

九 年 级 上 学 期 数 学 10 月 月 考 试 题 卷

测试时间：120 分钟 满分：150 分

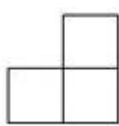
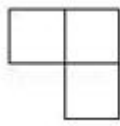
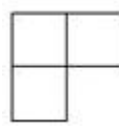
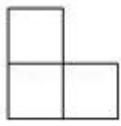
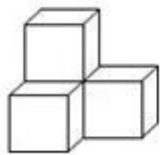
A 卷（100 分）

一、选择题。（每小题 3 分，共 30 分）

1. $\cos 30^\circ$ 的值是（ ）

- A 1 B $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C $\frac{1}{2}$ D $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. 如左图是由四个相同的小正方体组成的立体图形，它的俯视图为（ ）



A

B

C

D

3. 预计 2025 年，中国 5G 用户将超过 460000000 户，将数据 460000000 用科学计数法表示为（ ）

- A 4.6×10^9 B 46×10^7 C 4.6×10^8 D 0.46×10^9

4. 一些美术字体的汉字是轴对称图形，下面 4 个汉字中，可以看做是轴对称图形的是（ ）

美

A

丽

B

嘉

C

祥

D

5. 若分式方程 $\frac{6}{(x+1)(x-1)} - \frac{m}{x-1} = 1$ 有增根，则它的增根是（ ）

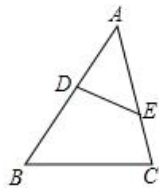
- A 0 B 1 C -1 D 1 或 -1

6. 点 $P_1(-2, y_1)$ 、 $P_2(2, y_2)$ 、 $P_3(5, y_3)$ 均在函数 $y = -2x^2 + 1$ 的图像上，则 y_1 、 y_2 、 y_3 的大小关系是（ ）

- A $y_3 > y_2 > y_1$ B $y_3 > y_1 > y_2$ C $y_3 > y_1 = y_2$ D $y_1 = y_2 > y_3$

7. 如右图，点 D、E 分别在线段 AB、AC 上，且 $\angle ABC = \angle AED$ ，若 $DE=2$ ， $AE=3$ ， $BC=4$ ，则 AB 的长为（ ）

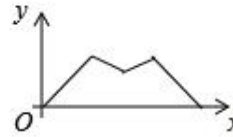
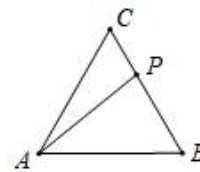
- A 8 B 5 C 6 D 1.5

8. 已知关于 x 的方程 $ax^2 + 2x = 3$ 有两个不相等的实数根，则 a 的取值范围是（ ）

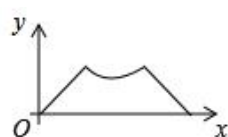
- A $a > -\frac{1}{3}$ B $a > -1$ 且 $a \neq 0$ C $a > -1$ D $a > -\frac{1}{3}$ 且 $a \neq 0$

9. 在平面直角坐标系中，对于二次函数 $y = (x-2)^2 + 1$ ，下列说法中错误的是（ ）

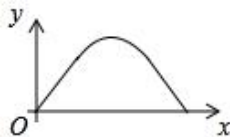
- A y 的最小值为 1
B 图像顶点坐标为 $(2, 1)$ ，对称轴为直线 $x = 2$
C 当 $x < 2$ 时， y 的值随 x 值的增大而增大；当 $x \geq 2$ 时， y 的值随 x 值的增大而减小
D 它的图像可以由 $y = x^2$ 的图像向右平移 2 个单位长度，再向上平移 1 个单位长度的达到

10. 如图， $\triangle ABC$ 为等边三角形，点 P 从 A 出发，沿 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ 作匀速运动，则线段 AP 的长度 y 与运动时间 x 之间的函数关系大致是（ ）

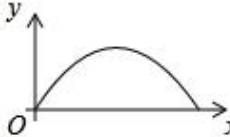
A



B

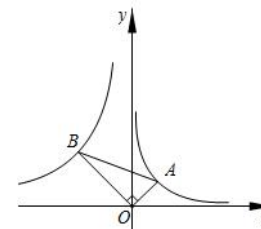


C



D

二、填空题。（每小题 4 分，共 16 分）

11. 分解因式： $a^2b - b =$ _____.12. 函数 $y = \frac{\sqrt{x-1}}{x-3}$ 的自变量 x 的取值范围是_____.13. 将抛物线 $y = x^2 - 2x + 3$ 绕其顶点旋转 180° 后的解析式是_____.14. 如图， $Rt\triangle AOB$ 中， $\angle AOB = 90^\circ$ ，顶点 A、B 分别在反比例函数 $y = \frac{1}{x} (x > 0)$ 与 $y = \frac{-5}{x} (x < 0)$ 的图像上，则 $\tan \angle ABO$ 的值为_____.

三、解答题（共 54 分）

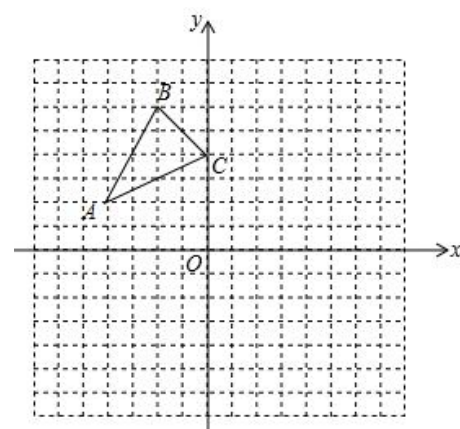
15. （共 12 分）

(1) 计算： $(\pi - 3.14)^0 - \sqrt{27} + |1 - \tan 60^\circ| + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$ (2) 解分式方程： $\frac{x}{x-2} - 1 = \frac{4}{x^2 - 4x + 4}$

16. (6分) 先化简，再求值： $\frac{x^2}{x^2-1} \div \left(\frac{1}{x-1} + 1\right)$ ，其中 x 为整数且满足不等式组 $\begin{cases} x-1 > 1 \\ 5-2x \geq -2 \end{cases}$.

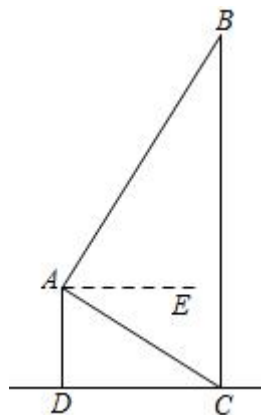
17. (8分) 如图，已知 $A(-4,2)$ ， $B(-2,6)$ ， $C(0,4)$ 是直角坐标系平面上三点.

- (1) 把 $\triangle ABC$ 向右平移 4 个单位再向下平移 1 个单位，得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，画出平移后的图形；
- (2) 在 (1) 的条件下，若 $\triangle ABC$ 内部有一点 $P(a, b)$ ，则平移后它的对应点 P_1 的坐标为_____；
- (3) 以原点 O 为位似中心，将 $\triangle ABC$ 缩小为原来的一半，得到 $\triangle A_2B_2C_2$ ，请在所给的坐标系中作出所有满足条件的图形.



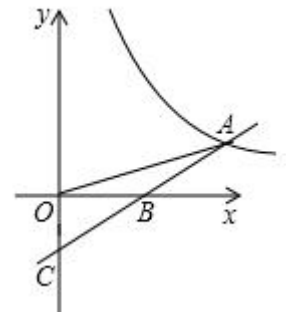
18. (8分) 如图是成都市某在建的大楼，准备上市销售，大楼前有一座有高压线的铁塔 BC 经过，市民想知道高压线的电辐射对居住是否有影响，则需要测量大楼到铁塔的水平距离 DC 的长以及铁塔 BC 的高度，为了安全，不能直接测量铁塔的高度，现在大楼的屋顶 A 处测得铁塔的塔顶 B 的仰角 $\angle BAE = 58^\circ$ ，测得铁塔的塔底 C 的俯角 $\angle EAC = 30^\circ$ ，大楼的高度 $AD = 10\text{ m}$.

- (1) 求水平距离 DC 的长 (结果保留根号)；
- (2) 求铁塔 BC 的高度. (参考数据: $\tan 58^\circ \approx 1.60$, $\sin 58^\circ \approx 0.85$, $\cos 58^\circ \approx 0.53$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)



19. (10分) 已知一次函数 $y = kx + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x} (x > 0)$ 的图象交于点 A ，与 x 轴交于点 $B(5,0)$ ，若 $OB = AB$ ，且 $S_{\triangle OAB} = \frac{15}{2}$.

- (1) 求反比例函数与一次函数的表达式；
- (2) 根据图象，直接写出不等式 $kx + b \leq \frac{m}{x}$ 的解集.



20. (10分) 如图 1， AD 、 BD 分别是 $\triangle ABC$ 的内角 $\angle BAC$ 、 $\angle ABC$ 的平分线，过点 A 作 $AE \perp AD$ ，交的延长线于点 E .

- (1) 求证: $\angle E = \frac{1}{2} \angle C$;
- (2) 如图 2，如果 $AE = AB$ ，且 $BD:DE = 2:3$ ，求 $\cos \angle ABC$ 的值；
- (3) 如果 $\angle ABC$ 是锐角，且 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 相似，求 $\angle ABC$ 的度数，并直接写出 $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}$ 的值.

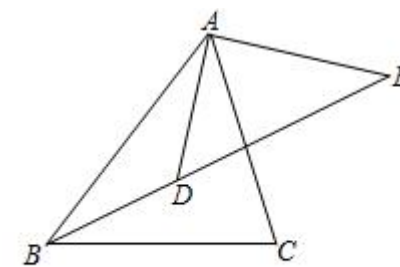


图 1

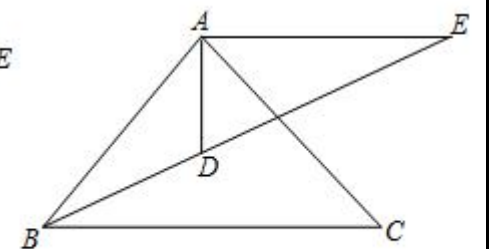


图 2

B 卷（50 分）

一、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

21. 已知 a 、 b 是一元二次方程 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 的两个实根，则 $(a - b)(a + b - 2) + ab$ 的值等于_____.

22. 已知线段 $AB = 10\text{ cm}$ ，点 C 、点 D 是线段 AB 的两个黄金分割点，则线段 CD 的长为_____.

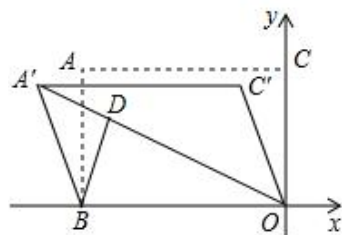
23. 当 $-1 \leq x \leq 2$ 时，二次函数 $y = -(x - h)^2 + 6$ 有最大值 2，则实数 h 的值为_____.

24. 如图，在平面直角坐标系中，矩形 $ABOC$ 的顶点 O 在坐标原点，边 BO 在 x 轴的负半轴上， AC 长为 $\sqrt{5}$ ，若将边 AC 平移至 $A'C'$ 处，此时 A' 坐标为 $(-4, 2)$ ，分别连接 $A'B$ ， $C'O$ ，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像与四边形 $A'BOC'$ 对角线 $A'O$ 交于 D 点，连接 BD ，则当 BD 取得最小值时， k 的值是_____.

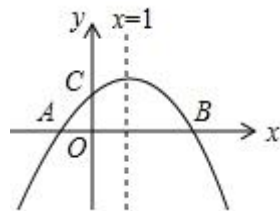
25. 如图，二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图像与 x 轴交于 A 、 B 两点，与 y 轴交于点 C ，且 $OA = OC$ ，

对称轴为直线 $x = 1$ ，则下列结论：① $\frac{b^2 - 4ac}{4a} > 0$ ；② $a + \frac{1}{2}b + \frac{1}{4}c = 0$ ；③ 关于 x 的方程

$ax^2 + bx + c + 2 = 0$ 无实根，④ $ac - b + 1 = 0$ ；⑤ $OA \cdot OB = -\frac{c}{a}$. 其中正确结论的有_____.



第 24 题



第 25 题

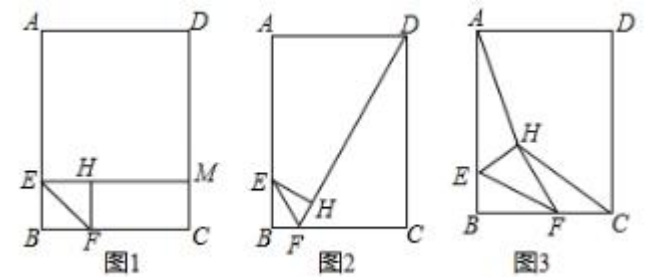
二、解答题（共 30 分）

26. (8 分) 学校附近某蛋糕店出售网红“彩虹包”，成本为 30 元/件，每天销售 y (件) 与销售单价 x (元) 之间存在一次函数关系，当以 40 元每件出售时，每天可以卖 300 件，当以 55 元每件出售时，每天可以卖 150 件.

- (1) 求 y 与 x 之间的函数关系式；
- (2) 如果规定每天“彩虹包”的销售量不低于 240 件，当销售单价为多少元时，每天获取的利润最大，最大利润是多少？
- (3) 该蛋糕店店主热心公益事业，决定从每天的销售利润中捐出 150 元给希望工程，为了保证捐款后每天剩余利润不低于 3600 元，试直接写出该“彩虹包”销售单价的范围.

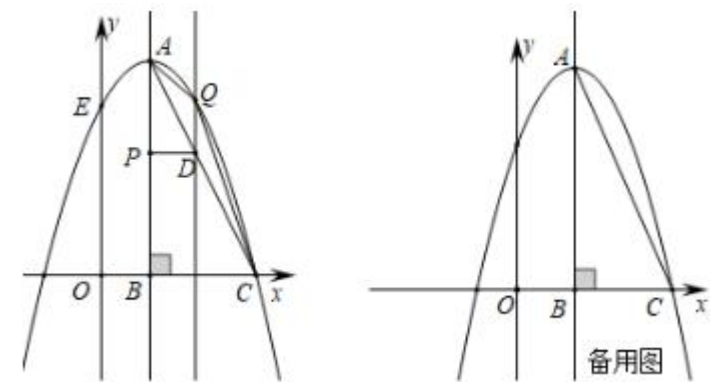
27. (10 分) 如图，点 E 、 F 分别在矩形 $ABCD$ 的边 AB 、 BC 上，连接 EF ，将 $\triangle BEF$ 沿直线 EF 翻折得到 $\triangle HEF$ ， $AB = 8$ ， $BC = 6$ ， $AE:EB = 3:1$.

- (1) 如图 1，当 $\angle BEF = 45^\circ$ 时， EH 的延长线交 DC 于点 M ，求 HM 的长；
- (2) 如图 2，当 FH 的延长线经过点 D 时，求 $\tan \angle FEH$ 的值；
- (3) 如图 3，连接 AH 、 HC ，当点 F 在线段 BC 上运动时，试探究四边形 $AHCD$ 的面积是否存在最小值？若存在，求出四边形 $AHCD$ 的面积的最小值；若不存在，请说明理由.



28. (12 分) 如图，在平面直角坐标系中， $Rt\triangle ABC$ 的边 BC 在 x 轴上， $\angle ABC = 90^\circ$ ，以 A 为顶点的抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过点 $C(3, 0)$ ，交 y 轴于点 $E(0, 3)$ ，动点 P 在对称轴上.

- (1) 求抛物线解析式；
- (2) 若点 P 从 A 点出发，沿 $A \rightarrow B$ 方向以 1 个单位/秒的速度匀速运动到点 B 停止，设运动时间为 t 秒，过点 P 作 $PD \perp AB$ 交于点 D ，过点 D 平行于 y 轴的直线 l 交抛物线于点 Q ，连接 AQ 、 CQ ，当 t 为何值时， $\triangle ACQ$ 的面积最大？最大值是多少？
- (3) 若点 M 是平面内的任意一点，在 x 轴上方是否存在点 P ，使得以点 P 、 M 、 E 、 C 为顶点的四边形是菱形，若存在，请直接写出符号条件的 M 点坐标；若不存在，请说明理由.



九 年 级 上 学 期 数 学 10 月 月 考 试 题 卷——参 考 答 案

A 卷

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	B	C	A	B	D	C	D	C	B

二、填空题（每小题 4 分，共 16 分）

11、 $b(a+1)(a-1)$ ； 12、 $x \geq 1$ 且 $x \neq 3$ ； 13、 $y = -x^2 - 2x + 1$ ； 14、 $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ；

三、解答题（本题 6 个小题，共 54 分）

15、（每小题 6 分，共 12 分）

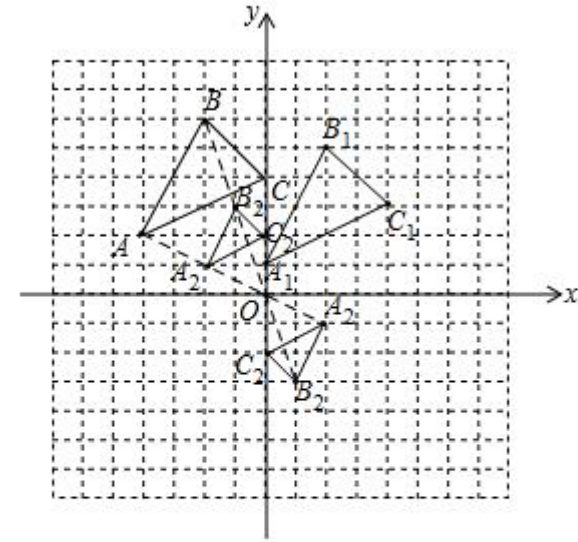
(1) $2 - 2\sqrt{3}$ ； (2) $x = 4$ ；

16. (本小题满分 6 分)

$\frac{x}{x+1}$ ； $\frac{3}{4}$

17、（本题满分 8 分）

解：（1）如图所示， $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求；



（2） $\because \triangle ABC$ 向右平移 4 个单位再向下平移 1 个单位，得到 $\triangle A_1B_1C_1$

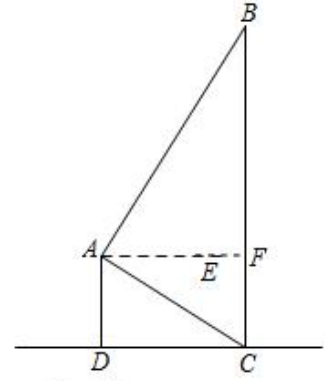
\therefore 点 $P(a, b)$ 的对应点 P_1 的坐标为 $(a+4, b-1)$ ，

故答案为： $(a+4, b-1)$ ；

（3）如图所示， $\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求。

18、（本题满分 8 分）

解：如图，延长 AE 交 BC 于点 F ，则 $AF \perp BC$ 于点 F ，



$\because AD = 10m$ ，

$\therefore CF = AD = 10$ ，

在 $Rt\triangle ACF$ 中， $\because \angle CAF = 30^\circ$ ，

$\therefore AF = \frac{CF}{\tan \angle CAF} = \frac{10}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 10\sqrt{3} (m)$ ，

在 $Rt\triangle ABF$ 中， $\because \angle BAF = 58^\circ$ ，

$\therefore BF = AF \tan \angle BAF \approx 10\sqrt{3} \times 1.60 \approx 27.68$ ，

则 $BC = BF + CF = 27.68 + 10 = 37.68 (m)$ ，

答：铁碳 BC 的高度约为 $37.68m$ 。

19、（本题满分 10 分）

解：（1）如图 1，过点 A 作 $AD \perp x$ 轴于 D ，

$\therefore B(5, 0)$ ，

$\therefore OB = 5$ ，

$\because S_{\triangle OAB} = \frac{15}{2}$ ，

$\therefore \frac{1}{2} \times 5 \times AD = \frac{15}{2}$ ，

$\therefore AD = 3$ ，

$\because OB = AB$ ，

$\therefore AB = 5$ ，

在 $Rt\triangle ADB$ 中， $BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = 4$ ，

$\therefore OD = OB + BD = 9$ ，

$\therefore A(9, 3)$ ，

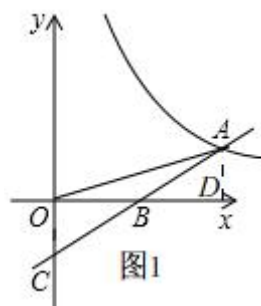
将点 A 坐标代入反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 中得， $m = 9 \times 3 = 27$ ，

\therefore 反比例函数的解析式为 $y = \frac{27}{x}$ ，

将点 $A(9, 3)$ ， $B(5, 0)$ 代入直线 $y = kx + b$ 中， $\begin{cases} 9k + b = 3 \\ 5k + b = 0 \end{cases}$

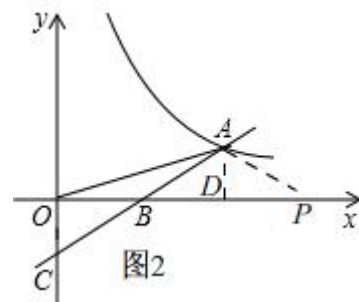
$\therefore \begin{cases} k = \frac{3}{4} \\ b = -\frac{15}{4} \end{cases}$

\therefore 直线 AB 的解析式为 $y = \frac{3}{4}x - \frac{15}{4}$ ；



(2) 由(1)知, $AB=5$,
 $\therefore \triangle ABP$ 是等腰三角形,
 \therefore ①当 $AB=PB$ 时,
 $\therefore PB=5$,
 $\therefore P(0,0)$ 或 $(10,0)$,
 ②当 $AB=AP$ 时, 如图2,
 由(1)知, $BD=4$,
 易知, 点 P 与点 B 关于 AD 对称,
 $\therefore DP=BD=4$,
 $\therefore OP=5+4+4=13$, $\therefore P(13,0)$,
 ③当 $PB=AP$ 时, 设 $P(a,0)$,
 $\therefore A(9,3), B(5,0)$,
 $\therefore AP^2=(9-a)^2+9, BP^2=(5-a)^2$,
 $\therefore (9-a)^2+9=(5-a)^2$
 $\therefore a=\frac{65}{8}$,
 $\therefore P(\frac{65}{8},0)$,

即: 满足条件的点 P 的坐标为 $(0,0)$ 或 $(10,0)$ 或 $(13,0)$ 或 $(\frac{65}{8},0)$



20、(本题满分 10 分)

(1) 证明: 如图1中,

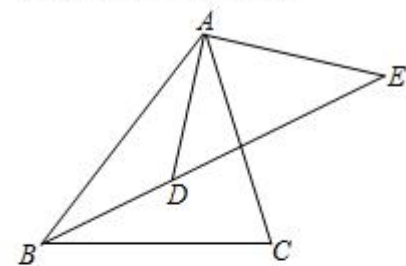


图 1

$\therefore AE \perp AD$,
 $\therefore \angle DAE = 90^\circ$, $\angle E = 90^\circ - \angle ADE$,
 $\therefore AD$ 平分 $\angle BAC$,
 $\therefore \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC$, 同理 $\angle ABD = \frac{1}{2} \angle ABC$,
 $\therefore \angle ADE = \angle BAD + \angle DBA$, $\angle BAC + \angle ABC = 180^\circ - \angle C$,
 $\therefore \angle ADE = \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle BAC) = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle C$,
 $\therefore \angle E = 90^\circ - (90^\circ - \frac{1}{2} \angle C) = \frac{1}{2} \angle C$.

(2) 解: 延长 AD 交 BC 于点 F .

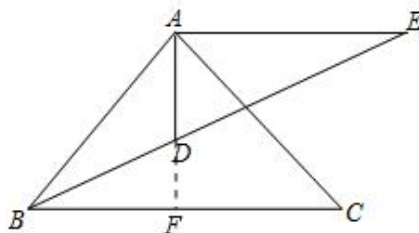


图 2

$\therefore AB = AE$,
 $\therefore \angle ABE = \angle E$,
 BE 平分 $\angle ABC$,
 $\therefore \angle ABE = \angle EBC$,
 $\therefore \angle E = \angle CBE$,
 $\therefore AE \parallel BC$,
 $\therefore \angle AFB = \angle EAD = 90^\circ$, $\frac{BF}{AE} = \frac{BD}{DE}$,
 $\therefore BD : DE = 2 : 3$,
 $\therefore \cos \angle ABC = \frac{BF}{AB} = \frac{BF}{AE} = \frac{2}{3}$.

(3) $\therefore \triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 相似, $\angle DAE = 90^\circ$,
 $\therefore \angle ABC$ 中必有一个内角为 90° ,
 $\therefore \angle ABC$ 是锐角,
 $\therefore \angle ABC \neq 90^\circ$.

①当 $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$ 时,
 $\therefore \angle E = \frac{1}{2} \angle C$,
 $\therefore \angle ABC = \angle E = \frac{1}{2} \angle C$,
 $\therefore \angle ABC + \angle C = 90^\circ$,
 $\therefore \angle ABC = 30^\circ$, 此时 $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = 2 - \sqrt{3}$.
 ②当 $\angle C = \angle DAE = 90^\circ$ 时, $\angle E = \frac{1}{2} \angle C = 45^\circ$,
 $\therefore \angle EDA = 45^\circ$,
 $\therefore \triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 相似,
 $\therefore \angle ABC = 45^\circ$, 此时 $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = 2 - \sqrt{2}$.

综上所述, $\angle ABC = 30^\circ$ 或 45° , $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = 2 - \sqrt{3}$ 或 $2 - \sqrt{2}$.

B 卷

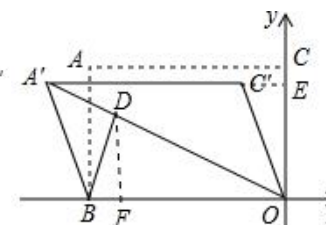
一、填空题

21、-1; 22、 $-20 + 10\sqrt{5}$; 23、4或-3; 24、 $-\frac{8}{5}$ 25、④⑤

24.

解: 当 $BD \perp OA'$ 时, BD 取得最小值,
 延长 $A'C'$ 交 y 轴于 E , 如图,
 $\therefore A'C' \parallel OB$,
 $\therefore A'E \perp y$ 轴, $\angle BOD = \angle EA'O$,
 $\therefore \angle BDO = \angle OEA'$,
 $\therefore \triangle BDO \sim \triangle OEA'$,
 $\therefore \frac{BD}{OE} = \frac{OD}{AE} = \frac{OB}{OA'}$,
 $\therefore A'$ 坐标为 $(-4, 2)$,
 $\therefore A'E = 4$, $OE = 2$,
 $\therefore OA' = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$,
 $\therefore OB = AC = \sqrt{5}$,
 $\therefore \frac{BD}{2} = \frac{OD}{4} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}$,
 $\therefore BD = 1$, $OD = 2$,
 作 $DF \perp OB$ 于 F ,
 $\therefore \frac{1}{2} BD \cdot OD = \frac{1}{2} OB \cdot DF$, 即 $1 \times 2 = \sqrt{5} DF$,
 $\therefore DF = \frac{2\sqrt{5}}{5}$,
 $\therefore D$ 的纵坐标为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$,

设直线 OA' 的解析式为 $y = kx$,
 $\therefore 2 = -4k$, 解得 $k = -\frac{1}{2}$,
 \therefore 直线 OA' 的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x$,
 把 $y = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ 代入得, $\frac{2\sqrt{5}}{5} = -\frac{1}{2}x$, 解得 $x = -\frac{4\sqrt{5}}{5}$,
 $\therefore D(-\frac{4\sqrt{5}}{5}, \frac{2\sqrt{5}}{5})$,
 \therefore 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象过 D 点,
 $\therefore k = -\frac{4\sqrt{5}}{5} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} = -\frac{8}{5}$,



二、解答题

26、

解：（1）设 y 与 x 之间的函数关系式： $y=kx+b$ ，

$$\begin{cases} 40k+b=300 \\ 55k+b=150 \end{cases}$$

$$\text{解得：}\begin{cases} k=-10 \\ b=700 \end{cases}$$

$\therefore y$ 与 x 之间的函数关系式为： $y=-10x+700$ ；

（2）由题意，得 $-10x+700 \geq 240$ ，

解得 $x \leq 46$ ，

设利润为 w 元，

则 $w=(x-30) \cdot y$

$$=(x-30)(-10x+700)$$

$$=-10x^2+1000x-21000$$

$$=-10(x-50)^2+4000,$$

$$\because -10 < 0,$$

$\therefore x < 50$ 时， w 随 x 的增大而增大，

$$\therefore x=46 \text{ 时，} w \text{ 大} = -10(46-50)^2+4000=3840,$$

答：当销售单价为46元时，每天获取的利润最大，最大利润是3840元

$$(3) w-150=-10x^2+1000x-21000-150=3600,$$

$$-10(x-50)^2=-250,$$

$$\text{解得：} x_1=55, x_2=45,$$

$$\because a=-10 < 0,$$

\therefore 当 $45 \leq x \leq 55$ 时，捐款后每天剩余利润不低于3600元。

27、

解：（1）如图1中，

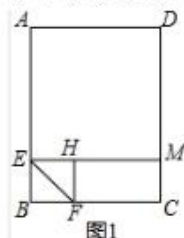


图1

当 $\angle BEF=45^\circ$ 时，易知四边形 $EBFH$ 是正方形

$$\because AB=8, AE:EB=3:1,$$

$$\therefore AE=6, EB=2,$$

$$\because \angle C=\angle EBC=\angle BEM=90^\circ,$$

\therefore 四边形 $EBCM$ 是矩形。

$$\therefore EM=BC=6,$$

$$\therefore EH=BE=2,$$

$$\therefore HM=6-2=4.$$

（2）如图2中，连接 DE 。

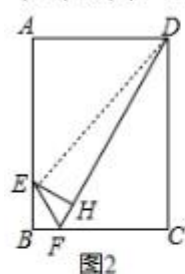


图2

在 $Rt\triangle EAD$ 中， $\because \angle A=90^\circ, AD=AB=6$ ，

$$\therefore DE=6\sqrt{2},$$

$$\text{在 } Rt\triangle EDH \text{ 中，} DH=\sqrt{DE^2-EH^2}=2\sqrt{17}$$

$$\text{设 } BF=FH=x, \text{ 则 } DF=x+2\sqrt{17}, FC=6-x,$$

$$\text{在 } Rt\triangle DFC \text{ 中，} DF^2=DC^2+CF^2,$$

$$\therefore (2\sqrt{17}+x)^2=8^2+(6-x)^2,$$

$$\therefore x=\sqrt{17}-3,$$

$$\therefore \tan \angle FEH = \frac{FH}{EH} = \frac{\sqrt{17}-3}{2}.$$

（3）如图3中，连接 AC ，作 $EM \perp AC$ 于 M 。

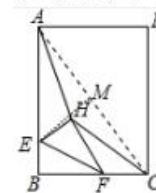


图3

$$\because \angle EAM=\angle BAC, \angle AME=\angle B=90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AME \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{EM}{BC},$$

$$\therefore \frac{6}{\sqrt{6^2+8^2}} = \frac{EM}{6},$$

$$\therefore EM = \frac{18}{5},$$

$$\because S_{\text{四边形 } AHCD} = S_{\triangle ACH} + S_{\triangle ADC}, S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24,$$

\therefore 当 $\triangle ACH$ 的面积最小时，四边形 $AHCD$ 的面积最小，

$$\because \text{当 } EH \text{ 与 } EM \text{ 重合时，点 } H \text{ 到直线 } AC \text{ 的距离最小，最小值} = \frac{18}{5} - 2 = \frac{8}{5},$$

$$\therefore \triangle ACH \text{ 的面积的最小值} = \frac{1}{2} \times 10 \times \frac{8}{5} = 8,$$

$$\therefore \text{四边形 } AHCD \text{ 的面积的最小值为 } 8+24=32.$$

28、

$$\text{解：（1）将点 } C、E \text{ 的坐标代入二次函数表达式得：} \begin{cases} -9+3b+c=0 \\ c=3 \end{cases}, \text{ 解得：} \begin{cases} b=2 \\ c=3 \end{cases}$$

故抛物线的表达式为： $y=-x^2+2x+3$ ，

则点 $A(1, 4)$ ；

（2）将点 $A、C$ 的坐标代入一次函数表达式并解得：

直线 AC 的表达式为： $y=-2x+6$ ，

$$\text{点 } P(1, 4-t), \text{ 则点 } D(\frac{t+2}{2}, 4-t), \text{ 设点 } Q(\frac{t+2}{2}, 4-\frac{t^2}{4}),$$

$$S_{\triangle ACQ} = \frac{1}{2} \times DQ \times BC = -\frac{1}{4}t^2 + t,$$

$$\because -\frac{1}{4} < 0, \text{ 故 } S_{\triangle ACQ} \text{ 有最大值，当 } t=2 \text{ 时，其最大值为 } 1;$$

（3）设点 $P(1, m)$ ，点 $M(x, y)$ ，

①当 EC 是菱形一条边时，

当点 M 在点 P 右方时，

点 E 向右平移3个单位、向下平移3个单位得到 C ，

则点 P 向右平移3个单位、向下平移3个单位得到 M ，

$$\text{则 } 1+3=x, m-3=y,$$

$$\text{而 } MP=EP \text{ 得：} 1+(m-3)^2=(x-1)^2+(y-m)^2,$$

$$\text{解得：} y=m-3=\sqrt{17},$$

$$\text{故点 } M(4, \sqrt{17});$$

当点 M 在点 P 左方时，

同理可得：点 $M(-2, 3+\sqrt{14})$ ；

②当 EC 是菱形一对角线时，

则 EC 中点即为 PM 中点，

$$\text{则 } x+1=3, y+m=3,$$

$$\text{而 } PE=PC, \text{ 即 } 1+(m-3)^2=4+m^2,$$

$$\text{解得：} m=1,$$

$$\text{故 } x=2, y=3-m=3-1=2,$$

故点 $M(2, 2)$ ；

综上，点 $M(4, \sqrt{17})$ 或 $(-2, 3+\sqrt{14})$ 或 $M(2, 2)$