

附：2019-2020 上学年师大一中（三校统考）

九年级上学期数学半期考试题卷——参考答案

A 卷

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案										

二、填空题（每小题 4 分，共 16 分）

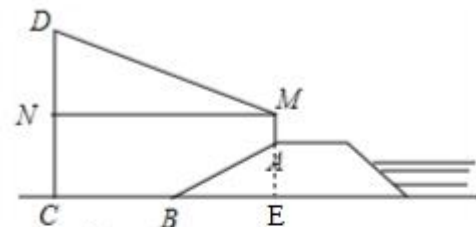
11、_____； 12、____； 13、_____； 14、____；

三、解答题（本题 6 个小题，共 54 分）

15、（每小题 6 分，共 12 分）

16. (本小题满分 6 分)

解：作 $AE \perp CB$ 于点 E ．设大堤的高度为 h ，点 A 到点 B 的水平距离为 a ．



$$\because i = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

\therefore 坡 AB 与水平面的夹角为 30° ，

$$\therefore \frac{h}{AB} = \sin 30^\circ, \text{ 即 } h = \frac{AB}{2} = 10m,$$

$$\frac{a}{AB} = \cos 30^\circ, \text{ 即得 } a = \frac{\sqrt{3}}{2} AB = 10\sqrt{3}m,$$

$$\therefore MN = BC + BE = (30 + 10\sqrt{3})m.$$

\therefore 测得高压电线杆顶端 D 的仰角为 30° ，

$$\therefore \frac{DN}{MN} = \tan 30^\circ,$$

$$\text{解得 } DN = 10\sqrt{3} + 10 \approx 27.32(m),$$

$$\therefore CD = DN + AM + h = 27.32 + 1.7 + 10 = 39.02 \approx 39.0(m).$$

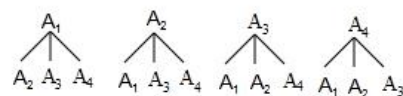
答：高压电线杆 CD 的高度约为 $39.0m$ ．

17、（本题满分 8 分）

解：（1） $\because x + 35 + 11 = 50, \therefore x = 4$ ，或 $x = 50 \times 0.08 = 4$ ；

$$y = \frac{35}{50} = 0.7, \text{ 或 } y = 1 - 0.08 - 0.22 = 0.7;$$

（2）依题得获得 A 等级的学生有 4 人，用 A_1, A_2, A_3, A_4 表示，画树状图如下：



由上图可知共有 12 种结果，且每一种结果可能性都相同，其中抽到学生 A_1 和 A_2 的有两种结果，

所以从本次参赛作品中获得 A 等级学生中，随机抽取两名学生谈谈他们的参赛体会，恰好抽到学生 A_1 和 A_2 的概率为： $P = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

18、（本题满分 8 分）

解：（1） $AEDF$ 是矩形，理由如下

$$\because AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = BC^2 = 10^2,$$

由勾股定理得 $\angle BAC = 90^\circ$

$$\because DE \parallel AF, DF \parallel AE,$$

\therefore 四边形 $AEDF$ 是平行四边形，

$$\text{又 } \because \angle BAC = 90^\circ,$$

\therefore 四边形 $AEDF$ 是矩形；

（2）由（1）得，当 $DE = DF$ 时，四边形 $AEDF$ 是正方形．

$$\text{设 } DE = DF = x, \text{ 建立面积方程 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} DE (AB + AC);$$

$$\text{即: } \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} x \times (6 + 8),$$

$$\text{解得: } x = \frac{24}{7},$$

$$\therefore DE = AE = \frac{24}{7}, BE = AB - AE = \frac{18}{7},$$

$$\text{在 } Rt\triangle DEB \text{ 中, 由勾股定理得: } BD = \sqrt{BE^2 + DE^2} = \sqrt{\left(\frac{18}{7}\right)^2 + \left(\frac{24}{7}\right)^2} = \frac{30}{7}$$

（3）依题意得，当 AD 是 $\angle BAC$ 角平分线时，四边形 $AEDF$ 是菱形．

点 B 作 AC 的垂线段交于点 G ，

$$\text{又 } \because \angle BAG = 60^\circ,$$

$$\therefore AG = 3, CG = 5, BG = 3\sqrt{3},$$

$$\text{由勾股定理得: } BC = 2\sqrt{13},$$

$\therefore AD$ 平分 $\angle BAC$ ，

$$\therefore S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ACD} = AB : AC = BD : CD,$$

$$\text{即 } BD : CD = 3 : 4.$$

$$\therefore BD = \frac{6\sqrt{13}}{7},$$

$$\text{故答案为: } \frac{6\sqrt{13}}{7}.$$

19、（本题满分 10 分）

解：（1）作 $BH \perp x$ 轴于 H ，如图，

\because 点 B 的坐标为 $(n, -2)$ ， $\tan \angle BOC = \frac{2}{5}$ ，

$\therefore BH = 2$ ， $\tan \angle BOH = \frac{BH}{OH} = \frac{2}{5}$ ，

$\therefore OH = 5$ ，

$\therefore B$ 点坐标为 $(-5, -2)$ ，

把 $B(-5, -2)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ 得 $k = -5 \times (-2) = 10$ ，

\therefore 反比例函数的解析式为 $y = \frac{10}{x}$ ；

把 $A(2, m)$ 代入 $y = \frac{10}{x}$ 得 $2m = 10$ ，解得 $m = 5$ ，

$\therefore A$ 点坐标为 $(2, 5)$ ，

把 $A(2, 5)$ 和 $B(-5, -2)$ 代入 $y = ax + b$ 得 $\begin{cases} 2a + b = 5 \\ -5a + b = -2 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}$ ，

\therefore 一次函数的解析式为 $y = x + 3$ ；

（2）把 $y = 0$ 代入 $y = x + 3$ 得 $x + 3 = 0$ ，解得 $x = -3$ ，则 C 点坐标为 $(-3, 0)$ ，

$\because \triangle BCE$ 与 $\triangle BCO$ 的面积相等，

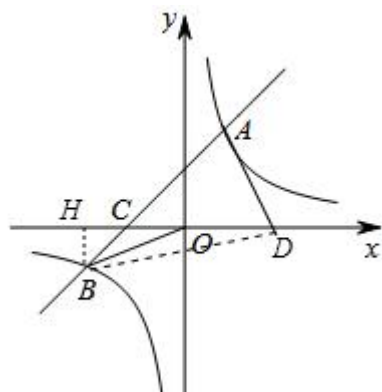
$\therefore CE = OC = 3$ ，

$\therefore E$ 点坐标为 $(-6, 0)$ ；

（3） \because 点 C 关于 y 轴的对称点为点 D ，

$\therefore D$ 点坐标为 $(3, 0)$ ，

$\therefore S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD} + S_{\triangle CDB} = \frac{1}{2} \times (3+3) \times 5 + \frac{1}{2} \times (3+3) \times 2 = 21$ 。



20、（本题满分 10 分）

B 卷

一、填空题

21、； 22、； 23、； 24、 25、

23.

解：（1） $AN = BM$ ， $AN \perp BM$ 。

理由如下：

\because 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore AB = DA$ ， $\angle BAD = \angle ADC = 90^\circ$ ，又 $AM = DN$ ，

$\therefore \triangle ABM \cong \triangle DAN$ （SAS），

$\therefore \angle ABM = \angle DAN$ ， $AN = BM$

又 $\angle BAD = 90^\circ$ 即 $\angle BAN + \angle DAN = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BAN + \angle ABM = 90^\circ$

$\therefore \angle ATB = 90^\circ$ ，

$\therefore AN \perp BM$ —

$\therefore AN = BM$ ， $AN \perp BM$ ；

证明： $\because \angle ATB = 90^\circ$ ， M 是 AB 中点。

$\therefore TE = BE = AE$ ，

$\therefore \angle EBT = \angle ETB$ ， $\angle EAT = \angle ATE$ ，

又 $\angle ABM = \angle DAN$ ， $\angle ETB = \angle MTD$ ，

$\therefore \angle MTD = \angle DAN$ ，

又 $\angle MDT = \angle ADT$ ，

$\therefore \triangle MDT \sim \triangle TDA$ ，

$\therefore \frac{MD}{DT} = \frac{DT}{AD}$ ，

$\therefore DT^2 = MD \cdot AD$ ，

由 $AB \parallel CD$ ，可得 $\angle TND = \angle EAT$ ，又 $\angle EAT = \angle ATE$ ， $\angle ATE = \angle DTN$ ，

$\therefore \angle TND = \angle DTN$

$\therefore DT = DN$ ，又 $AM = DN$ ，

$\therefore DT = AM$ ，

又 $DT^2 = MD \cdot AD$ ，

$\therefore AM^2 = MD \cdot AD$ ，

$\therefore \frac{AM}{AD} = \frac{MD}{AM}$ ，

\therefore 点 M 是线段 AD 的黄金分割点；

24.

(2) 设点 $C(a, b)$, 则 $ab=3$,

过点 C 作 $CH \perp OA$ 于 H ; 分两种情况:

① 当点 B 在 y 轴正半轴上时; 当点 A 在 x 轴的负半轴上时, 如图2:

$BC=2CA$ 不可能;

当点 A 在 x 轴的正半轴上时, 如图3:

$\therefore BC=2CA$,

$$\therefore \frac{CA}{AB} = \frac{1}{3},$$

$\therefore CH \parallel OB$,

$\therefore \triangle ACH \sim \triangle ABO$,

$$\therefore \frac{CH}{OB} = \frac{AH}{OA} = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore OB=3b, OA=\frac{3}{2}a,$$

$$\therefore OA \cdot OB = \frac{3}{2}a \cdot 3b = \frac{9ab}{2} = \frac{27}{2},$$

$\therefore \angle APB$ 是 $\angle AOB$ 的智慧角,

$$\therefore OP = \sqrt{OA \cdot OB} = \sqrt{\frac{27}{2}} = \frac{3\sqrt{6}}{2},$$

$\therefore \angle AOB=90^\circ$, OP 平分 $\angle AOB$,

\therefore 点 P 到 x, y 轴的距离相等为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

\therefore 点 P 的坐标为: $(\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2})$;

② 当点 B 在 y 轴的负半轴上时, 如图4,

$\therefore BC=2CA$,

$\therefore AB=CA$,

在 $\triangle ACH$ 和 $\triangle ABO$ 中, $\begin{cases} \angle AHC = \angle AOB \\ \angle BAO = \angle CAH \\ CA = AB \end{cases}$

$\therefore \triangle ACH \cong \triangle ABO$ (AAS),

$$\therefore OB=CH=b, OA=AH=\frac{1}{2}a,$$

$$\therefore OA \cdot OB = \frac{1}{2}a \cdot b = \frac{3}{2},$$

$\therefore \angle APB$ 是 $\angle AOB$ 的智慧角,

$$\therefore OP = \sqrt{OA \cdot OB} = \frac{\sqrt{6}}{2},$$

$\therefore \angle AOB=90^\circ$, OP 平分 $\angle AOB$,

\therefore 点 P 到 x, y 轴的距离相等为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$,

\therefore 点 P 的坐标为: $(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$;

综上所述: 点 P 的坐标为: $(\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2})$, 或 $(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$

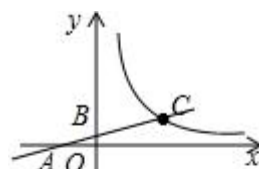


图2

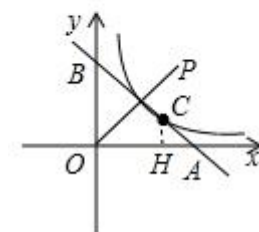


图3

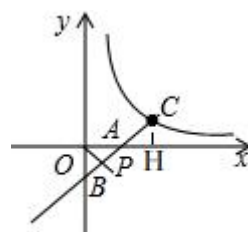


图4

25.

解: (1) ① \because 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore \angle ABF = 90^\circ.$$

在 $Rt\triangle ABF$ 和 $Rt\triangle AEF$ 中,

$$\begin{cases} AF = AF \\ AB = AE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABF \cong \triangle AEF$ (HL),

$$\therefore FB = FE;$$

② $\because AE = AB, FB = FE$,

$\therefore AF$ 垂直平分 BE , 即 $\angle AHB = 90^\circ$.

在 $Rt\triangle ABD$ 中, $\because AB=2, AD=4, \angle BAD=90^\circ$

$$\therefore BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2\sqrt{5}.$$

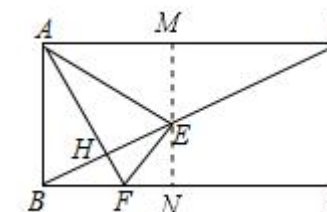
在 $\triangle AHB$ 与 $\triangle DAB$ 中,

$\because \angle AHB = \angle DAB = 90^\circ, \angle ABH = \angle DBA$,

$\therefore \triangle AHB \sim \triangle DAB$,

$$\therefore \frac{AB}{DB} = \frac{AH}{DA},$$

$$\therefore AH = \frac{AB \cdot DA}{DB} = \frac{2 \times 4}{2\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5};$$



(2) 如图, 过点 E 作 $MN \parallel AB$ 分别交 AD, BC 于点 M, N , 易得 $MN \perp AD, MN \perp BC$.

设 $AM=x$, 则 $DM=4-x$.

$\because EM \parallel AB$,

$\therefore \triangle DME \sim \triangle DAB$,

$$\therefore \frac{ME}{AB} = \frac{DM}{DA}, \text{ 即 } \frac{ME}{2} = \frac{4-x}{4},$$

解得 $ME = 2 - \frac{x}{2}$,

$$\because MN = AB = 2, \therefore EN = \frac{x}{2}.$$

$\because \angle AEF = 90^\circ$,

$\therefore \angle AEM + \angle FEN = 90^\circ$,

$\because \angle EFN + \angle FEN = 90^\circ$,

$\therefore \angle AEM = \angle EFN$.

又 $\because \angle AME = \angle ENF = 90^\circ$,

$\therefore \triangle AEM \sim \triangle ENF$,

$$\therefore \frac{AE}{EF} = \frac{AM}{EN}, \text{ 解得 } EF = \frac{1}{2}AE.$$

当 $AE \perp BD$ 时, AE 最小, EF 也最小.

由 (1) 可知 AE 的最小值为 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$,

$\therefore EF$ 的最小值为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.