

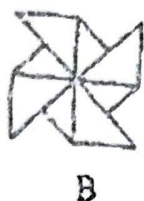
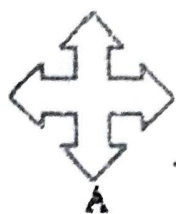
初三年级数学试卷

一. 选择题 (每小题 3 分, 共 30 分)

1. 下列方程是一元二次方程的是 ()

- A. $(x+2)^2 = x^2 - 3$ B. $x^2 + \frac{1}{x} = 1$ C. $ax^2 + bx + c = 0$ D. $(x+1)(x-3) = 0$

2. 下列图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



3. 若 x_1, x_2 是关于 x 的方程 $x^2 - ax + 2a = 0$ 的两实根, 且 $x_1^2 + x_2^2 = 5$, 则 a 的值是 ()

- A. -1 或 5 B. 5 C. -1 D. 1

4. 一元二次方程 $4y^2 - 4y - 3 = 0$, 配方后化为 ()

- A. $(y + \frac{1}{2})^2 = 1$ B. $(y - \frac{1}{2})^2 = 1$ C. $(y + \frac{1}{2})^2 = \frac{3}{4}$ D. $(y - \frac{1}{2})^2 = \frac{3}{4}$

5. 已知 $M = \frac{5}{7}a - 1$, $N = a^2 - \frac{2}{7}a$ (a 为任意实数), 则 M, N 的大小为 ()

- A. $M > N$ B. $M < N$ C. $M = N$ D. 不能确定

6. 已知二次函数 $y = -3(x+1)^2 + 2$ 的图像上有三点, $A(\sqrt{3}, y_1), B(-3, y_2)$

$C(\sqrt{5}, y_3)$, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系 ()

- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_3 > y_2 > y_1$ C. $y_2 > y_1 > y_3$ D. $y_3 > y_1 > y_2$

7. 若 m, n 是 $x^2 + 3x - 5 = 0$ 的两实根, 则 $m^2 - mn + 4m + n$ 的值是 ()

- A. -3 B. 5 C. 7 D. 3

8. 二次函数 $y = x^2 - 4x - 6$, 当 $-1 \leq x \leq 6$ 时, y 的取值范围是 ()

- A. $-1 \leq y \leq 6$ B. $-10 \leq y \leq 1$ C. $-10 \leq y \leq 6$ D. $0 \leq y \leq 6$

9. 若 a, b ($a < b$) 是关于 x 的一元二次方程 $2 - (x-m)(x-n) = 0$ 的两实根, 且 $m < n$, 则

a, b, m, n 的大小关系是 ()

A. $n < a < b < m$ B. $m < a < b < n$ C. $n < b < a < m$ D. $a < n < m < b$

10. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 满足条件: (1) $4a - b = 0$ (2) $a - b + c > 0$ (3) 与 x 轴有

两交点, 且两交点距离小于 2, 以下四个结论① $a < 0$ ② $c > 0$ ③ $a + b + c > 0$ ④ $\frac{c}{4} < a < \frac{c}{3}$

⑤ $4a - 2b < m(am + b)$ ($m \neq -2$), 其中正确的是 ()

A. ①②③④ B. ②③④⑤ C. ②③⑤ D. ③④⑤

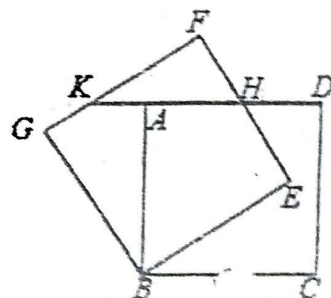
二. 填空题 (每小题 3 分, 共 18 分)

11. 关于 x 的方程 $2kx^2 + 3x + 1 = 0$ 有两实根, 则 k 的取值范围 _____;

12. 若 $(a^2 + b^2)(a^2 + b^2 - 2) = 8$, 则 $a^2 + b^2 =$ _____;

13. 若函数 $y = (a-2)x^2 - (2a-1)x + a$ 与坐标轴只有两个交点, 则 $a =$ _____;

14. 如图, 正方形 ABCD 绕点 B 逆时针旋转 30° 后得到正方形 BEFG, EF 与 AD 相交于点 H, 延长 DA 交 GF 于点 K, 若正方形 ABCD 的边长为 $\sqrt{3}$, 则 $AK =$ _____;



15. 已知二次函数 $y = a(x-4)^2 - 1$ 在 $2 < x < 3$ 这段位于 x 轴下方, 在 $6 < x < 7$ 这段位于 x 轴上方, 则 $a =$ _____;

16. 二次函数 $y = (x-h)^2 + 1$ 在 $1 \leq x \leq 3$ 时, y 有最小值是 5, 则 $h =$ _____;

三. 解答题 (共 72 分)

17. 解方程 (每小题 4 分共 12 分)

(1) $x(x-2) = 3x-6$ (2) $(2x+1)^2 = 9(x-1)^2$ (3) $3y^2 + y - 5 = 0$

18. (7 分) 关于 x 的方程 $x^2 - (2k-1)x + k^2 - 2k + 3 = 0$ 有两不相等的实数根:

(1) 求实数 k 的取值范围;

(2) 设方程的两实数根为 x_1, x_2 , 是否存在这样的实数 k 使 $|x_1| - |x_2| = \sqrt{5}$, 若存在求出 k 的值, 若不存在, 请说明理由。

19. (6分) 某公司今年销售一种产品, 4月份获利10万元, 由于产品畅销, 利润逐月增加, 6月份的利润比5月份的利润增加2.4万元, 假设该产品利润每月的增长率相同, 求这个增长率。

20. (6分) 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 当 $x=1$ 时, y 有最大值4, 且过

点 $(\frac{7}{2}, -\frac{9}{4})$;

(1) 求这个二次函数的解析式;

(2) 直接写出不等式 $ax^2 + bx + c < 0$ 的解集;

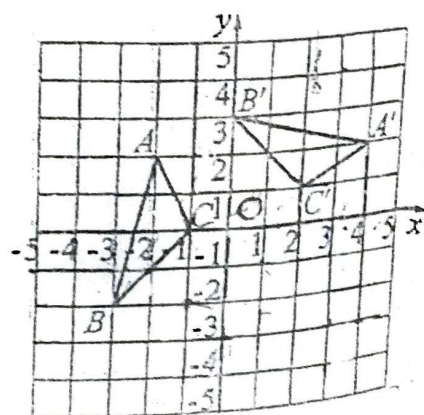
(3) 若关于 x 的方程 $a|x|^2 + b|x| + c = k$ 有两个不相等的实根时, 直接写出 k 的取值范围。

21. (7分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, $\triangle A'B'C'$ 由 $\triangle ABC$ 绕点 P 旋转得到;

(1) 写出点 P 坐标;

(2) 在图中画出 $\triangle A'B'C'$ 绕点 P 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle A_2B_2C_2$, 并写出 A_2 ,

B_2 , C_2 的坐标。



22. (8分) 已知抛物线 $C_1: y = ax^2 - 4ax + 3$ ($a > 0$)

(1) 当 $a=1$ 时, 求抛物线与 x 轴的交点及顶点坐标;

(2) ①试说明无论 a 为何值, 抛物线 C_1 一定过两定点, 并写出这两定点坐标;

②将抛物线 C_1 沿这两定点所在直线翻折, 得到抛物线 C_2 , 直接写出 C_2 的解析式。

23. (6分) 阅读材料并回答下列问题:

为解方程 $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$, 我们可以将 x^2 看成一个整体, 设 $x^2 = y$, 则原方程可化为 $y^2 - 5y + 6 = 0$ ①, 解得 $y_1 = 2, y_2 = 3$, 当 $y_1 = 2$ 时, $x^2 = 2, \therefore x = \pm\sqrt{2}$, 当 $y_2 = 3$ 时, $x^2 = 3, \therefore x = \pm\sqrt{3}$, \therefore 原方程的解为 $x_1 = \sqrt{2}, x_2 = -\sqrt{2}, x_3 = \sqrt{3}, x_4 = -\sqrt{3}$

(1) 在由原方程得到①的解题过程中, 利用_____法达到了解方程的目的, 体现了_____的数学思想。

(2) 请利用以上方法解方程: $(x^2 + 3)^2 - 9(x^2 + 3) + 20 = 0$;

24. (9分) 某商场销售一种进价为每件 10 元的日用商品, 经调查发现, 该商品每天的销售量 y (件) 与销售单价 x (元) 满足 $y = -10x + 400$, 设销售这种商品每天的利润为 W (元)。

(1) 求 W 与 x 之间的函数关系;

(2) 在保住销售量尽可能大的前提下, 该商场每天还想获利 2000 元, 应将销售单价定为多少元?

(3) 当每天销售量不少于 50 件, 且销售单价至少为 32 元时, 该商场每天获得的最多利润是多少?

25. (11分) 直线 $y = \frac{1}{2}x - 3$ 与 x 轴、 y 轴分别交 B 、 C 两点, 抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 + bx + c$ 过 B 、 C 两点, 且与 x 轴的另一交点为 A ;

(1) 求抛物线解析式;

(2) 设抛物线顶点为 D , 在 x 轴上找一点 P , 使 $\triangle DCP$ 的周长最小, 求出点 P 的坐标;

(3) 若点 E 是抛物线上一点, 且 $S_{\triangle EBC} = S_{\triangle DBC}$, 求点 E 的坐标.

