

(总分: 150 分 考试时间: 120 分钟)

参考公式: 抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的顶点坐标为 $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$, 对称轴为 $x = -\frac{b}{2a}$.

一、选择题 (本大题 12 个小题, 每小题 4 分, 共 48 分) 在每个小题的下面, 都给出了代号为 A、B、C、D 的四个答案, 其中只有一个是正确的. 请将答题卡上对应题目的正确答案标号涂黑.

1. 下列各数中, 比 -3 小的数是 ()

A. $-\pi$

B. -2

C. -1

D. 0

2. 下列商标中, 既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是 ()



A.



B.



C.



D.

3. 下列运算正确的是 ()

A. $2a + 3b = 5ab$

B. $(-3x^2y^3)^2 = 9x^4y^5$

C. $(x-1)^2 = x^2 - 1$

D. $6a^2b \div (-2ab) = -3a$

4. 估计 $2\sqrt{3} \times (\sqrt{12} - 1)$ 的运算结果应在 ()

A. 7 到 8 之间

B. 8 到 9 之间

C. 9 到 10 之间

D. 10 到 11 之间

5. 下列说法正确的是 ()

A. 若 $a = b$, 则 $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$

B. 若 $a < b < 0$, 则 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

C. 若 $x^2 = x$, 则 $x = 1$

D. 若 $\frac{x}{3a} = \frac{y}{2a}$, 则 $3x = 2y$

6. 已知实数 a, b 在数轴上对应点的位置如图所示, 化简

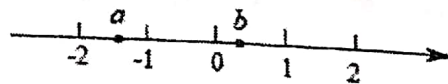
$\sqrt{(a+b)^2} - |a-b|$ 的结果为 ()

A. $2b$

B. $-2b$

C. $2a$

D. $-2a$



(第 6 题图)

7. 我国古代第一部数学专著《九章算术》中有这样一道题: “今有上禾七秉, 损实一斗, 益之下禾二秉, 而实一十斗; 下禾八秉, 益实一斗与上禾二秉, 而实一十斗. 问上、下禾实一秉各几何?”. 大意为: 今有 7 捆上等禾结出的粮食, 减去 1 斗上等禾再加上 2 捆下等



A. $\begin{cases} (7x-1)+2y=10, \\ (8x+1)+2y=10 \end{cases}$ B. $\begin{cases} (7x+1)+2y=10, \\ 2x+(8y-1)=10 \end{cases}$

C. $\begin{cases} (7x-1)+2y=10, \\ 2x+(8y+1)=10 \end{cases}$

B.
$$\begin{cases} (7x+1)+2y=10, \\ 2x+(8y-1)=10 \end{cases}$$

D. $\begin{cases} (7x+1)+2y=10, \\ (8x-1)+2y=10 \end{cases}$

```

graph LR
    Input[输入x] --> Decision{x > 0}
    Decision -- 是 --> Process1["-1/x"]
    Decision -- 否 --> Process2["|x|"]
    Process1 --> Output[输出结果]
    Process2 --> Output
    Output --> Input

```

A. $\frac{1}{2}$

B. $-\frac{1}{2}$

C. 2

D. -2

的图象交 AB 于点 C , 且 $AC:CB=2:1$, $S_{\triangle OAC}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$, 则 k 的值为 ()

A. $\frac{3}{2}$

B. $\sqrt{3}$

C. 2

D. $2\sqrt{3}$

(第 10 题图)

A. 301.3 米

B. 322.5 米

C. 350.2 米

D. 418.5米

11. 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2-3x \geq 5, \\ \frac{x+a}{3} + 1 > \frac{1+a}{2} \end{cases}$ 至多有 3 个整数解, 且关于 x 的分式方程

$\frac{3}{x-1} - \frac{a}{1-x} = -2$ 的解为非负数, 则符合条件的所有整数 a 的和为 ()

A. -15

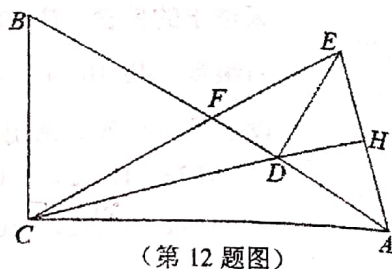
B. -12

C. -9

D. -7



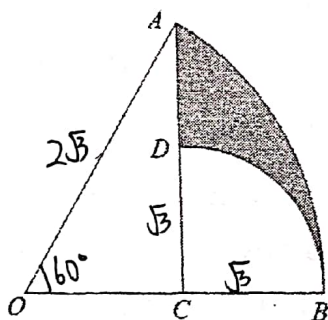
12. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $BC=\sqrt{6}+\sqrt{2}$, 点 D 为边 AB 上一点, 连接 CD . 将 $\triangle ACD$ 沿直线 CD 翻折至 $\triangle ECD$, CE 恰好过 AB 的中点 F . 连接 AE 交 CD 的延长线于点 H . 若 $\angle ACD=15^\circ$, 则 DH 的长为()
- A. $\sqrt{6}$ B. $\sqrt{3}$
C. $\sqrt{2}$ D. 1



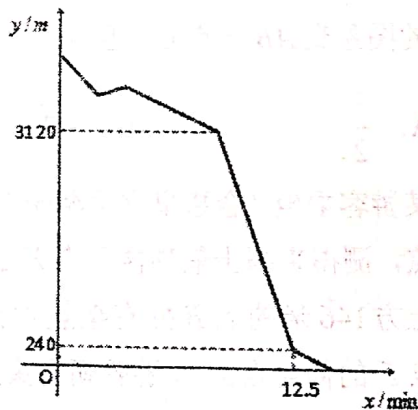
(第 12 题图)

二、填空题 (本大题 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分) 请将每小题的答案直接填在答题卡中对应的横线上.

13. 计算: $-1^{2019} - \sqrt{3} \tan 60^\circ + \sqrt{27} + (-\frac{1}{2})^{-2} =$ _____.
14. 已知 $x=0$ 是关于 x 的一元二次方程 $(m-3)x^2 + x + m^2 - 9 = 0$ 的一个根, 则 $m =$ _____.
15. 不透明的盒子中装有除标号外完全相同的 4 个小球, 小球上分别标有数 $-4, -2, 3, 5$. 从盒子中随机抽取一个小球, 数记为 a , 再从剩下的球中随机抽取一个小球, 数记为 b , 则使得点 $(a, a+b)$ 在第一象限的概率为 _____.
16. 如图, 扇形 OAB 以 O 为圆心, $2\sqrt{3}$ 为半径, 圆心角 $\angle AOB = 60^\circ$. 点 C 为 OB 的中点, 连接 AC . 以 C 为圆心, CB 为半径画弧, 交 AC 于点 D , 则图中阴影部分的面积为 _____ (结果保留 π).



(第 16 题图)



(第 17 题图)

17. 10 月期间, 我市庆祝新中国成立 70 周年“祖国万岁”的主题灯光秀展示了两江四岸流光溢彩的壮美之景. 周末, 小明和小华相约一起乘轻轨去看灯光秀. 已知小明家、轻轨站和小华家顺次分布在同一条笔直的公路上. 小明、小华打算以各自的速度步行到轻轨站, 小明出发 3 分钟后, 小华从家里出发, 走了两分钟, 小华想起没带相机, 立即掉头以原速的 $\frac{4}{3}$ 返回家中取相机, 并在家中耽搁停留 5 分钟, 发现时间来不及便立即打车前往轻轨站, 最终比小明早到 2 分钟. 如图是两人之间的距离与小华出发时间之间的关系, 则小明家离轻轨站的距离比小华家离轻轨站的距离少 _____ 米.



18. 国庆期间,《我和我的祖国》、《中国机长》、《攀登者》这三部电影在全国各大影院热映.某影院有 A、B、C 三类观影厅,可容纳的观影人数分别为 100 人,60 人,80 人.三部电影在各播放厅的票价如下表:

	A 类厅	B 类厅	C 类厅
《我和我的祖国》	30 元	36 元	无
《中国机长》	40 元	45 元	50 元
《攀登者》	40 元	45 元	无

10 月 6 日那天,在 A 类厅,《我和我的祖国》的播放场次是《攀登者》的播放场次的 1.5 倍,《中国机长》的播放场次比《我和我的祖国》的播放场次多 3 场;在 B 类厅,《攀登者》的播放场次是《我和我的祖国》的播放场次的一半,《中国机长》的播放场次比《我和我的祖国》的播放场次的 $\frac{3}{4}$ 多 1 场;《中国机长》在 C 类厅的播放场次比在 A 类厅的播放场次的 $\frac{1}{3}$ 多 1 场;《攀登者》在 B 类厅的播放场次是在 A 类厅播放场次的 $\frac{5}{4}$ 倍;B 类厅当天的总播放场次不超过 50 场.已知《我和我的祖国》和《中国机长》在各类厅的平均售票率为 80%,在各种票都以原价售出的前提下,当《攀登者》的售票率至少为_____时,才能保证该影院当天这三部电影的销售额不低于 200520 元.

三、解答题 (本大题 7 个小题,每小题 10 分,共 70 分) 解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤,画出必要的图形(包括辅助线),请将解答过程写在答题卡中对应的位置上.

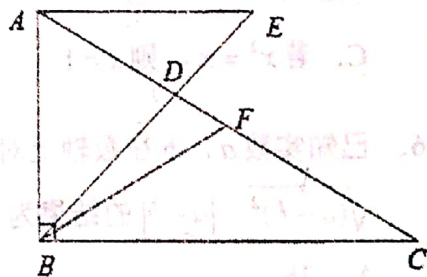
19. 计算:

$$(1) (x+2y)^2 - (x-y)(x-4y)$$

$$(2) \left(\frac{5}{x+2} - x + 2 \right) \div \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 + 2x}$$

20. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, BD 为 $\angle ABC$ 的角平分线, F 为 AC 的中点, $AE \parallel BC$ 交 BD 的延长线于点 E , 其中 $\angle FBC = 2\angle FBD$.

- (1) 求 $\angle EDC$ 的度数;
(2) 求证: $BF = AE$.

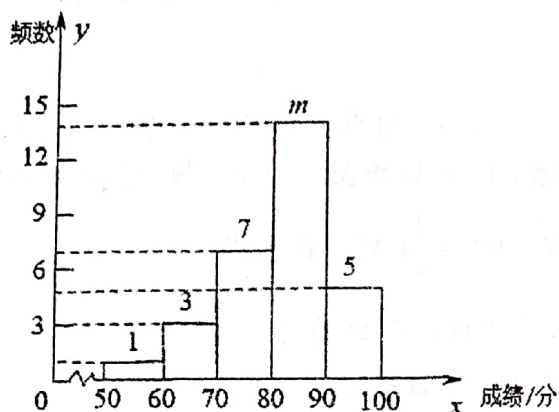


21. 重庆,别称“山城”、“雾都”,旅游资源丰富,自然人文旅游景点独具特点.近年来,重庆以其独特“3D 魔幻”般的城市魅力吸引了众多海内外游客,成为名副其实的旅游打卡网红城市.某中学想了解该校九年级 1200 名学生对重庆自然人文旅游景点的了解情况,从九(1)、九(2)班分别抽取了 30 名同学进行测试,获得了他们的成绩(百分制),并对数据(成绩)进行整理、描述和分析.下面给出了部分信息.

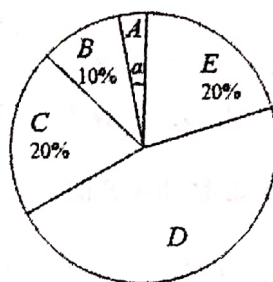


- a. 测试成绩分成 5 组, 其中 A 组: $50 < x \leq 60$, B 组: $60 < x \leq 70$, C 组: $70 < x \leq 80$, D 组: $80 < x \leq 90$, E 组: $90 < x \leq 100$. 测试成绩统计图如下:

九 (1) 班测试成绩频数分布直方图



九 (2) 班测试成绩扇形统计图



- b. 九 (2) 班 D 组的测试成绩分别是: 81、82、82、83、84、85、86、87、88、89、89、90、90、90.

- c. 九 (1) (2) 班测试成绩的平均数、中位数、众数如下:

课程	平均数	中位数	众数
九 (1)	84.2	84	89
九 (2)	84.6	n	90

根据以上信息, 回答下列问题:

- 根据题意, 直接写出 m, n 的值: $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$; 九 (2) 班测试成绩扇形统计图中 A 组的圆心角 $\alpha = \underline{10}^\circ$.
- 在此次测试中, 你认为 九 (2) 班的学生对重庆自然人文景点更了解 (填 “九 (1)” 或 “九 (2)”), 请说明理由 (一条理由即可): 九 (2) 班的众数是 90, 高于九 (1) 班的众数 89.
- 假设该校九年级学生都参加此次测试, 测试成绩大于 90 分为优秀, 请估计该校九年级对重庆自然人文景点的了解达到优秀的人数.

22. 定义: 点 A 与 $\odot O$ 上所有点的连线段中, 长度的最小值称为点 A 到 $\odot O$ 的最小距离, 记为 m_A ; 点 A 与 $\odot O$ 上所有点的连线段中, 长度的最大值称为点 A 到 $\odot O$ 的最大距离, 记为 M_A .

如图, $\odot O$ 的半径为 r , 点 A 在 $\odot O$ 外, 且 $OA = d$, 则 $m_A = d - r$. 证明如下:

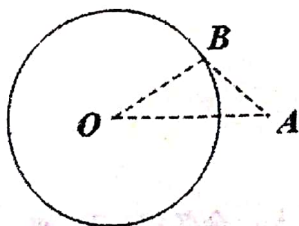


图 1

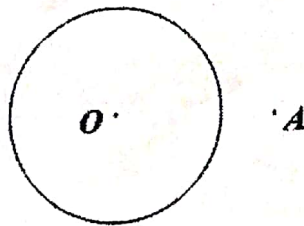


图 2



证明：如图 1，设 B 为圆上任意一点，连结 OA 、 OB 、 AB

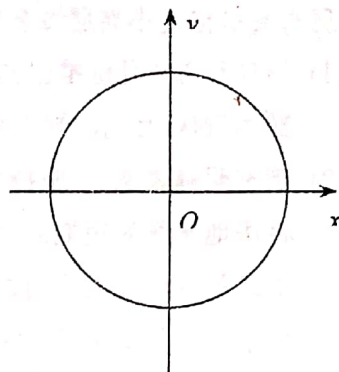
①当 O 、 A 、 B 不共线时， $AB > OA - OB$

即 $AB > d - r$

②当 O 、 A 、 B 共线时， $AB = OA - OB$

即 $AB = d - r$

综上， $AB \geq d - r$ ，即 $m_A = d - r$



(1) 利用刚才的证明，结合所给的图 2， $\odot O$ 的半径为 r ，点 A 在 $\odot O$ 外，且 $OA = d$ ，探究 M_A 。你的结论是 $M_A = \underline{\hspace{2cm}}$ ，请证明你的结论；

(2) 已知 $\odot O$ 的半径为 2， $m_A = 4$ ，则 $M_A = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(3) 在平面直角坐标系中，以原点 O 为圆心，6 为半径作 $\odot O$ ，第二象限的点 A 的坐标为 $(-3, a)$ ，且 $m_A = 1$ ，求 a 的值。

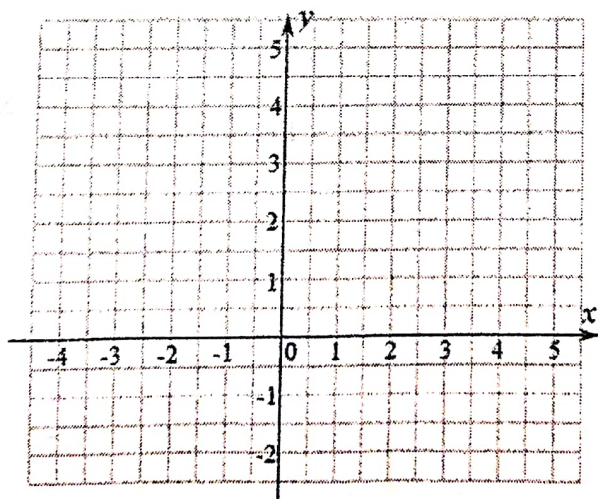
23. 在初中阶段的函数学习中，我们经历了“确定函数的解析式——利用函数图象研究其性质——运用函数解决问题”的学习过程。在画函数图象时，我们可以通过描点或平移或翻折等方法画出函数图象。下面我们对函数 $y = \left| \frac{1}{x-1} - 1 \right|$ 展开探索，请补充以下探索过程：

(1) 列表：

x	...	-1	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$...	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{7}{4}$	2	$\frac{9}{4}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{11}{4}$	3	...
y	...	$\frac{3}{2}$	$\frac{11}{7}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{9}{5}$	2	$\frac{7}{3}$	3	a	...	3	1	$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$	b	$\frac{1}{2}$...

直接写出函数自变量 x 的取值范围 $\underline{\hspace{2cm}}$ ，及 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 在给出的平面直角坐标系中，请用你喜欢的方法画出这个函数的图象，并写出这个函数的一条性质： $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



(3) 若方程 $\left| \frac{1}{x-1} - 1 \right| = m$ 有且只有一个解，直接写出 m 的值： $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



24. 9月、10月是房地产行业的传统销售旺季，素有“金九银十”之称. 重庆某开发商两江新区项目部为了赶上销售旺季，在今年9月推出小高层和洋房两种房型共100套，其中洋房每套价格是小高层每套价格的2倍.

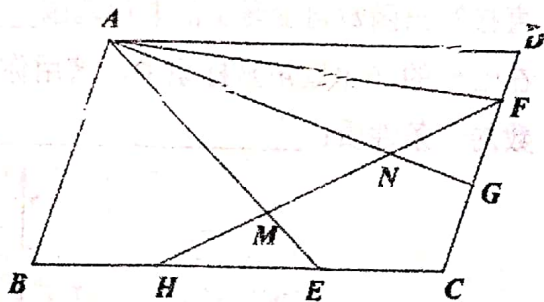
(1) 该项目部9月份推出的两种房型全部售完，其中小高层销售额为7200万元，洋房销售额为9600万元，则小高层每套价格为多少万元？

(2) 国家明确表态：“坚持房子是用来住的，不是用来炒的，落实房地产长效管理机制，不将房地产作为短期刺激经济的手段.” 随后出台“银行资金不得流向房市”等相关政策. 受政策及经济大环境影响，市民购房欲望下降，房市遇冷. 在(1)问的基础上，10月份小高层每套降价 $a\%$ ，洋房每套降价 $2a\%$ ；为完成10月份销售任务，该项目部决定小高层的套数增加 $\frac{20}{3}a\%$ ，洋房的套数增加 $\frac{5a}{2}\%$ ；到月底，小高层卖出95%，洋房卖出80%；为回笼资金，该项目部在该月最后一天推出6套“钜惠”商铺，每套380万元，且成功将6套商铺全部售出，最终实现10月份总销售额在9月份总销售额基础上增加 $\frac{16}{7}a\%$ ，求 a 的值.

25. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 H, E 在 BC 边上，点 G, F 在 CD 边上，连接 AF, AG, AE, HF ， AG 垂直平分 CF ， HF 分别交 AE, AG 于点 M, N ， $\angle AEB = 45^\circ$ ， $\angle FHC = \angle GAE$.

(1) 若 $AF = \sqrt{34}$ ， $\tan \angle FAG = \frac{1}{4}$ ，求 AN ；

(2) 若 $\angle FHC = 2\angle FAG$ ，求证： $\sqrt{2}AE = MN + BE$.



四、解答题 (本大题 1 个小题, 共 8 分) 解答时必须给出必要的演算过程或推理步骤, 画出必要的图形 (包括辅助线), 请将解答过程写在答题卡中对应的位置上.

26. 已知二次函数 $y = -x^2 + \frac{5}{3}x + 4$ 图象与 x 轴交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C .

(1) 如图 1, 点 P 是直线 BC 上方的抛物线上一动点, 过点 P 作 $PD \perp x$ 轴交 BC 于点 E , 交 x 轴于点 D . 点 M 为线段 OC 上一动点, 过点 M 作 $MN \parallel x$ 轴交抛物线的对称轴于点 N , 当四边形 $BOCP$ 面积最大时, 求 $EN + MN + \frac{4}{5}CM$ 的最小值.

(2) 在 (1) 的条件下, 将 $\triangle AMN$ 在直线 CN 上平移, 点 M 的对应点为点 M' , 是否存在点 M' 使得 $\triangle MOM'$ 成为等腰三角形? 若存在, 请直接写出点 M' 的坐标; 若不存在, 说明理由.

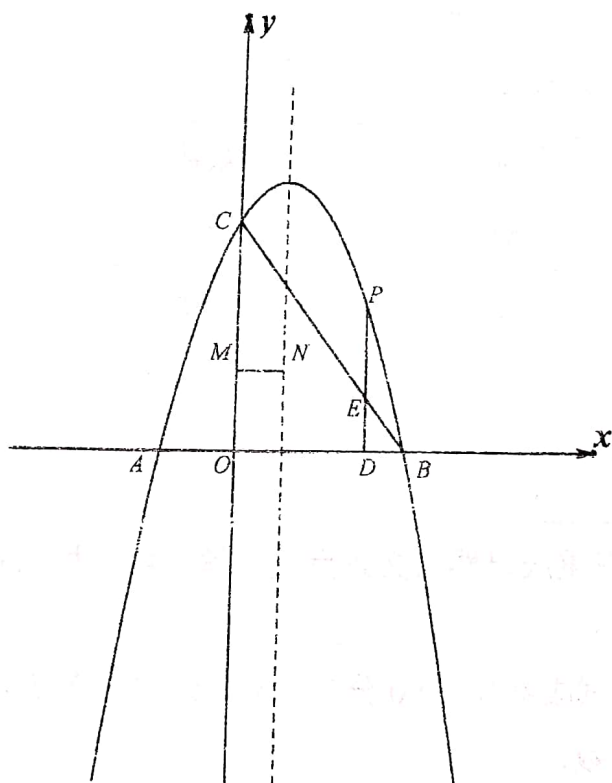
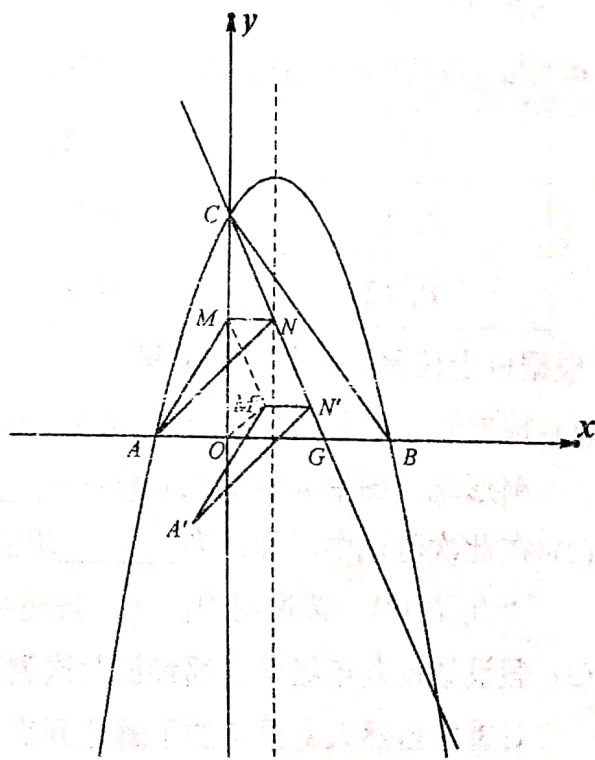


图 1



备用图

