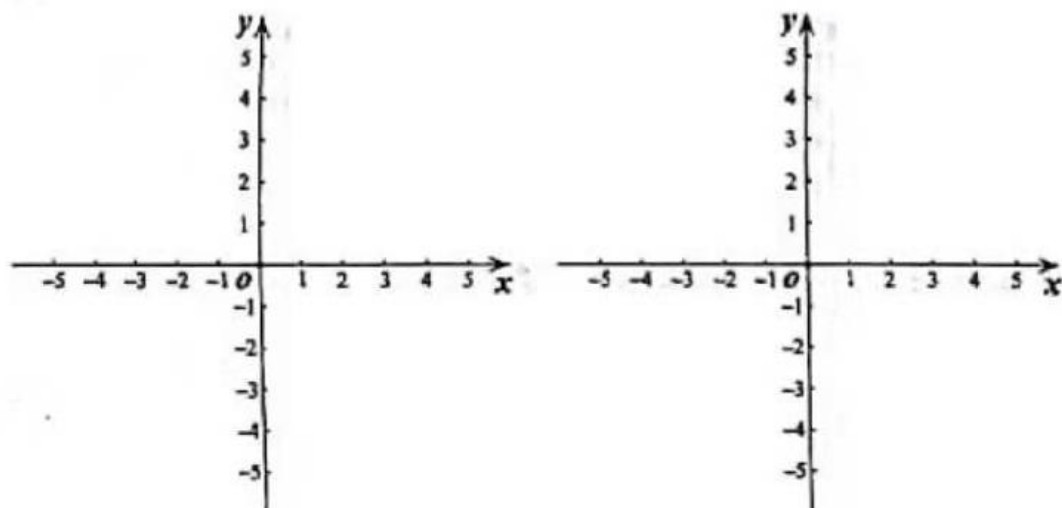
- (3) 结合画出的函数图象, 解决问题:

当  $PM$  与直径  $AB$  所夹的锐角为  $30^\circ$  时,  $PM$  的长度约为\_\_\_\_\_  $\text{cm}$ .

26. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，抛物线  $y = x^2 - 2mx + m^2 - 4$  ( $m \neq 0$ ) 的顶点为  $A$ ，与  $x$  轴交于  $B, C$  两点 (点  $B$  在点  $C$  左侧)，与  $y$  轴交于点  $D$ 。

(1) 求  $BC$  的长；

(2) 若点  $M$  坐标为  $(0, -4)$ ，点  $N$  坐标为  $(4, 0)$ ，当抛物线与线段  $MN$  有一个公共点时，求  $m$  的取值范围。



27. 已知，如图，在正方形  $ABCD$  中，点  $P$  在射线  $CD$  上，连结  $PA, PB$ ， $M, N$  分别为  $DC, PA$  中点，连结  $MN$  交  $PB$  于点  $Q$ 。

(1) 如图 1，当点  $P$  与点  $D$  重合时，直接写出  $\angle QMD$  的度数；

(2) 当点  $P$  在线段  $CD$  的延长线上时。

① 依题意补全图 2

② 在点  $P$  运动过程中，请你对线段  $QP$  与  $QM$  的数量关系进行猜想，并说明理由。

(3) 若过点  $B$  作直线  $PA$  的垂线交其于点  $H$ ，连结  $CH$ ，若  $AB = 4$ ，请直接写出线段  $CH$  长度的最大值。

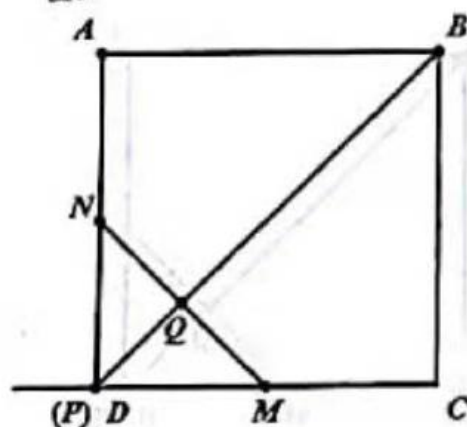


图 1

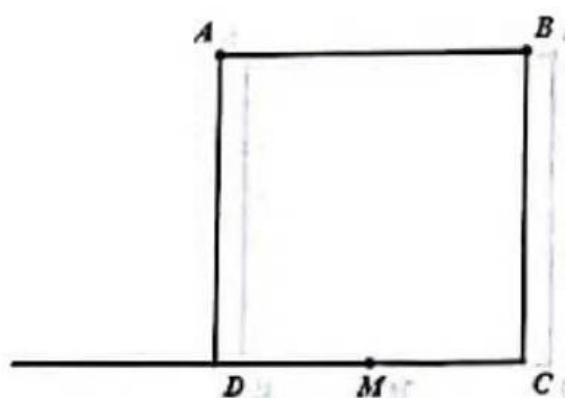


图 2

28. 对于平面直角坐标系  $xOy$  中的点  $P$  和  $\odot C$ , 给出如下定义: 若  $\odot C$  上存在一个点  $M$ , 使得点  $M$  到点  $P$  和点  $C$  的距离一样, 则称点  $P$  为  $\odot C$  的“镜密点”.

已知点  $D\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$ ,  $E(-2\sqrt{3}, 0)$ ,  $F(0, 2)$ .

(1) 当  $\odot O$  的半径为 1 时,

① 在点  $D, E, F$  中,  $\odot O$  的“镜密点”是\_\_\_\_\_;

② 作直线  $EF$ , 若直线  $EF$  上的点  $P(m, n)$  是  $\odot O$  的“镜密点”, 求  $m$  的取值范围.

(2) ①  $\odot T$  的圆心在  $x$  轴上, 半径为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ , 若线段  $EF$  上存在  $\odot T$  的“镜密点”, 请直接写出圆心  $T$  的横坐标  $t$  的取值范围.

② 若线段  $MN$  长为 2, 且线段  $MN$  上所有点都是  $\odot C$  的“镜密点”, 请你直接写出  $\odot C$  半径的取值范围.

